

10. Mínimo común múltiplo y máximo común divisor 1

Sesión
1

■ Para empezar



Hay un juego virtual llamado “Carreras de autos” que consiste en lo siguiente.

- Participan dos jugadores, cada uno debe elegir dos automóviles.
- Los cuatro automóviles se colocan en la línea de salida y arrancan al mismo tiempo.
- Gana el jugador cuyos dos automóviles, después de dar varias vueltas a la pista, vuelven a pasar juntos por la línea de salida.

En la tabla de la izquierda se muestran los tiempos en que cada automóvil da la vuelta a la pista.

Automóvil	Tiempo que tarda en dar una vuelta (en segundos)
A	18
B	20
C	24
D	28

¿Qué automóviles elegirías para ganar en este juego? ¿Después de cuántos segundos tus dos automóviles volverían a pasar juntos por la línea de salida? ¿Cuántas vueltas habría dado cada uno de los automóviles que elegiste?

Al estudiar esta secuencia, aprenderás a usar el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo para contestar preguntas como las anteriores.

■ Manos a la obra

Descomposición de números en factores primos

1. Trabajen en pareja. Descompongan en factores cada número, de manera que primero sean dos, después tres, y así sucesivamente, hasta que ya no se puedan descomponer. Anótenlos en cada celda.

180							
600							
3780							

- En la actividad anterior, verifiquen que en la última descomposición de cada número sólo aparezcan números primos como factores. Si hay algún factor no primo, todavía se puede descomponer.
- Ahora lean la siguiente información junto con sus compañeros de grupo y su maestro.

Cualquier número natural se puede descomponer en un producto de números primos. A esta descomposición se le llama *factorización en números primos* o *factorización prima*. Cuando uno o más factores primos se repiten, la descomposición puede expresarse usando potencias.

Por ejemplo, 1890 es un número compuesto. Su descomposición en factores primos y su representación usando potencias se muestran a continuación:

$$1890 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 2 \times 3^3 \times 5 \times 7$$

Descomposición usando potencias

Descomposición en factores con números primos

- Completen la siguiente tabla.

Número compuesto	Factorización en números primos	Representación con potencias
12		2×3^2
	$2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$	
72		$2 \times 3^3 \times 5^2$

- Consideren la factorización en números primos: $2 \times 3 \times 5 \times 7$. Con base en ella, contesten las preguntas.
 - ¿A qué número corresponde? _____
 - ¿Cuáles son los divisores primos de ese número? _____
 - Expliquen por qué la factorización de números primos muestra que el número es múltiplo de 30. _____

6. La factorización en primos de un número es $2 \times 3 \times 5^2$. Con base en ella, contesten las preguntas.

a) ¿Cuáles son todos los divisores de ese número? Deben ser 12. Completen la lista.
 {1, _____}

b) Los números 2, 3 y 5 son factores primos de 150 y también son parte del conjunto de divisores. Verifiquen que, exceptuando el 1, todos los demás divisores resultan al multiplicar dos o más factores primos. Por ejemplo, el 15 es el producto de 3×5 . ¿Cómo se obtiene el 50? _____ ¿Cómo se obtiene el 75?

7. Con sus compañeros y con apoyo del maestro, comparen sus resultados, identifiquen los errores y corrijan lo que sea necesario.

Técnicas para factorizar en primos

1. Trabajen en pareja. En la tabla relacionen la columna de números compuestos con su descomposición prima. Después, contesten.

Números compuestos	Factorizaciones primas
a) 120	() $2^2 \times 3 \times 5$
b) 180	() $2 \times 3^2 \times 5$
c) 150	() $2 \times 3 \times 5^2$
d) 240	() $2^3 \times 3 \times 5$
e) 1225	() $2 \times 3^3 \times 5$
f) 60	() $2 \times 3 \times 5^3$
g) 270	() $2^4 \times 3 \times 5$
h) 147	() $2^2 \times 3^2 \times 5$
i) 750	() $2^2 \times 3 \times 5^2$
j) 90	() $2 \times 3^2 \times 7$
k) 300	() 3×7^2
l) 126	() $5^2 \times 7^2$

a) El número 120 es el doble de 60. Expliquen en qué se parece y en qué es diferente la factorización de 120 respecto a la de 60. _____

b) En la lista anterior de números compuestos, busquen otras dos parejas, tales que un número sea el doble del otro. Verifiquen que sus factorizaciones primas se parecen y se distinguen en lo que escribieron en el inciso anterior. Anótenlas aquí. _____

c) La factorización de un número es $2 \times 3^3 \times 7$. ¿Cuál es la del doble de ese número? _____

d) La factorización de un número es $2 \times 3^4 \times 5$. ¿Cuál es la del triple de ese número? _____

e) La factorización de un número es $3^4 \times 5$. ¿Cuál es la del doble de ese número? _____
