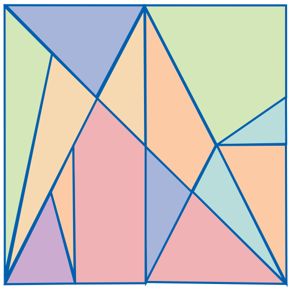
21. Figuras geométricas y equivalencia de expresiones de segundo grado 3

Sesión 1

Para empezar


Stomachion, rompecabezas geométrico.

El Stomachion es el rompecabezas geométrico más antiguo que se conoce; está integrado por 14 piezas que, juntas, forman un cuadrado. Fue diseñado por Arquímedes (*ca.* 287-212 a. n. e.), filósofo, físico y matemático que vivió en la antigua Grecia. El Stomachion también recibe el nombre de Loculus de Arquímedes, quien lo creó con la finalidad de investigar diversas formas de construir un cuadrado a partir de los diferentes reacomodos que se pueden dar a sus piezas. Recientemente se encontraron 536 formas diferentes de acomodar las piezas para armarlo. ¿Reconoces las figuras geométricas que lo forman? ¿Recuerdas cómo se expresa la fórmula para calcular el área de cada una? ¿Cambiará el área del cuadrado si se acomodan las piezas de diferente forma? ¿Cambiará el área de cada figura que forma parte del rompecabezas al colocarlas en diferente posición? ¿Cuál es el área total del cuadrado? Si representáramos con literales las medidas de las figuras que forman el rompecabezas, ¿cuántas expresiones algebraicas equivalentes podríamos obtener para representar el área del cuadrado?

En esta secuencia aplicarás los conocimientos adquiridos en secuencias anteriores para determinar si dos o más expresiones algebraicas cuadráticas son equivalentes.

Manos a la obra

Expresiones cuadráticas equivalentes

1. Trabajen en pareja. Escriban una expresión cuadrática equivalente a cada una de las anteriores, pero que esté factorizada, es decir, que esté expresada como el producto de dos factores. Luego, anoten cómo encontraron los dos factores de cada una de las expresiones.

Polinomio	Factorización	Cómo encontrar los factores que permiten obtener el polinomio
a) $x^2 + 2xy + y^2$		
b) $x^2 + ax + bx + ab$		

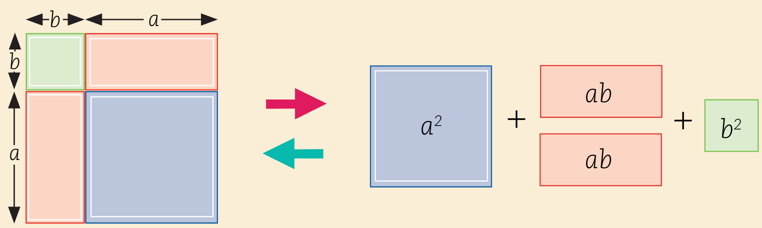
2. Completen la siguiente tabla según se indica.

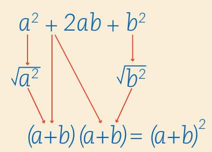
Expresión 1	Signo = o ≠	Expresión 2	Justificación
a) $(x + y)^2$		$x^2 + y^2$	
b) $x^2 + ax + bx + ab$		$x^2 + (a + b)x + ab$	
c) $(x + a)(x + b)$		$x^2 + 2x(ab) + (a + b)$	
d) $x^2 + 2xy + y^2$		$x + xy + x + xy$	

3. Comparen sus respuestas con las de sus compañeros. Comenten qué hicieron para comprobar si sus expresiones eran o no equivalentes.

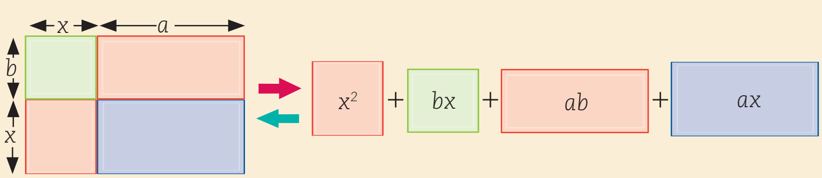
4. Enseguida, con apoyo del maestro, realicen una lectura comentada del siguiente recuadro.

En un trinomio de la forma
$a^2 + 2ab + b^2$
se observa que:
Los términos primero y tercero, a^2 y b^2 son cuadrados.
El segundo término corresponde al doble del producto de sus raíces.
Por lo tanto, para descomponer en dos factores el trinomio, se extrae la raíz cuadrada a los términos elevados al cuadrado y se obtienen los dos factores cuyo producto será el trinomio dado.





En un trinomio de la forma
$x^2 + (a + b)\,x + ab$
se observa que:
El trinomio sólo tiene un término elevado al cuadrado.
El tercer término es el producto de dos números diferentes.
El segundo término resulta de sumar los dos números diferentes y multiplicarlos por la raíz del primer término.



Para factorizarlo, se extrae la raíz cuadrada del término elevado al cuadrado y se buscan dos números que, al multiplicarse, den el término independiente del trinomio y que al sumarse se obtenga el coeficiente del término lineal.