

4. Ecuaciones cuadráticas 1

Sesión
1

■ Para empezar



Se tienen evidencias de que en Babilonia, en el año 1600 a. n. e., se resolvían problemas que implicaban el uso de ecuaciones de segundo grado (representadas de manera distinta a como lo hacemos ahora); y de que éstas se conocieron después en Egipto y, posteriormente, en Grecia. En este último lugar, el gran mérito se le atribuye a Diofanto de Alejandría (aproximadamente 200-284 n. e.), quien, entre otras cosas, dejó resueltos de manera ingeniosa muchos problemas, así como un método para solucionar las ecuaciones de segundo grado, por lo que se le reconoce como el padre del álgebra. En su epitafio puede

leerse: “Transeúnte, ésta es la tumba de Diofanto, al terminar de leer esta sorprendente distribución, conocerás el número de años que vivió. Su niñez ocupó la sexta parte de su vida; después, durante la doceava parte, su mejilla se cubrió con el primer bozo. Pasó aún una séptima parte de su vida antes de tomar esposa y, cinco años después, tuvo un precioso niño que, una vez alcanzada la mitad de la edad de su padre, pereció de una muerte desgraciada. Su padre tuvo que sobrevivirle, llorándole, durante cuatro años. De todo esto se deduce su edad”. ¿A qué edad murió Diofanto?

En esta secuencia conocerás las características de las ecuaciones de segundo grado y comenzarás a utilizarlas para resolver problemas.

Glosario

Bozo se refiere al vello que aparece en los hombres jóvenes antes de nacer la barba.

■ Manos a la obra

Ecuaciones de primer y segundo grado

Trabajen en equipo. Analicen los siguientes problemas y resuelvan lo que se pide.

1. Supongan que x es la edad a la que murió Diofanto.
 - a) El epitafio habla de tres etapas de su vida; represéntenlas algebraicamente.

| Niñez | Etapas en que aparece el bozo en su mejilla | Etapas entre el primer bozo y antes de casarse |
|-------|---|--|
| | | |

- b) Representen algebraicamente la suma de estas tres etapas. _____

c) Representen algebraicamente los años que vivió el hijo de Diofanto. _____

d) ¿Qué expresión algebraica representa el número de años que vivió Diofanto?

e) ¿A qué edad murió Diofanto? _____

2. Con tus compañeros y con ayuda del maestro, comparen sus respuestas. Verifiquen que el valor encontrado corresponde a la edad de Diofanto y que con él se pueden calcular las etapas indicadas en su epitafio.

3. Todos los alumnos de un grupo de tercero de secundaria enviaron un mensaje a cada uno de sus compañeros para saber cuál es la fruta que más les gusta. Si en total se enviaron 650 mensajes, ¿cuántos alumnos hay en el grupo?

a) Para comprender mejor la situación, pueden replicarla trabajando por equipo en el salón.

• ¿Cuántos integrantes hay en su equipo? _____

• ¿Cuántos mensajes envía cada integrante? _____

• ¿Cuántos mensajes se envían en total? _____

b) Ahora imaginen que replican la actividad con todo el grupo.

• ¿Cuántos alumnos son en total? _____

• ¿Cuántos mensajes tendría que enviar cada quien? _____

• ¿Cuántos mensajes se envían en total? _____

c) Lean de nuevo la situación planteada. Supongan que x es la cantidad total de alumnos que hay en ese grupo y respondan las preguntas.

• ¿Cómo se representa algebraicamente la cantidad de mensajes que envió cada alumno? _____

• ¿Cómo se representa algebraicamente el total de mensajes enviados en el grupo? _____

Dato interesante

Entre las ecuaciones más famosas que han servido para dar respuesta a las preguntas que la humanidad se ha hecho están:

- La que representa el teorema de Pitágoras: $a^2 + b^2 = c^2$
- La de Isaac Newton para la ley de la gravitación universal: $F = G m_1 m_2 / r^2$
- La de Albert Einstein para la teoría de la relatividad especial: $E = mc^2$.

d) Con base en la situación anterior, completen la siguiente tabla.

| | En tu equipo | En tu grupo | En el grupo de la situación planteada |
|---|--------------|-------------|---------------------------------------|
| Número total de alumnos (incógnita) | | | |
| Número de mensajes enviados por cada alumno | | | |
| Número total de mensajes enviados | | | 650 |

e) Si se considera que se enviaron 650 mensajes en total, ¿cuál es la ecuación que permite calcular el valor de x ? _____ ¿Cuántos alumnos hay en ese grupo? _____

4. Con el apoyo del maestro, comparen sus respuestas. Verifiquen si todos formularon la misma ecuación. Comenten cómo la resolvieron y en qué se distingue de las ecuaciones que ya conocen.

Sesión
2

Dos soluciones, una solución o ninguna

Trabajen en equipo. Analicen tanto las situaciones presentadas como su proceso de resolución al responder las preguntas que se plantean y resuelvan lo que se indica.

1. Raúl es 6 años mayor que su hermana. El producto de las dos edades es igual a 315. ¿Qué edad tiene cada uno?
- a) Si la hermana de Raúl tuviera 10 años, ¿cuántos años tendría Raúl? _____
¿Cuál sería el producto de las dos edades? _____
- b) En el problema planteado inicialmente, ¿consideran que la hermana de Raúl tiene más de 10 años o menos de 10 años? _____
Argumenten su respuesta. _____

- c) Continúen este razonamiento hasta encontrar las edades de ambos. Verifiquen que el producto es 315. Anoten aquí los resultados.

| Hermana de Raúl | Raúl |
|-----------------|------|
| | |