Al realizar un experimento aleatorio y observar dos eventos simultáneos elegidos puede suceder cualquiera de las situaciones siguientes:

a) Todos los resultados favorables de uno de los dos eventos son los mismos que todos los resultados favorables del otro evento.

b) Algunos resultados favorables de uno de los dos eventos son los mismos que algunos resultados favorables del otro evento.

c) No existen resultados favorables en común para los dos eventos. Esto significa que ambos eventos no pueden ocurrir al mismo tiempo, es decir, la frecuencia relativa de ambos es cero. A estos eventos se les llama mutuamente excluyentes o ajenos. Cuando se dan los casos señalados en a) y b) el valor de la probabilidad frecuencial es mayor que 0 y menor que 1.

Por ejemplo, al hacer el experimento de lanzar 10 veces dos dados y observar los números que caen, en un ensayo el resultado fue (1, 1), que puede registrarse tanto en el evento *D* (*la suma de los números en los dos dados es menor que* 6) como en el evento *G* (*la suma de los números en los dos dados es un número par*). Por lo tanto, la frecuencia de ocurrencia simultánea del evento (*D* y *G*) es $\frac{1}{10}$

Por otra parte, si a lo largo de los 10 ensayos ninguno de los resultados registrados es común para observar los eventos *D* (*la suma de los números en los dos dados es menor que* 6) y *F* (*la suma de los números en los dos dados es mayor que 7*), entonces la frecuencia de ocurrencia del evento (*D* y *F*) es 0, lo que significa que *D* y *G* son eventos mutuamente excluyentes.

Los eventos que no tienen resultados favorables que ocurren al mismo tiempo se llaman ***mutuamente excluyentes*** o ***ajenos***.

6. Utilicen los resultados registrados en el tablero de las carreras de caballos que efectuaron e indiquen si los eventos *A* y *B* son mutuamente excluyentes y justifiquen su respuesta.

Para terminar

Sesión 3

Espacio muestral y eventos mutuamente excluyentes

1. En pareja, determinen el espacio muestral de resultados posibles al lanzar dos dados al mismo tiempo. Anótenlo en la siguiente tabla; observen el ejemplo. Después realicen lo siguiente.

- Marquen con color rojo todos los resultados favorables al evento *D*: la suma de los números en los dos dados es menor que 6.
- Utilicen el color azul para marcar los resultados favorables al evento *F*: la suma de los números en los dos dados es mayor que 7.
- Marquen con color verde los resultados favorables al evento *G*: la suma de los números en los dos dados es un número par.

Dado 2	6						
	5		5, 2				
	4						
	3						
	2						
	1						
		1	2	3	4	5	6
		Dado 1					

a) ¿Cuántos resultados posibles hay en total? ______

b) ¿Cuántos resultados favorables tiene el evento *D*? ______

c) ¿Cuántos resultados favorables tiene el evento *F*? ______

d) ¿Y cuántos resultados favorables tiene el evento *G*? ______

e) ¿Cuántos resultados están marcados con color rojo y azul a la vez, es decir, son favorables tanto para el evento *D* como para el *F*? ______ ¿Cuál o cuáles son los resultados favorables en común? ______

f) ¿Cuántos resultados están marcados con color azul y verde a la vez, es decir, son favorables tanto para el evento *F* como para el *G*? ______ ¿Cuál o cuáles son los resultados favorables en común? ______

g) ¿Cuántos resultados están marcados con color verde y rojo a la vez, es decir, son favorables tanto para el evento *D* como para el *G*? ______ ¿Cuál o cuáles son los resultados favorables en común? ______

2. Hay dos tipos de probabilidades de un evento: la *frecuencial*, que se obtiene a partir de ejecutar el experimento o fenómeno aleatorio y registrar los resultados favorables, y la *clásica*, que se obtiene al tomar el número de resultados favorables al evento y dividirlo entre el número de resultados posibles. Obtengan la probabilidad clásica de los eventos siguientes.

Evento	Probabilidad clásica del evento
D: La suma de los números en los dos dados es menor que 6	$P(D) = \frac{\text{Número de resultados favorables al evento } D}{\text{Número total de resultados posibles}} =$
F: La suma de los números en los dos dados es mayor que 7	$P(F) = \frac{\text{Número de resultados favorables al evento } F}{\text{Número total de resultados posibles}} =$
G: La suma de los números en los dos dados es un número par	$P(G) = \frac{\text{Número de resultados favorables al evento } G}{\text{Número total de resultados posibles}} =$
D y *F*: La suma de los números en los dos dados es menor que 6 y es mayor que 7	$P(D \text{ y } F) = \frac{\text{Número de resultados favorables al evento } (D \text{ y } F)}{\text{Número total de resultados posibles}} =$
D y *G*: La suma de los números en los dos dados es menor que 6 y es un número par	$P(D \text{ y } G) = \frac{\text{Número de resultados favorables al evento } (D \text{ y } G)}{\text{Número total de resultados posibles}} =$
F y *G*: La suma de los números es mayor que 7 y es un número par	$P(F \text{ y } G) = \frac{\text{Número de resultados favorables al evento } (F \text{ y } G)}{\text{Número total de resultados posibles}} =$

3. Completen la tabla con los resultados registrados en las actividades de las sesiones que se indican.

Actividad 4 de la sesión 2	Actividad 1 de la sesión 3
Número de veces que ocurrió el evento (*D* y *F*):	Número de resultados favorables del evento (*D* y *F*):
Número de veces que se realizó el experimento:	Número de resultados posibles:
Probabilidad frecuencial *P′* (*D* y *F*):	Probabilidad clásica *P* (*D* y *F*):

a) Comparen el número de veces que ocurrió el evento (*D* y *F*) con el número de resultados favorables, ¿es igual o diferente? ______________________

b) ¿Qué valor tienen la probabilidad frecuencial y clásica del evento (*D* y *F*)? ____________

c) De acuerdo con lo anterior, ¿qué tipo de eventos son *D* y *F*? ____________

4. Revisen sus respuestas con ayuda de su maestro y corrijan en caso necesario. Posteriormente, lean y comenten la información que se les presenta y contesten la pregunta.

Dos eventos son mutuamente excluyentes si los resultados favorables para cada evento son distintos.

Por ejemplo, si se definen los siguientes tres eventos al lanzar un dado:

C: El número es mayor que 3. E: El número es impar. J: El número es menor o igual que 3.

Los resultados favorables de cada evento son:

$C = \{4,5,6\}$; $E = \{1,3,5\}$; $J = \{1,2,3\}$

Al comparar los resultados favorables de los eventos C y E, se observa que el resultado 5 es común en ambos conjuntos, entonces la probabilidad de lanzar un dado y obtener un número que sea mayor que 3 e impar es un sexto y se expresa:

$$P\,(C \text{ y } E) = \frac{1}{6}$$

Al comparar los resultados favorables de los eventos C y J, no hay resultados en común, por lo tanto, son mutuamente excluyentes y la P (C y J) = 0.

¿Qué tipo de eventos son *E* y *J*? Justifiquen su respuesta. ____________

____

5. Investiguen en su comunidad si se realiza alguna feria y si entre las actividades hay algunos juegos de azar. De ser posible, describan en qué consisten e identifiquen si hay eventos simples, eventos compuestos o eventos mutuamente excluyentes.

6. Para determinar si los eventos son simples, compuestos o mutuamente excluyentes utilicen el recurso informático *Eventos simples, compuestos y mutuamente excluyentes*.

7. Observen el recurso audiovisual *Eventos simples, compuestos y mutuamente excluyentes* para distinguir estos eventos en otros experimentos aleatorios.

Evaluación

Marca con una ✓ las respuestas correctas. Algunas preguntas tienen más de una respuesta correcta.

1. ¿Cuál de los siguientes números tiene más divisores?

(A) 14 (B) 20 (C) 48 (D) 89

2. De los siguientes números, ¿cuáles son primos?

(A) 21 (B) 41 (C) 61 (D) 81

3. De un costal de naranjas se formaron varios montones de 5 naranjas cada uno. Al final sobraron 3 naranjas. ¿Cuántas naranjas pudo haber contenido el costal?

(A) 210 (B) 211 (C) 212 (D) 213

4. La siguiente sucesión de figuras se genera con la expresión $\frac{n(3n-1)}{2}$

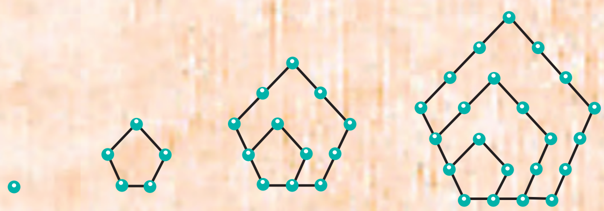


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4

De las opciones que se presentan enseguida, elige las que consideres que son sus expresiones equivalentes.

(A) $\frac{(3n^2-1)}{2}$ (B) $\frac{3n^2-n}{2}$ (C) $\frac{3}{2}(n^2-n)$ (D) $\frac{3}{2}n^2-\frac{1}{2}n$

5. En un torneo de ajedrez, cada participante jugó una partida contra todos los demás. En total se realizaron 45 partidas. ¿Cuántos jugadores participaron en el torneo? Subraya la ecuación que resuelve este problema.

(A) $n(n+1)=45$ (B) $n(n-1)=45$ (C) $\frac{n(n+1)}{2}=45$ (D) $\frac{n(n-1)}{2}=45$

6. ¿Cuáles ecuaciones tienen las soluciones correctas?

(A) $2x^2-72=0$; $x_1=6$; $x_2=-6$

(B) $x^2+2x=0$; $x_1=0$; $x_2=2$

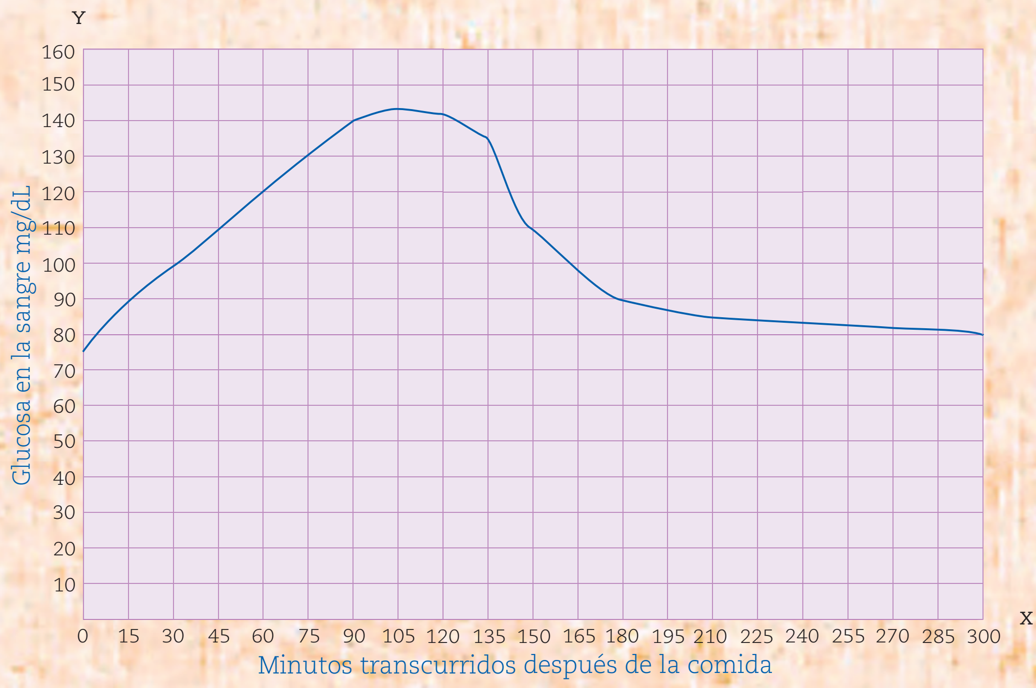
(C) $x(x-8)=7$; $x_1=-5$; $x_2=-3$

(D) $x^2=-25$; $x_1=5$; $x_2=-5$

7. La diabetes es una enfermedad caracterizada por el aumento de azúcar en la sangre.

En los últimos años ésta se ha extendido mucho en México, sobre todo por los malos hábitos de alimentación y la falta de ejercicio. El azúcar o glucosa en la sangre es necesaria, ya que es la principal fuente de energía para el funcionamiento del cuerpo. Sin embargo, cuando hay un incremento descontrolado de glucosa es peligroso para la salud.

Ramón es diabético y se debe medir el nivel de glucosa en la sangre cada 15 minutos desde que come hasta que pasan 5 horas. Observa la gráfica y contesta las siguientes preguntas.



Los niveles de azúcar son más bajos cuando se está en ayunas y suben en cuanto se come.

a) ¿Después de cuántos minutos Ramón tiene el máximo nivel de glucosa en la sangre?

(A) 300 (B) 135 (C) 105 (D) 90

b) El rango normal para el óptimo funcionamiento del cuerpo debe estar entre 70 y 140 mg/dL. Indica el intervalo de tiempo en que Ramón se encuentra fuera del rango óptimo, o bien si él nunca está fuera de rango.

(A) Entre 0 y 300 minutos
(B) Entre 75 y 145 minutos
(C) Entre 90 y 125 minutos
(D) Nunca está fuera de rango

c) ¿Cuáles son sus niveles de azúcar al transcurrir 5, 120 y 300 minutos?

(A) 80, 145 y 80 mg/dL, respectivamente
(B) 75, 150 y 75 mg/dL, respectivamente
(C) 80, 145 y 0 mg/dL, respectivamente
(D) 75, 145, y 80 mg/dL, respectivamente

8. Se tienen dos cuadrados: uno de 10 cm y otro de 7 cm por lado. ¿Cuál es la razón de semejanza del segundo cuadrado respecto al primero?

(A) -3 (B) 3 (C) $\frac{7}{10}$ (D) $\frac{10}{7}$

9. Respecto a la semejanza de figuras geométricas, completa la siguiente afirmación con la figura geométrica que la haga verdadera.

Todos los ______________ son semejantes entre sí.

(A) Rombos (B) Rectángulos (C) Trapecios isósceles (D) Triángulos equiláteros

Hombre en escalera telescópica.

10. Se están utilizando cuatro escaleras telescópicas, todas tienen un extremo recargado sobre la misma pared y el otro, a cierta distancia de ella. En cada opción de respuesta, la primera medida se refiere a la longitud de la escalera, y la segunda, a su distancia hacia la pared. ¿Cuál de ellas forma el mayor ángulo con el piso?

(A) 2 m, 1 m (B) 2 m, 0.5 m (C) 3 m, 2 m (D) 4 m, 2 m

11. La rampa A tiene una distancia horizontal de 4 m y alcanza una altura de 0.5 m. En cada opción de respuesta, el primer número corresponde a la distancia horizontal, y el segundo, a la altura que alcanzan otras cuatro rampas. ¿Cuál de ellas tiene la misma pendiente que la rampa A?

Rampa A

Altura

Distancia horizontal

(A) 1 m, 0.20 m

(B) 2 m, 0.25 m

(C) 2 m, 1 m

(D) 3 m, 1.5 m

12. ¿Para qué tipo de triángulos se cumple el teorema de Pitágoras? Para…

(A) todos (B) los escalenos

(C) los rectángulos (D) los acutángulos

13. En un triángulo rectángulo, el área del cuadrado construido sobre un cateto mide 3 cm^2 y el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa mide 10 cm^2. ¿Con cuál expresión se calcula el área del cuadrado construido sobre el otro cateto?

(A) $\left(\frac{3}{10}\right)$ cm^2 (B) $\left(\frac{10}{3}\right)$ cm^2 (C) 10 cm^2 + 3 cm^2 (D) 10 cm^2 – 3 cm^2

14. Se lanza un dado legal y se observa el número de la cara superior que cae. Tres eventos que pueden ocurrir son:

a) Cae número par **b)** Cae un múltiplo de 3 **c)** Cae un número impar

Al comparar los resultados favorables de los eventos, ¿cuáles de éstos son mutuamente excluyentes?

b y c a y b a y c c y b

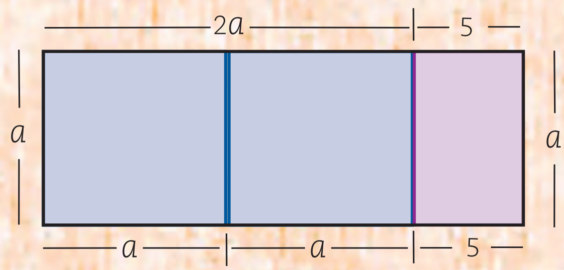
Resuelve lo que se pide.

1. Anota en cada número la cifra que falta para que el primero sea divisible entre 2; el segundo, entre 3; el tercero, entre 5; y el cuarto, entre 6.

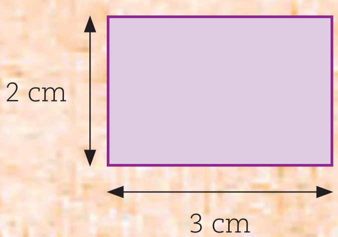
438☐ 438☐ 438☐ 438☐

2. Escribe tres expresiones equivalentes que representen la superficie del rectángulo dibujado con líneas negras.

Expresión algebraica 1	
Expresión algebraica 2	
Expresión algebraica 3	



3. Construye un rectángulo semejante al siguiente, de tal manera que el lado que aquí mide 2 cm, en el que vas a construir sea de 3 cm.



4. Para colocar un calentador solar en cierto lugar, se indica que la razón entre la altura a la que se sitúe y su longitud sea de $\frac{2}{5}$. Si el calentador mide 2 m, ¿a qué altura debe colocarse? ____________________

5. Se realiza una rifa de 400 boletos para ganar una pantalla. En una urna se revuelven los boletos y se selecciona uno al azar para elegir al ganador. Si una persona compró 25 boletos, ¿cuál es la probabilidad que tiene de ganar la rifa? ____________

Bloque 2

Las funciones cuadráticas en la construcción

¿Sabías que muchas de las estructuras de acero que se utilizan para sostener el piso de los puentes tienen forma parabólica? Esto se debe a que la parábola permite que la carga se distribuya de manera uniforme.

¿Qué crees que suceda si uno de esos cables se llega a romper? ¿Qué sucederá con el peso que soportaba? ¿Qué pasará con el peso que soportan los demás cables?

En este bloque estudiarás las funciones cuadráticas que dan origen a parábolas y con las que es posible hacer los cálculos necesarios para construir este tipo de puentes.