

LIBRO PARA EL MAESTRO



Matemáticas

Tercer grado



TELSecundaria

Libro para el maestro. Matemáticas. Tercer grado. Telesecundaria fue elaborado y editado por la Dirección General de Materiales Educativos de la Secretaría de Educación Pública.

Secretaría de Educación Pública

Esteban Moctezuma Barragán

Subsecretaría de Educación Básica

Marcos Augusto Bucio Mújica

Dirección General de Materiales Educativos

Aurora Almudena Saavedra Solá

Coordinación de contenidos

María del Carmen Larios Lozano

Coordinación de autores

Olga Leticia López Escudero

Autores

Hugo Hipólito Balbuena Corro, Emilio Domínguez Bravo, Fortino Escareño Soberanes, Silvia García Peña, Olga Leticia López Escudero

Supervisión de contenidos

José Alfredo Rutz Machorro, Jessica Evelyn Caballero Valenzuela, Juanita Espinoza Estrada, Esperanza Issa González, Ana Paola Hernández González, Arturo López González, Gustavo Sánchez Arellano

Revisión técnico-pedagógica

Olimpia Figueras Mourut de Montpellier

Coordinación editorial

Raúl Godínez Cortés

Supervisión editorial

Jessica Mariana Ortega Rodríguez

Editora responsable

María Guadalupe Ambriz Rivera

Corrección de estilo

Fannie Emery Othón

Producción editorial

Martín Aguilar Gallegos

Preprensa

Citlali María del Socorro Rodríguez Merino

Iconografía

Diana Mayén Pérez, Irene León Coxtinica, María del Mar Molina Aja

Portada

Diseño: Martín Aguilar Gallegos

Iconografía: Irene León Coxtinica

Imagen: *El tianguis* (detalle), 1923-1924, Diego Rivera (1886-1957), fresco, 4.60 × 2.37 m (panel central), ubicado en el Patio las Fiestas, planta baja, D. R. © Secretaría de Educación Pública, Dirección General de Proyectos Editoriales y Culturales/ fotografía de Gerardo Landa Rojano; D.R. © 2021 Banco de México, Fiduciario en el Fideicomiso relativo a los Museos Diego Rivera y Frida Kahlo. Av. 5 de Mayo No. 2, col. Centro, Cuauhtémoc, C. P. 06059, Ciudad de México; reproducción autorizada por el Instituto Nacional de Bellas Artes y Literatura, 2021.

Primera edición, 2021 (ciclo escolar 2021-2022)

D. R. © Secretaría de Educación Pública, 2021,
Argentina 28, Centro,
06020, Ciudad de México

ISBN: 978-607-551-519-9

Impreso en México

DISTRIBUCIÓN GRATUITA-PROHIBIDA SU VENTA

Servicios editoriales

Solar, Servicios Editoriales, S. A. de C. V.

Coordinación editorial

Xiluén Yanitze Zenker de la Concha, Elizabeth González González

Formación

Rosa Virginia Cruz Cruz, Roberto Ángel Flores Angulo, Xiluén Yanitze Zenker de la Concha

Diseño

Roberto Ángel Flores Angulo

Ilustración

María Itzel Alcántara Jurado, Roberto Ángel Flores Angulo, Carolina Tovar González

Agradecimientos

La Secretaría de Educación Pública (SEP) agradece a la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) por su participación en la elaboración de este libro.

En los materiales dirigidos a las alumnas y los alumnos de Telesecundaria, la SEP emplea los términos: alumno(s), maestro(s) y padres de familia aludiendo a ambos géneros, con la finalidad de facilitar la lectura. Sin embargo, este criterio editorial no demerita los compromisos que la SEP asume en cada una de las acciones encaminadas a consolidar la equidad de género.

Presentación

Este libro fue elaborado para cumplir con el anhelo compartido de que en el país se ofrezca una educación con equidad y excelencia, en la que todos los alumnos aprendan, sin importar su origen, su condición personal, económica o social, y en la que se promueva una formación centrada en la dignidad humana, la solidaridad, el amor a la patria, el respeto y cuidado de la salud, así como la preservación del medio ambiente.

El *Libro para el maestro* es una herramienta que permite articular coherentemente el plan de estudios y el libro de texto gratuito con los materiales audiovisuales y digitales propios del servicio de Telesecundaria. Además, es un referente útil al maestro para planear los procesos de enseñanza y aprendizaje, y así obtener el máximo beneficio de la propuesta didáctica del libro para los alumnos.

Este libro está organizado en dos apartados. El primero contiene orientaciones generales relativas a la enseñanza de la asignatura, al enfoque pedagógico y a la evaluación formativa. El segundo está integrado por sugerencias y recomendaciones didácticas específicas, cuyo propósito es ofrecer al maestro un conjunto de opciones para trabajar con las secuencias del libro de texto gratuito. Dichos apartados pueden leerse de manera independiente de acuerdo con las necesidades de los maestros e intereses de sus alumnos.

En su elaboración han participado maestras y maestros, autoridades escolares, padres de familia, investigadores y académicos; su participación hizo posible que este libro llegue a las manos de todos los maestros de Telesecundaria en el país. Con las opiniones y propuestas de mejora que surjan del uso de esta obra en el aula se enriquecerán sus contenidos, por lo mismo los invitamos a compartir sus observaciones y sugerencias a la Dirección General de Materiales Educativos de la Secretaría de Educación Pública y al correo electrónico: librosdetexto@nube.sep.gob.mx.

Índice

I.	Orientaciones generales	6
1.	El objeto de estudio de las matemáticas, su pertinencia y cómo se aprenden	6
2.	Enfoque didáctico de Matemáticas	8
2.1	Aspectos generales de la enseñanza de Matemáticas	9
2.2	Condiciones en el aula para la enseñanza y el aprendizaje de Matemáticas	14
2.3	La evaluación	16
3.	La vinculación con otras asignaturas	24
4.	El libro de texto de Matemáticas para el alumno	25
5.	Materiales de apoyo para la enseñanza y el aprendizaje	26
6.	Alternativas para seguir aprendiendo como maestros	27
7.	Mapa curricular	27
II.	Sugerencias didácticas específicas	29
	Punto de partida	29
	Bloque 1	33
	Secuencia 1 Múltiplos, divisores y números primos	33
	Secuencia 2 Criterios de divisibilidad	37
	Secuencia 3 Figuras geométricas y equivalencia de expresiones de segundo grado 1	41
	Secuencia 4 Ecuaciones cuadráticas 1	44
	Secuencia 5 Funciones 1	48
	Secuencia 6 Polígonos semejantes 1	53
	Secuencia 7 Razones trigonométricas 1	56
	Secuencia 8 Teorema de Pitágoras 1	59
	Secuencia 9 Eventos mutuamente excluyentes 1	62
	Evaluación. Bloque 1	66

I. Orientaciones generales

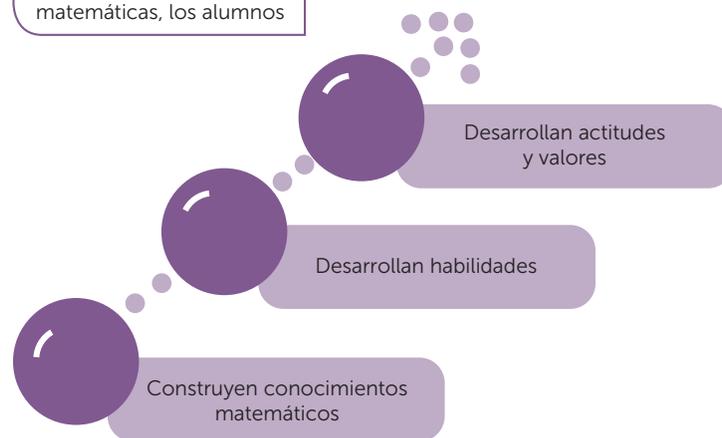
1. El objeto de estudio de las matemáticas, su pertinencia y cómo se aprenden

El objeto de estudio de las matemáticas en el tercer grado de secundaria, y desde luego en telesecundaria, es la resolución de problemas que implican factorizar números y expresiones algebraicas cuadráticas; analizar y modelizar situaciones que corresponden a relaciones funcionales y a ecuaciones lineales y cuadráticas sencillas; determinar el área de polígonos; aplicar criterios de semejanza de triángulos, razones trigonométricas y el teorema de Pitágoras, así como calcular la probabilidad de eventos mutuamente excluyentes y comparar los valores de tendencia central, desviación media y rango de dos conjuntos de datos estadísticos.

Para aprender matemáticas, además de aplicar los conocimientos matemáticos al resolver problemas, también es importante propiciar el desarrollo de las habilidades de razonamiento, generalización y síntesis; promover actitudes y valores como la **perseverancia** para encontrar la solución a un problema; **aprender a escuchar los procedimientos** y resultados que otros proponen; desarrollar la **tolerancia** para comprender que hay diferentes procedimientos y maneras de pensar; y **aceptar el error** cuando, con argumentos válidos, un compañero demuestra que la forma en que se resolvió un problema es la mejor, bien sea porque hay estrategias más eficientes, porque el tipo de valores que se tomó produce respuestas numéricas diferentes, porque el procedimiento seguido es parcialmente correcto o porque la respuesta obtenida no es la acertada, entre otras situaciones que pueden presentarse.

Ésas son algunas de las razones que facilitan la comprensión de por qué las matemáticas forman parte de la educación básica; su alto valor informativo y formativo justifica la pertinencia

Durante las clases de matemáticas, los alumnos



de su inclusión en el plan y los programas de estudio.

Por otra parte, las herramientas matemáticas que adquirirán los alumnos les permitirán resolver problemas de la vida cotidiana en ámbitos sociales, científicos y tecnológicos. Ese conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes y valores contribuye a desarrollar un pensamiento de alto nivel, como el razonamiento deductivo e inductivo mediante el estudio de la geometría; o el pensamiento numérico y algebraico, que ayuda a modelizar situaciones, simbolizarlas y manipularlas para obtener un resultado; o el razonamiento estocástico, que se fortalece con el estudio de la probabilidad y la estadística.

A lo anterior hay que agregar una razón más: las matemáticas constituyen **una parte de la cultura** que los jóvenes tienen derecho a conocer y que requieren para integrarse a la sociedad del conocimiento; además, les permite comprender y valorar que la educación puede ayudar a crear un mundo sostenible, equitativo y pacífico.¹

De acuerdo con el enfoque de resolución de problemas, se aprende matemáticas al solucio-

¹ De acuerdo con la Agenda Mundial de Educación 2030 y tomando como referencia el documento de "Educación para los Objetivos de Desarrollo Sostenible. Objetivos de aprendizaje", publicado en 2017 por la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (Unesco).

Razones de la pertinencia de enseñar matemáticas

Con las herramientas matemáticas se resuelven problemas de la vida cotidiana y de ámbitos científicos, sociales y tecnológicos

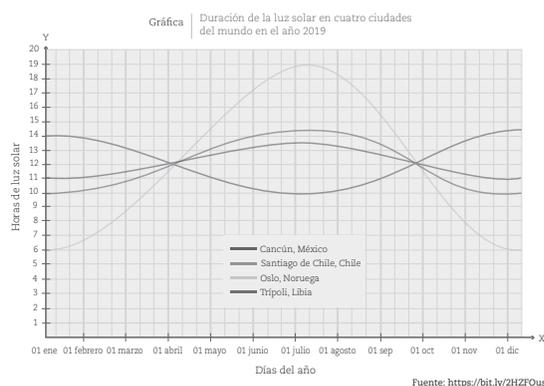
El estudio de las matemáticas desarrolla el razonamiento de los alumnos

Es parte de la cultura a la que las nuevas generaciones tienen derecho

nar problemas que permitan usar conocimientos previos, pero que, a la vez, requieran un esfuerzo cognitivo adicional que obligue a buscar nuevas estrategias de resolución y a construir nuevos conocimientos.

Por ejemplo, en la secuencia 5, "Funciones 1", particularmente en la sesión 1, para introducir el concepto de relación funcional se incluye una reflexión sobre las horas de luz solar en distintos lugares. El hecho corresponde a un fenómeno físico de nuestro planeta, el cual se puede analizar a partir de la observación, el registro, la organización y la comparación de los datos.

2. En la siguiente gráfica se muestra el flujo del cambio en las horas con luz solar durante los 365 días de 2019 en cuatro ciudades del mundo. Respondan las preguntas con base en los datos que aparecen en ella.



5. Funciones 1

Sesión 1

■ Para empezar



La duración del día, al igual que la de la noche, depende de la época del año y de la parte del mundo en la que nos encontremos. Esto se debe a que, como sabes, la Tierra efectúa un movimiento de traslación alrededor del Sol y otro de rotación sobre su propio eje, que tiene cierta inclinación respecto al Sol. ¿Qué tiene que ver esto con la duración de los días o la diferencia de estaciones a lo largo del año? Si se registrara durante un año la cantidad de horas de luz solar que hay diariamente y se graficaran los datos, ¿qué forma tendría la gráfica? ¿Sería una línea recta o una curva? En esta secuencia aprenderás a analizar casos de variación de manera cualitativa mediante la lectura e interpretación de gráficas o tablas que representan diferentes sucesos.

En este caso, la primera actividad trata de la **lectura e interpretación** de una gráfica de línea que da lugar a la segunda actividad, en la que los alumnos deberán **interpretar** varias gráficas de línea que muestran los registros de otras ciudades.

Ambas actividades tienen la finalidad de que los alumnos analicen la relación entre dos as-

■ Manos a la obra

Horas de luz solar en distintos lugares de México y del mundo

1. Trabajen en pareja. Analicen la siguiente gráfica del registro de la cantidad de horas con luz solar diarias en la ciudad de Tijuana durante 2019. Después respondan lo que se pide.



pectos de una situación que se observan para comprender las relaciones que hay en un conjunto y en la comparación entre los conjuntos de datos.

En la siguiente sesión, los alumnos **deberán destacar** que uno de los atributos de la relación entre los datos es la de dependencia, y que la lectura e interpretación de las representaciones gráficas y tabulares permiten identificarla. Este tipo de reflexiones quedan a cargo de los alumnos y deben ser promovidas por el docente.

- En grupo, y con apoyo del maestro, comenten: ¿por qué a cada fecha y a cada ciudad sólo les corresponde un dato de duración de horas en la gráfica?
- Junto con su maestro, lean y comenten lo siguiente.

En las gráficas y en las tablas de valores suele presentarse una relación de dependencia entre dos variables.

En otras ocasiones podría ocurrir que, durante la puesta en común, los alumnos comparen sus resultados y los procedimientos que utilizaron para encontrarlos, e identifiquen que hay diferentes caminos para resolver un problema y que algunos son más directos que otros. La puesta en común es también el momento en que se identifican errores y se analiza de dónde pueden surgir: una operación mal efectuada, una lectura equivocada del problema o la aplicación de una técnica que no es adecuada para resolver el problema en cuestión. De esta manera, el error se convierte en una fuente de reflexión, análisis y aprendizaje.

Sesión 2

Día a día

1. Trabajen en pareja. Consideren las gráficas de la sesión anterior para completar la tabla de abajo. Anoten la duración aproximada del día en las fechas solicitadas para cada ciudad.

Ciudad	Enero 1	Febrero 1	Marzo 21	Junio 21	Agosto 1	Septiembre 21	Noviembre 1	Diciembre 21
Tijuana	10 h					12 h		
Cancún	11 h						11 h y 30 minutos	

a) ¿Qué duración tiene el día más largo en Tijuana? _____. Y, ¿en Cancún? _____. ¿Ocurre en la misma fecha para ambas ciudades? _____

b) ¿A qué se deberá que las gráficas de Tijuana y Cancún, aun estando en México, no tengan el mismo comportamiento? _____

Al trabajar en pareja o en equipo se promueve el trabajo colaborativo, momento en el que los alumnos tienen la primera oportunidad de expresar sus ideas y enriquecerlas con las opiniones de los demás. Este tipo de interacción les permite apoyarse mutuamente, pues es probable que algunos no hayan entendido el problema o no encuentren por sí solos el camino para llegar a una solución, y que se enriquezcan las formas de comprender e iniciar la resolución de un determinado problema. Es un momento en que el apoyo entre pares es de suma importancia, debido a que muchas veces el alumno comprende mejor cuando un compañero le explica.

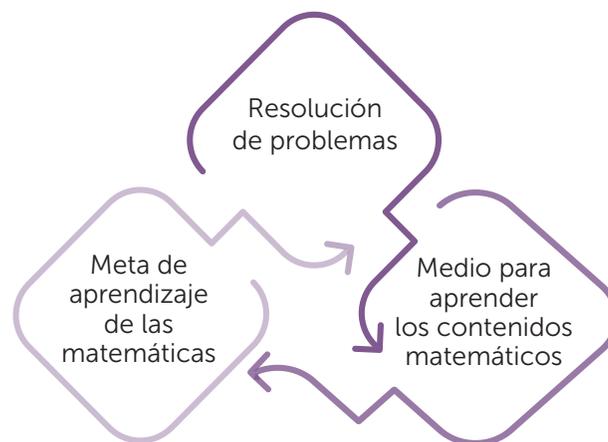
Después de la resolución de algunas actividades, se sugiere hacer una puesta en común. Esta parte de la sesión es coordinada por usted y es fundamental para que los alumnos profundicen sus reflexiones, desarrollen habilidades de comunicación y fomenten actitudes y valores.

Como se puede observar, en el caso de las actividades 4 y 5 de la sesión 2, "Día a día", de la secuencia 5, hay una pregunta y una formalización que centra la discusión.

2. Enfoque didáctico de Matemáticas

La **resolución de problemas** es una meta y, al mismo tiempo, el medio para aprender matemáticas. Es una meta porque se pretende que, al finalizar la educación básica, los alumnos sepan aplicar los conceptos, las técnicas y las habilidades matemáticas desarrolladas para resolver

Aspectos generales del enfoque de resolución de problemas y el libro de texto

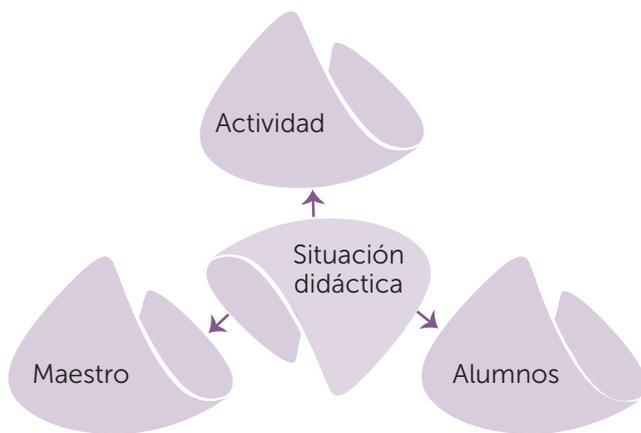


cualquier problema que lo requiera. La resolución de problemas es también un medio que les permite analizar, discutir y planear estrategias de resolución, lo cual les servirá para construir conocimientos y desarrollar habilidades.

2.1 Aspectos generales de la enseñanza de Matemáticas

a) *Cómo se construyen las situaciones didácticas de la asignatura*

Una situación didáctica abarca el escenario de la clase en su conjunto, incluida la actividad que sirve como medio para el estudio, el grupo de alumnos y el profesor.²



El punto de partida para que los alumnos estudien y aprendan matemáticas está en proponerles actividades que despierten su interés y favorezcan su reflexión. En el libro de texto, las actividades se diseñaron con base en los aprendizajes esperados señalado en el programa de estudios, y algunas de las actividades se sitúan en contextos de la vida real, es decir, se toman de diversas áreas en las que los conocimientos re-

² En el marco de la teoría de las Situaciones Didácticas desarrollada por Guy Brousseau. http://www.udesantiagovirtual.cl/moodle2/pluginfile.php?file=%2F204043%2Fmod_resource%2Fcontent%2F2%2F287885313-Guy-Brousseau-Iniciacion-al-estudio-de-la-teoria-de-las-situaciones-didacticas-pdf.pdf.

queridos tienen alguna aplicación; sin embargo, otros se dan en el campo de la propia disciplina, en la que hay una gran variedad de problemas que resultan verdaderos desafíos para los alumnos.

Un ejemplo de un problema de la vida real está en la sesión 3, “Calentadores solares” de la secuencia 7, “Razones trigonométricas 1”, en la que, para resolverlo, los alumnos deberán poner en juego diversas estrategias que quizá ya conozcan, y que les brinda la oportunidad de aprender otras formas de llegar al resultado y elegir la que les resulte más accesible.

a) Para la Ciudad de México se recomienda que la altura a la que se coloque el calentador solar sea la mitad de la medida que tiene de largo. Con base en este dato, completen la siguiente tabla.

Largo del calentador solar (m)	Altura del calentador solar (m)
1.50	0.80
1.80	
2.3	1.45

Dato interesante
Los calentadores solares son inocuos para el medio ambiente porque no emiten contaminantes, y fueron inventados hace más de un siglo!

b) El ángulo de inclinación de los calentadores solares indicados en la tabla, ¿es el mismo o varía? _____ Argumenten su respuesta. _____

Un ejemplo de problema puramente matemático son los que se plantean en la sesión 2 de la secuencia 1, “Múltiplos, divisores y números primos”.

4. Trabajen en equipo. Completen la tabla y asegúrense de que no les falta ningún factor o divisor. Después contesten las preguntas.

Número	Conjunto de factores o divisores del número	¿Cuántos factores o divisores son en total?
40		
64		
23		
81		
67		
60		

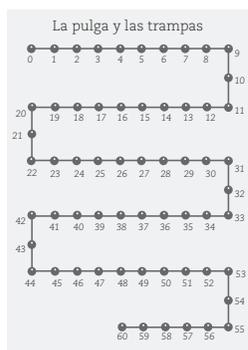
Algunos números sólo tienen dos factores o divisores distintos: el 1 y él mismo. Estos números se conocen como **números primos**.

Algunas actividades implican situaciones lúdicas, como ocurre en la sesión 1, "Divisores de un número". Los juegos tienen la ventaja del descubrimiento, en particular cuando son de estrategia. Para encontrar la opción ganadora, se deben comprender los componentes del juego, el tipo de movimientos o la forma de actuar, el objetivo y la manera de ganar. Para trazar un plan al buscar una estrategia hay que llevar a cabo una serie de pruebas. Luego se deben poner en práctica las estrategias, seleccionar las ganadoras y comprobar la validez de sus conjeturas.

■ Manos a la obra

Divisores de un número

- Reúnete con tres compañeros para jugar a "La pulga y las trampas" hasta el número 54. Utilicen el tablero que aparece en el recortable 1 de la página 271.
 - Elijan a un jugador que ponga una trampa sobre uno de los números de la línea del tablero; los demás harán saltar a la pulga.
 - Antes de hacer saltar a su pulga, cada jugador debe decir la longitud que eligió para sus saltos: de dos en dos, de tres en tres, de cuatro en cuatro, de cinco en cinco o de seis en seis.
 - Si la pulga es atrapada, se la queda quien puso la trampa. Si no cae, la conserva quien la hizo saltar.
 - En la siguiente ronda, otro jugador pone la trampa. Y continúan así hasta que todos hayan colocado trampas. Gana quien obtiene más pulgas.



En "La pulga y las trampas", el jugador que pone las trampas debe pensar en qué números es conveniente colocarlas para que los otros jugadores caigan y no puedan avanzar. Por lo general, en un principio los alumnos seleccionan números pares pequeños, pero debe pedirles que piensen, por ejemplo, en bloquear el avance de quienes saltan de 7 en 7. En el caso de los otros jugadores, deben considerar el tamaño de los saltos, de manera que puedan librar las trampas. Estas reflexiones permitirán a los alumnos pensar en divisores y múltiplos.

Es importante destacar que las actividades de estudio conforman secuencias que aumentan gradualmente su nivel de dificultad. Mediante ellas, los alumnos van conociendo técnicas cada vez más potentes y conceptos que forman parte del lenguaje propio de la asignatura, lo que les permite avanzar en la construcción del conocimiento matemático, como se observa,

por ejemplo, en las situaciones que se proponen en el trayecto formativo de las secuencias 7. "Razones trigonométricas 1", 16. "Razones trigonométricas 2" y 25. "Razones trigonométricas 3", respectivamente, en particular al dar seguimiento al contexto relacionado con las escaleras de mano. Así vemos que en la sesión 4 de la secuencia 7, los alumnos trabajan con una situación en la que una escalera está recargada en una pared y se representa mediante un triángulo rectángulo, para luego introducir implícitamente el coseno de un ángulo. Posteriormente, en el bloque 2, en la sesión 1 de la secuencia

16, se inicia el trabajo para establecer formalmente las razones trigonométricas: seno, coseno y tangente. Y, finalmente, en la actividad 3, inciso c), de la sesión 3 de la secuencia 25, los alumnos harán un proceso inverso: dado el valor de alguna de las razones trigonométricas, determinarán el ángulo de inclinación.

Sesión 4

Escaleras de mano

1. Trabajen en pareja. Observen la imagen de una escalera recargada en una pared.

El ángulo marcado con rojo es el ángulo de inclinación de la escalera.

a) Imaginen que la escalera de la imagen se desliza hacia el frente; completen la tabla en función de lo que pasaría. Usen las siguientes etiquetas.

aumenta	disminuye	queda igual
---------	-----------	-------------

La distancia de la escalera a la pared.	La altura que alcanza la escalera en la pared.	El ángulo de inclinación de la escalera.

Manos a la obra

¿Qué cambia y qué no cambia?

1. Trabajen en pareja. En la secuencia 7 se utilizó la imagen de una escalera recargada en una pared, la cual podía representarse mediante un triángulo rectángulo.



Sesión
3

¿Cuánto mide el ángulo?

1. Trabajen en pareja. En la secuencia 7 se dijo que la inclinación a la que debe colocarse un calentador solar depende de la latitud del lugar y del largo del calentador. Recuerden que el colector es la parte de los tubos del calentador solar.



b) El papel de los conocimientos previos

Un criterio importante en la elaboración de las secuencias didácticas ha sido que los alumnos entiendan qué se busca con cada actividad y adónde se quiere llegar sin que se les diga cómo hacerlo. Esto último es su responsabilidad y, a la vez, su mérito cuando han logrado obtener un resultado, aunque no necesariamente sea el que se esperaba. Para ello deben apoyarse en lo que ya saben hacer, en los conocimientos previos que les permiten entender el problema y quizá vislumbrar alguna vía de resolución.

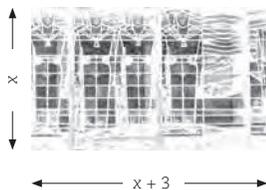
Muchas veces, sin embargo, esos conocimientos no son suficientes para llegar al resultado y, por tanto, será necesario que echen mano de algo más, quizá de la adaptación de una técnica conocida, o que busquen otra que responda a las nuevas condiciones, o que modifiquen o amplíen una idea que deja de ser cierta para todos los casos. Esto sucede en la mente de un alumno cuando se embarca en la resolución de un desafío, lo cual conforma el acto de aprender matemáticas y de aprender a aprender.

Se espera que así ocurra al resolver las actividades propuestas en la sesión 1 de la secuencia 3, "Figuras geométricas y equivalencia de expresiones de segundo grado 1", debido a que los alumnos deben encontrar primero expresiones algebraicas que corresponden al perímetro de los vitrales rectangulares, como lo estudiaron en los grados anteriores. En seguida, se les pide expresar el área de esos vitrales.

Manos a la obra

Los vitrales

1. Trabajen en pareja para contestar lo que se indica. Hilda elabora vitrales. Uno de ellos se muestra en la imagen.
 - a) Según las medidas del vitral, ¿qué forma tiene? _____
 - b) Escriban una expresión algebraica que represente el perímetro del vitral. _____
 - c) ¿Qué expresión algebraica representa el área que ocupa la superficie del vitral? _____
 - d) ¿Son equivalentes las expresiones que escribieron en b) y c)? _____ Justifiquen su respuesta. _____



Se espera que observen que las expresiones algebraicas equivalentes que representan el área de los vitrales implican el producto de la medida del largo del vitral por la medida del ancho. Y que no pueden corresponder a la suma de las medidas de los lados para obtener el perímetro, dado que el área considera dos dimensiones y el perímetro solamente una. Esa esencia debe quedar reflejada en la expresión algebraica. De ahí que, por ejemplo, en la actividad 1 de la sesión 1, al expresar el perímetro del vitral se tenga:

$$\begin{aligned}
 [x + (x + 3)] + [x + (x + 3)] &= \\
 2[x + (x + 3)] &= 2x + 2(x + 3) = \\
 2x + 2x + 2(3) &= 2x + 2x + 6 = \\
 4x + 6
 \end{aligned}$$

Mientras que el área del vitral se expresa como:

$$x(x + 3) = x(x) + x(3) = x^2 + 3x$$

c) *El papel de los intereses de los alumnos para el aprendizaje de Matemáticas*

La escuela y los docentes tienen la responsabilidad de que los intereses de los alumnos se enfoquen en las actividades de estudio que hacen cotidianamente. Es cierto que el ambiente familiar y el medio social en el que los alumnos conviven influyen en buena medida en el interés de aprender, y la escuela y el aula son lugares propicios para orientar los intereses hacia el trabajo intelectual. El gran reto para la escuela y los maestros es cambiar la clase magistral y el ejercicio memorístico por un espacio en el que los alumnos interactúen con el problema y se establezca entre ellos un ambiente de trabajo colaborativo, con la finalidad de encontrar procedimientos y resultados que pondrán a consideración de sus compañeros y analizarán con el apoyo del docente. Por ejemplo, en las actividades 5 y 6 de la sesión 1 de la secuencia 26, "Tendencia central y dispersión de dos conjuntos de datos 2", se espera que sea de interés de los alumnos señalar y registrar algunas de las situaciones que les preocupan y que las contrasten con lo que reportan los informes de las encuestas que han analizado en la sesión 3 de la misma secuencia.

Sin duda, en cualquier grupo de alumnos hay diferencias a las que hay que estar atento para evitar el desinterés y el rezago, pero eso no significa que cada alumno requiera de una actividad diferente.

5. Trabajen en equipo. Preparen tarjetas iguales a la que se muestra a la izquierda para

C		
C	1. Género	2. Estatura en cm
C	3. Color de cabello	4. Talla de calzado
C	5. Hoy, ¿cuál es una de tus preocupaciones?	
C	6. Carrera universitaria que te gustaría estudiar	
C		

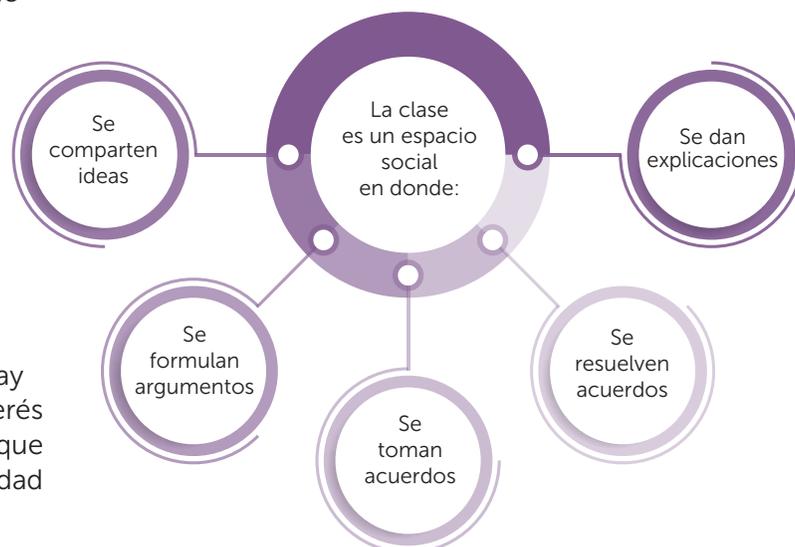
realizar una encuesta a sus compañeros de grupo o de la telesecundaria, según el número de estudiantes que haya.

Si lo consideran adecuado, incluyan alguna pregunta que les permita obtener datos sobre otro aspecto que les interese conocer relacionado con sus compañeros, grupo, escuela o comunidad.

6. Entreguen una tarjeta a cada compañero para que la completen. Posteriormente, con las respuestas registradas, formen una base de datos. Pueden elaborarla en su cuaderno o en una computadora. Los datos que obtengan los usarán en la sesión 3.

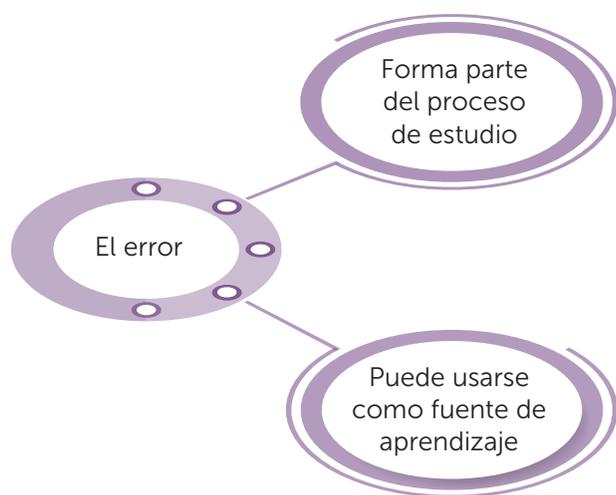
Las diferencias entre los alumnos surgirán; no obstante, se trata de que, ante un mismo problema, cada alumno o equipo de alumnos lo resuelva apoyándose en los conocimientos con que cuenta. En la puesta en común se discuten y analizan estos diferentes procedimientos.

Aunque cada alumno construye los conocimientos a su manera, la clase es un espacio social en el que las interacciones entre alumnos y maestro tienen un papel fundamental para compartir ideas, formular argumentos y explicaciones, tomar acuerdos y resolver desacuerdos, analizar, reflexionar y asimilar errores o conceptos equivocados; es el espacio idóneo para que los alumnos aprendan y se interesen por aprender cada vez más y desarrollen habilidades, actitudes y se apropien de valores, como el respeto a quien presenta puntos de vista diferentes.



d) *El error en el aprendizaje, los procesos de aprendizaje, el acercamiento al conocimiento convencional*

Cuando se piensa en un grupo de alumnos que interactúa con un problema para tratar de encontrar alguna vía de resolución y un resultado, es muy probable que se cometan errores. Éstos forman parte del proceso de estudio, y en vez de ocultarlos, dejarlos de lado o, peor aún, penalizarlos, deben plantearse al grupo para ser analizados y buscar entre todos el razonamiento que hubo detrás de ellos. Muchas veces se deben a una interpretación equivocada de lo que dice el problema; otras, a carencias de los alumnos. Lo importante es identificar las causas, en qué parte del proceso se originan y de qué manera se pueden superar.



No todos los errores merecen ser analizados y discutidos. Hay algunos casuales, como poner una cifra por otra cuando se escribe una cantidad, o dejar de lado una cantidad al sumar varias; basta con señalar esos errores en el momento.

Sin embargo, sí es importante que se analicen colectivamente los errores conceptuales o de procedimiento, poniendo en juego los argumentos de los propios alumnos y con las aclaraciones necesarias del docente, con el fin de que se conviertan en fuente de aprendizaje. Para lograrlo, se requiere crear en el aula un ambiente en el que los alumnos no se sientan incómodos

ni se inhiban cuando cometen un error; esto es, que el error no sea visto como algo reprochable.

e) *Aprender a aprender en Matemáticas*

¿Qué significa aprender a aprender en general, y en particular en **Matemáticas**? En primer lugar, aceptar que para aprender es necesario estudiar, lo que implica pensar, observar, analizar, formular hipótesis, razonar, tomar decisiones. En suma, usar la inteligencia para conocer algo que no se sabe. Bajo esta premisa, es de esperarse que lo que se aprende se convierta en un saber funcional, con vida propia y que se pueda usar, incluso de manera automática, para conocer más y lograr otros saberes. Esto es lo que significa **aprender a aprender**.

En el caso particular del estudio de los temas del eje *Número, álgebra y variación*, las siguientes recomendaciones contribuirán seguramente a que los alumnos vean las matemáticas como una disciplina útil además de interesante; permitirán atender el enfoque integrador que se da en el libro al tratamiento de los temas, al conectarlos con los de los demás ejes de la asignatura y con otros campos del conocimiento, y facilitarán el avance en espiral de los contenidos matemáticos a lo largo del ciclo secundario.

Un ejemplo sencillo es el siguiente: si en un primer momento se pide a los alumnos que enumeren el cero y los primeros 10 números naturales que al dividirse entre 5 tengan 3 como residuo, sus respuestas serán: 3, 8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, 43 y 48, y podrán enunciar la regularidad o patrón que se percibe en esta lista ordenada de números.

Más adelante se les puede pedir que representen de manera general esa lista de números y, entonces, será necesario reconocer el patrón, diferenciando entre lo que varía y lo que permanece constante. Simbolizarán con una literal lo que varía e indicarán su multiplicación por 5 para obtener, por ejemplo, $5n$, y la expresión general $5n + 3$. Y si la lista ordenada de números se alargara, la pregunta podría ser: ¿qué posición ocupa en esa lista el número 428? Ahora los alumnos se familiarizarán con una herramienta fundamental en la resolución de problemas al-

gebraicos: la ecuación. En este caso, escribirán la ecuación $5n + 3 = 428$.

Esta última cuestión permite que los alumnos perciban una relación funcional entre los números de esa lista y la posición que ocupan en ella, relación que podrán expresar algebraicamente como $y = 5x + 3$, donde la literal y representa el número en cuestión y x la posición que ocupa en la lista. Un asunto en que se insiste en tercer grado es comprender la diferencia entre los dos conceptos anteriores: la ecuación y la función.

Si los alumnos pueden explicar lo que representan las literales en cada caso, comprenden esa diferencia: en las ecuaciones la literal (o incógnita) representa un número limitado de valores, uno en las ecuaciones lineales y dos en las cuadráticas. En la ecuación lineal anterior, $5n + 3 = 428$, la literal n representa el valor 85, que es la posición que ocupa el 428 en la lista de números ordenados.

En el caso de las funciones, a las literales se les llama variables, porque el valor de una de ellas depende de la regla de correspondencia que tiene con el valor de la otra. En la función lineal $y = 5n + 3$, el valor de la variable y depende del valor de la variable x (en cada posición x hay un número distinto y). Este hecho se percibe también en las gráficas de las funciones lineales y cuadráticas.

En esta sencilla actividad hemos visto que el álgebra desempeña un papel integrador dentro del eje *Número, álgebra y variación*.

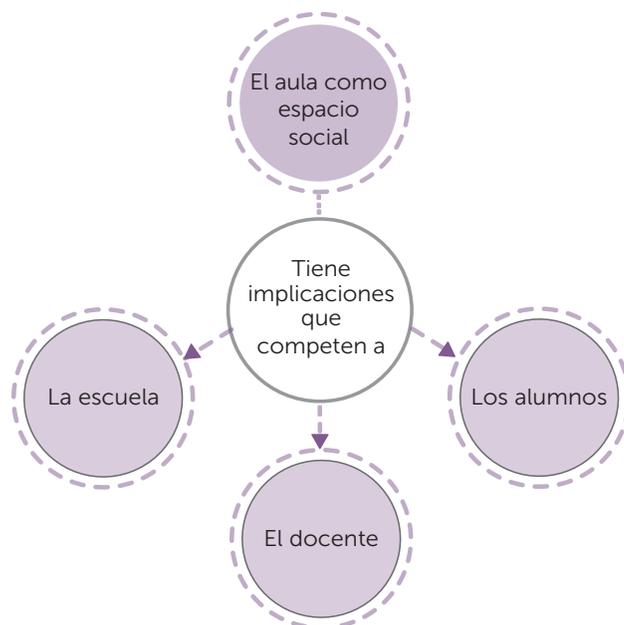
Se recomienda, además, como lo sugiere el libro, utilizar en el aula los modelos geométricos, empezando con los rectangulares, para dar sentido a las expresiones algebraicas: polinomios si se trata de representar las medidas de los lados, perímetros, áreas o volúmenes; y ecuaciones, para calcular valores desconocidos del modelo geométrico si se conoce el valor del perímetro o del área o del volumen; y relaciones funcionales al dinamizar la situación cuando se explora lo que sucede al variar una de las medidas del modelo en función de otra.

Finalmente, se debe considerar que la resolución de un problema o una situación no termina cuando los alumnos dan la respuesta aritmética o algebraica, por citar dos tipos de respuestas.

Conviene abrir un paréntesis en clase para provocar una discusión sobre las implicaciones de la situación o del problema, por ejemplo, si se trata de un contexto económico o ambiental, y sobre las medidas de prevención correspondientes, si se trata de un problema de salud, entre otros.

2.2 Condiciones en el aula para la enseñanza y el aprendizaje de Matemáticas

Concebir el aula como un espacio social en el que se construye conocimiento tiene varias implicaciones. Algunas son competencia de la escuela, otras del docente y otras de los alumnos. A la escuela le corresponde propiciar y organizar el intercambio de experiencias entre los maestros a través de la observación de la clase entre compañeros o el análisis de casos en las reuniones de Consejo Técnico Escolar. La enseñanza de las matemáticas con el enfoque de resolución de problemas debe ser un proyecto de escuela. Por lo tanto, es de vital importancia que haya continuidad de un grado a otro para que, cuando los alumnos pasen al siguiente grado escolar, no se pierda el trabajo desarrollado por un maestro que aplica este enfoque.



Asimismo, se requiere impulsar una cultura escolar en la que el tiempo destinado a la clase sea intocable, esto es, que se ocupe fundamentalmente en actividades de estudio. Tanto los alumnos como el docente deben estar concentrados en la tarea que hacen los alumnos al buscar alternativas para resolver el problema que se les planteó, mientras el docente observa lo que hacen y escucha lo que dicen, plantea preguntas o aclara dudas para que los alumnos avancen. Es recomendable que el maestro se mantenga en el aula durante las sesiones y no sea interrumpido por otro maestro, el director o algún padre de familia.

A los docentes les corresponde, sin duda, la responsabilidad mayor para que el aula sea un espacio social de construcción de conocimiento. En primer lugar, son los encargados de planear las actividades que se van a proponer a los alumnos. Aunque éstas se encuentran en el libro de texto, es necesario que el docente estudie y lea las sugerencias correspondientes en el libro para el maestro. Estas dos acciones le darán elementos para saber cuál es la intención didáctica de las actividades, las dificultades que pueden encontrar los alumnos, los posibles errores y, en general, la manera de hacer adecuaciones y guiar el proceso de estudio.

Junto con la puesta en marcha de actividades de estudio, al docente le corresponde implementar y ser consecuente con las normas de carácter didáctico que los alumnos asumirán poco a poco para ser partícipes de un clima de confianza y respeto mutuo, pero también de ruptura con los cánones que se han establecido a través del tiempo en las sesiones de matemáticas.

Le recomendamos que convierta el aula en un espacio para dialogar, compartir ideas, discutir, analizar y establecer acuerdos sobre la tarea que se haga. A usted le corresponde provocar la interacción entre los alumnos al organizar las tareas en parejas o en equipos, permitiendo que compartan interpretaciones del problema planteado, estrategias de resolución y acuerdos para compartir y confrontar con los demás compañeros.

Una vez que la mayoría de los alumnos lleguen a ciertos resultados, usted será el responsable



de organizar la interacción con el resto del grupo, a fin de que compartan ideas, analicen procedimientos diferentes, discutan la pertinencia de los resultados y lleguen a conclusiones que formarán parte de la memoria de la sesión; es decir, que se conviertan en conocimientos que tanto los alumnos como el maestro pueden traer a primer plano para que sean utilizados en otras tareas.

Igualmente, usted deberá estar al tanto de los progresos y rezagos de los alumnos y, en el segundo caso, buscará las estrategias necesarias para superar las dificultades y lograr avances. Es decir, deberá hacer ajustes a su planeación de acuerdo con las situaciones que se vayan presentando en el grupo, ya sea para retroalimentar, regresar o avanzar más en los conocimientos estudiados.

Ésta también es una forma de evaluación de la cual se hablará más adelante; sin embargo, es importante resaltar que no se limita a vigilar el desempeño de los alumnos, es necesario que reflexione acerca de las actividades que plantea al grupo y de su actuación como organizador de las tareas y el aprendizaje de sus alumnos. Por ejemplo, debe preguntarse y reflexionar en torno a si las actividades resultaron muy fáciles o muy difíciles, si lograron despertar el interés de los alumnos, o bien, si es necesario hacer algún cambio. La mejor manera de saber si una activi-

dad es adecuada para el grupo y provoca la reflexión y el interés de los alumnos es llevándola al aula, lo cual permite hacer las adecuaciones pertinentes.

A los alumnos les corresponde pensar y producir ideas para solucionar los problemas que se les plantean; intercambiar sus ideas en equipo asumiendo una responsabilidad compartida; defender sus puntos de vista y aprender a escuchar y aceptar las ideas de sus compañeros; reconocer las dificultades que tienen y tratar de superarlas con ayuda de otros.

También sabrán que su responsabilidad no es sólo encontrar respuestas, sino verificar que sean correctas, esto es, deben comprobar que responde a lo que plantea el problema. De igual forma, aprenderán que algunos problemas no tienen solución y, por lo tanto, no se verán forzados a encontrarla. Sabrán que a veces faltan datos para contestar, o sobran datos y no necesariamente se tienen que usar todos, así como que podría haber varias respuestas plausibles.

En general, se espera que los alumnos asuman una actitud participativa en las sesiones, pensando, comentando con sus compañeros las ideas y estrategias que consideran les ayudarán a resolver el problema planteado y, por otra parte, exponiendo y explicando sus razonamientos al resto del grupo. También aprenderán a escuchar las ideas de los demás para enriquecer o cambiar las propias. Asimismo, sabrán que la interacción con sus compañeros y con usted se debe desarrollar en un marco de respeto y compromiso con la tarea que están llevando a cabo.

2.3 La evaluación

La evaluación está fuertemente vinculada al proceso de estudio y consiste en recabar información, de manera permanente y continua, sobre el desempeño de los alumnos y del propio docente, así como sobre la pertinencia de las actividades de estudio, con la finalidad de emitir juicios y hacer lo necesario para mejorar lo que se evalúa.

Como se plantea una forma diferente de acercarse a los alumnos al conocimiento, se hace necesaria una manera distinta de evaluar. En este sentido, la evaluación deja de ser equivalente a la aplicación de uno o más exámenes para asignar una calificación que ineludiblemente lleva el sello personal de cada docente.

a) Evaluación inicial: *Punto de partida*

El libro de texto presenta una propuesta de evaluación denominada *Punto de partida*, la cual tiene la finalidad de que el docente cuente con un referente del conocimiento inicial de sus alumnos, para que identifique algunos de los contenidos que aún están en proceso o que representan mayor dificultad, y pueda buscar y ofrecer alternativas a los alumnos que les permitan avanzar.

Si usted considera que el instrumento es insuficiente para las finalidades señaladas, elabore su propio instrumento. Para ello se hacen las siguientes recomendaciones generales:

- Incluir datos de identificación: nombre del alumno, del docente y fecha de realización.
- Indicar el tipo de evaluación.
- Utilizar instrucciones claras y explícitas.
- Incluir preguntas, situaciones o problemas en los que se consideren conocimientos y habilidades que el alumno debiera tener con base en los aprendizajes esperados para el grado anterior.
- Dar a conocer al alumno el resultado de la evaluación con *observaciones y recomendaciones puntuales*.

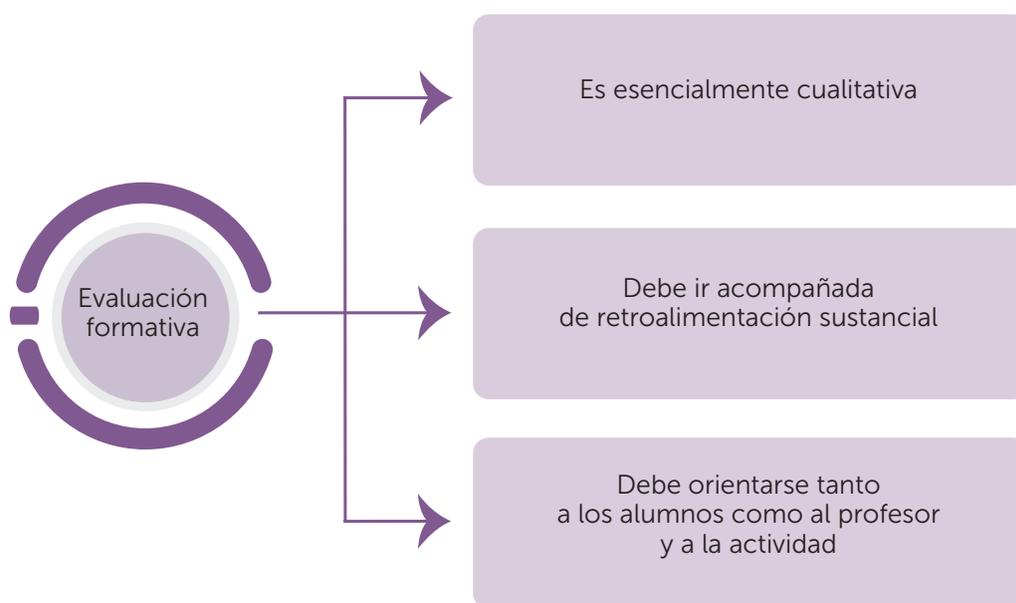
Es importante que el alumno se percate de su desempeño medido con este instrumento, con la finalidad de que conozca dónde se encuentra en ese momento y valore los avances que vaya teniendo a lo largo del curso.

b) *La evaluación formativa como parte del proceso de estudio*

La evaluación formativa se lleva a cabo mediante la observación y registro de notas durante el desarrollo de las actividades de estudio. En ella se involucran los alumnos y el docente. Su fina-

lidad es promover la reflexión, tanto del maestro como de los alumnos, sobre los avances en el aprendizaje. Se parte de las intenciones didácticas, en las que se considera que sea utilizado determinado recurso al resolver un problema (concepto, procedimiento o técnica). Suele suceder que los alumnos no usen la herramienta matemática que se espera y esto es motivo de evaluación, tanto para la actividad como para los alumnos. ¿Qué ajustes necesita la actividad

para que los alumnos se vean en la necesidad de usar tal o cual procedimiento? ¿Qué tipo de apoyos necesitan los alumnos para avanzar? Son dos preguntas que hay que tener presentes en todo momento para que el trabajo que los alumnos realizan, bajo la dirección del maestro, tenga una finalidad clara y puedan hacerse, a tiempo, los ajustes necesarios para que mejoren su aprendizaje.



De hecho, en el desarrollo de las secuencias se deben observar elementos que permitan analizar dónde se encuentra el alumno, qué herramientas usa y las que aún requiere para seguir avanzando en su aprendizaje.

Estas acciones proporcionan elementos al maestro para determinar si es necesario hacer adecuaciones a su planificación o simplemente necesita proponer una tarea diferenciada para algunos alumnos a fin de que avancen.

Entre las acciones que se requieren para que una evaluación sea considerada formativa está la *retroalimentación*, entendida como la oportunidad de analizar con mayor profundidad el trabajo realizado, planteando preguntas adicionales y dejando claramente identificados los errores cometidos.

La evaluación formativa es esencialmente cualitativa y le permite al maestro emitir juicios acerca de lo que sabe el alumno y las dificultades que debe superar, de manera que tenga elementos para informar a los padres de familia en caso de que el alumno requiera algún apoyo. La evaluación formativa permite recolectar información sobre la actividad planteada, por ejemplo, si resultó apropiada o hay que hacer ajustes o cambios. Por último, la evaluación formativa también permite al maestro darse cuenta de si es adecuado su actuar en el aula o debe cambiar la estrategia.

A continuación le proporcionamos unos ejemplos que le pueden sugerir formas de efectuar este tipo de evaluación.

AE1
Determina y usa criterios de divisibilidad y los números primos.

Aprendizaje esperado	Intenciones didácticas	Pautas para la evaluación formativa	Aspectos por considerar en el trabajo en clase
	<p>Secuencia 1</p> <p>Múltiplos, divisores y números primos</p> <p>Que los alumnos distingan los conceptos: múltiplo, divisor, número primo y número compuesto, y usen divisiones sucesivas para determinar si un número es o no primo.</p>	<p>Sesión 1</p> <p>Divisores de un número</p> <p>Determinar el conjunto de divisores de un número dado.</p>	<p>Distingue lo que es un múltiplo y lo que es un factor o divisor.</p> <p>Encuentra el conjunto de factores o divisores de un número.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Puede leer y comprender instrucciones de un juego. - Sabe trabajar en equipo y seguir indicaciones. - Conoce el conjunto de un número dado. - Divide un número entre 2, entre 3, entre 4, y así sucesivamente hasta 10. - Identifica los números que tienen más divisores. - Hace divisiones mentalmente o por escrito. - Formula enunciados con los criterios de divisibilidad.
		<p>Sesión 2</p> <p>Múltiplos y divisores de un número</p> <p>Determinar el conjunto de factores de un número y analizar su equivalencia con el conjunto de divisores. Conocer el significado de número primo y múltiplo de un número.</p>	<p>Comprende el concepto factor.</p> <p>Reconoce que el conjunto de factores de un número también es el conjunto de divisores de dicho número.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Sabe que el área es la medida de la superficie, mientras que el perímetro es la medida del contorno. - Distingue el área y el perímetro de una figura. - Analiza que el conjunto de factores es, a la vez, el conjunto de divisores de ese número. - Reconoce que el conjunto de divisores de un número ayuda a distinguirlos de los múltiplos, ya que el conjunto de divisores es finito. - Distingue dos tipos de números, los que tienen más de dos divisores y los que sólo tienen 2. - Analiza que el 1 es divisor de cualquier número natural y ellos mismos; y que a estos números se les conoce como primos.
		<p>Sesión 3</p> <p>La criba de Eratóstenes</p> <p>Conocer y usar la criba de Eratóstenes para seleccionar números primos. Conocer el significado de número compuesto.</p>	<p>Conoce el concepto de número primo. Reflexiona sobre algunas propiedades de los números primos y los números compuestos. Distingue un múltiplo de un divisor.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Escribe y determina los números primos comprendidos entre 2 y 100. - Utiliza recursos propios para determinar si un número es primo o compuesto. - Utiliza los números primos al resolver problemas numéricos. - Hace cálculos mentalmente de números primos menores que 10.



Aprendizaje esperado	Intenciones didácticas		Pautas para la evaluación formativa	Aspectos por considerar en el trabajo en clase
<p>Número, álgebra y variación Tema: Número</p> <p>AE1 Determina y usa criterios de divisibilidad y los números primos.</p>	<p>Secuencia 2</p> <p>Criterios de divisibilidad</p> <p>Que los alumnos resuelvan problemas que implican determinar si un número entero es o no divisible entre otro número entero menor o igual que 10.</p>	<p>Sesión 1</p> <p>Divisibilidad entre 3</p> <p>Usen el criterio de divisibilidad entre 3, al resolver problemas.</p>	<p>Usa los criterios de divisibilidad entre tres al resolver problemas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Sabe leer y comprender un problema. - Plantea preguntas a partir de la información que se da en un problema. - Sabe cuándo utilizar el algoritmo de la resta, suma, multiplicación y división. - Comprende que <i>ser divisible significa que el residuo de la división es cero</i>. - Sabe utilizar la divisibilidad entre 3 para hacer referencia a la suma de las cifras de algún número en cuestión. - Maneja indistintamente las expresiones "es divisible entre" o "es múltiplo". - Para la solución de problemas procede por ensayo y error. - Aplica adecuadamente el criterio de divisibilidad entre 3.
		<p>Sesión 2</p> <p>Divisibilidad entre 2 o entre 5</p> <p>Apliquen los criterios de divisibilidad entre 2, 5, 3 y 10 al resolver problemas.</p>	<p>Emplea los criterios de divisibilidad entre 2, 3, 5 y 10 al resolver problemas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Identifica alguna característica común que tengan los múltiplos de 2. - Identifica alguna característica común que tengan los múltiplos de 5. - Puede formular una idea que defina los múltiplos de 2. - Puede formular una idea que defina los múltiplos de 5. - Sabe formular los <i>criterios de divisibilidad</i> entre 2 y 5. - Resuelve ejercicios que implican la divisibilidad entre 2, 3 y 5. - Comprende que son divisibles entre 2 todos los números que terminan en cifra par (0, 2, 4, 6 u 8). - Sabe que <i>son divisibles entre 5 todos los números que terminan en 0 o en 5</i>. - Comprende que <i>son divisibles entre 10 todos los números que terminan en 0</i>. - Usa los criterios de divisibilidad para resolver cuestionamientos. - Puede descomponer números en factores primos.



Aprendizaje esperado	Intenciones didácticas		Pautas para la evaluación formativa	Aspectos por considerar en el trabajo en clase
Número, álgebra y variación Tema: Número		<p>Sesión 3</p> <p>Divisibilidad entre 4 y entre 6</p> <p>Describan los criterios de divisibilidad entre 4 y entre 6 al resolver problemas.</p>	<p>Utiliza el criterio de divisibilidad entre 4 y 6 al resolver problemas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Reconoce que si un número es divisible entre 4 es porque hay que fijarse en el número formado por las dos últimas cifras y que todos los números de la derecha son divisibles entre 4, mientras que los de la izquierda no. - Reconoce que la divisibilidad entre 6 tiene algo que ver con la divisibilidad entre 2 y entre 3. - Identifica, sin hacer la división, los números que son divisibles entre 4. - Analiza que son divisibles entre 6 los números que terminan en cifra par, es decir, son divisibles entre 2. Y la suma de todas las cifras sea múltiplo de 3. - Reconoce que <i>son divisibles entre 4 todos los números naturales cuyas dos últimas cifras forman un número divisible entre 4</i>. Son divisibles entre 6 todos los números naturales cuya última cifra es par y la suma de sus cifras es múltiplo de tres. - Sabe cuándo un número cumple con la condición de ser múltiplo común de 3, 5 y 6.
		<p>Sesión 4</p> <p>Algo más sobre los criterios de divisibilidad</p> <p>Usen los criterios de divisibilidad al resolver diversos problemas.</p>	<p>Resuelve diversos problemas con el uso de los criterios de divisibilidad.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Sabe cuándo algunos números son divisibles entre 9 y los encierra en un óvalo. - Reconoce las características que tienen en común los números que son divisibles entre 9. - Comprende cuándo un número es divisible entre 2, 3, 5, 6, 9 y 10. - Puede resolver operaciones que implican la divisibilidad entre 2, 6 y 3. - Sabe identificar los números que cumplen con las condiciones de divisibilidad entre 2, 3, 5, 9 y 10. - Resuelve problemas que impliquen utilizar los criterios de divisibilidad.

Por otra parte, durante la puesta en común el maestro habrá de notar quiénes participan y quiénes no, con el objeto de animar a estos últimos a que lo hagan.

Suele suceder que alguien, que por lo general no participa, sugiere una buena idea para llegar a la solución. En estos casos conviene usar un anecdotario. Se requiere una libreta o un tarjetero y

destinar una hoja o una tarjeta para cada uno de los alumnos. En el anecdotario se registran únicamente los hechos que se salen de lo común, con la idea de conservar algunas de las ideas o formas de actuar de los alumnos que permitan apreciar sus procesos de aprendizaje. A continuación, a manera de ejemplo, se muestra una nota que pudiera corresponder a un alumno.

Alumno x	Grado: 3º Sec.	Fecha: 9/09/20
Han pasado tres semanas de clases en las que x no había participado, pero ahora lo hizo con una explicación clara del procedimiento que utilizaron en su equipo para resolver un problema que implicaba el uso de ecuaciones cuadráticas. Es necesario animarlo para que siga participando.		

Además del anecdotario, hay otros recursos para recabar información sobre el desempeño de los alumnos. Por ejemplo: el libro de texto, el cuaderno de trabajo, la lista de registro de actividades, la carpeta de trabajos, rúbricas, listas de cotejo y los ejercicios que realizan de manera periódica. A continuación se proporciona un ejemplo de estos instrumentos.

Rúbrica				
Nombre del estudiante: Jazmín Tello		Grado: 3º	Bloque 1	Fecha: 29/09/20
Eje temático: Forma, espacio y medida		Grupo: A		
Tema: Figuras y cuerpos geométricos		Secuencia: 6. Polígonos semejantes 1		
Aspectos observables	Hace lo esperado	En proceso	Enfrenta dificultades (no hace lo esperado)	Total
Razonamiento geométrico	Resuelve todo tipo de problemas que implica construir polígonos semejantes porque identifica cuáles son las características y propiedades que deben cumplir.	Soluciona algunos problemas que implican construir polígonos semejantes, ya que no considera todos los aspectos que debe cumplir un par de polígonos para ser semejantes.	En la construcción de polígonos semejantes se percibe que omite considerar la proporcionalidad de los lados y la igualdad de los ángulos.	
Ponderación	25%	20%	15%	
Estrategias y procedimientos	Reconoce figuras a escala como figuras semejantes y las traza correctamente.	Identifica algunas figuras a escala como figuras semejantes y sólo traza correctamente algunas.	No reconoce figuras a escala como figuras semejantes y no las traza correctamente porque no identifica el valor de la escala o la proporcionalidad entre los lados.	
Ponderación	25%	20%	15%	
Conceptos matemáticos	Puede describir que dos polígonos son semejantes si sus ángulos son iguales respectivamente, y sus lados correspondientes son proporcionales, esto es, que existe entre ellos la misma razón de proporcionalidad.	Identifica que dos polígonos son semejantes si sus ángulos son iguales respectivamente y sus lados correspondientes son proporcionales, esto es, que hay entre ellos la misma razón de proporcionalidad.	No sabe que dos polígonos son semejantes si sus ángulos son iguales respectivamente y sus lados correspondientes son proporcionales, esto es, que existe entre ellos la misma razón de proporcionalidad.	
Ponderación	25%	20%	15%	
Explicaciones	Expone de manera oral y escrita los conocimientos y procedimientos que utiliza para construir polígonos semejantes y utilizar criterios de semejanza de triángulos.	Presenta de manera oral los conocimientos y procedimientos que utiliza para construir polígonos semejantes y utiliza criterios de semejanza de triángulos.	No expresa de forma clara los conocimientos y procedimientos que utiliza para construir polígonos semejantes y utilizar criterios de semejanza de triángulos.	
Ponderación	25%	20%	15%	
Observaciones generales:				

Lista de cotejo

Nombre del estudiante: Jazmín Tello	Grado: 3° Grupo: A	Bloque: 1	Fecha: 29/10/20
Eje temático: Número, álgebra y variación Tema: Ecuaciones	Secuencia 4. Ecuaciones cuadráticas 1		

Criterios de evaluación	Sí	No	Puntaje
Distingue la diferencia entre una ecuación de primer grado y una de segundo grado.			
Representa algebraicamente datos de un problema.			
Formula ecuaciones de primer grado y de segundo grado sencillas.			
Identifica las dos raíces de una ecuación de segundo grado a partir de su representación gráfica.			
Utiliza lenguaje algebraico para representar datos.			
Reconoce que una ecuación cuadrática o de segundo grado con una incógnita es una ecuación en la que el mayor exponente de la incógnita es 2.			
Sabe que las ecuaciones cuadráticas tienen una raíz o raíces dobles o dos raíces diferentes o no tiene raíces definidas en el conjunto de los números reales.			
Discrimina entre la solución de la ecuación y la solución del problema.			
Soluciona ecuaciones de una gráfica con la ecuación cuadrática.			
Sabe que las soluciones o raíces de una ecuación cuadrática se pueden observar al graficar la función con la que está asociada y corresponden a las abscisas de los puntos en los cuales la gráfica se interseca con el eje X; en estos casos, los valores de la ordenada son 0. También sabe que una ecuación cuadrática puede no tener raíces reales y, en consecuencia, la gráfica de la función no cruzará el eje de las abscisas.			
Plantea y resuelve, por ensayo y error, ecuaciones de segundo grado cuya relación con el problema le es clara.			
Observaciones del maestro:			

c) La evaluación sumativa

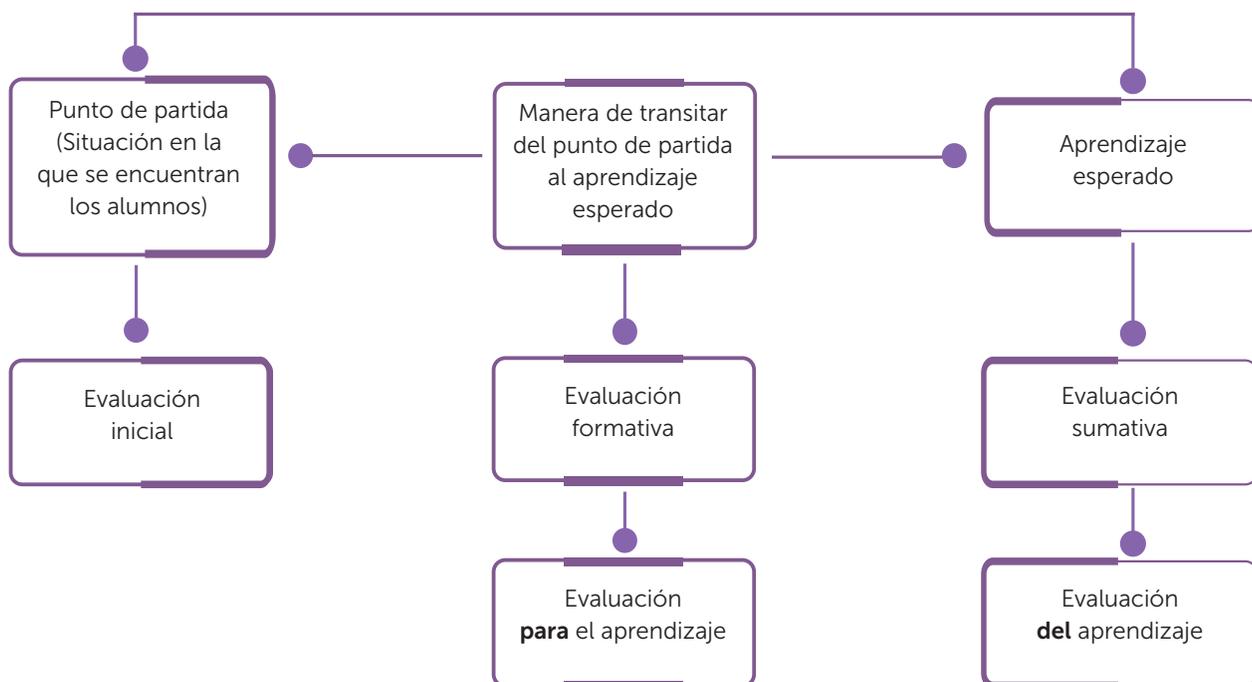
Este tipo de evaluación consiste en dar una calificación cuya escala es del 1 al 10. Debe reflejar lo que usted ha observado en las actuaciones de los alumnos desde que inició el proceso (**Punto de partida**) hasta el punto al que ha llegado en el momento de asentar dicha calificación.

Por otra parte, es importante que esta evaluación se acompañe de evidencias del trabajo que el alumno ha realizado, de los comentarios y sugerencias que usted le ha dado acerca de su desempeño y de las tareas adicionales que le ha

propuesto para superar los obstáculos, o bien, para avanzar en la construcción de sus conocimientos.

La calificación parcial o final no puede ni debe ser resultado de una sola prueba. Si así fuera, la evaluación formativa no tendría ningún sentido. Afortunadamente, el maestro de telesecundaria trabaja con un solo grupo, conoce muy bien a sus alumnos y cuenta con información suficiente para emitir una calificación basada en criterios claros.

El diagrama de la siguiente página resume lo anterior:



Esta manera diferente de evaluar los logros alcanzados va de la mano con el proceso de estudio. Así, mientras los alumnos diseñan y prueban una estrategia para resolver un problema, usted observa lo que hacen y escucha cómo piensan, se da cuenta de qué alumnos tienen dificultades y toma nota de ello para tratar de apoyarlos en la superación de sus dificultades, así como para evaluar las actividades que el libro o usted plantean.

Hay una evaluación adicional que no refleja necesariamente el avance de los alumnos, pero que tiene una gran importancia.

Cuando se elige una actividad para plantear a un grupo de alumnos, no hay certeza sobre lo que va a suceder. ¿Les resultará interesante? ¿Muy fácil? ¿Muy difícil? ¿Tediosa? Es hasta el momento de aplicarla cuando se pueden responder estas preguntas y tomar las medidas necesarias. Si en el proceso de estudio intervienen el maestro, los alumnos y la actividad que se plantea, la evaluación debe aplicarse a los tres elementos.

d) La autoevaluación docente

Usted debe también analizar su propia actuación: ¿faltó dar una información que era importante?

¿Proporcionó alguna información que no debía haber dado? ¿Dejó demasiado tiempo para la actividad y ya no alcanzaron a realizar la puesta en común? ¿Hubiera sido mejor que organizara a los alumnos en equipos? Generalmente, estos y otros cuestionamientos surgen de manera natural como consecuencia de la manera de trabajar y abonan a su formación profesional docente.

Usted puede emitir juicios en relación con la actividad que planteó a partir de la reacción de los alumnos y, como se dijo, la forma en que gestionó la clase le permite darse cuenta de su propio desempeño.

Evaluar a uno mismo no es tarea fácil. Se puede ser muy duro o excesivamente laxo; en ninguno de los casos se logra la mejor forma de acompañar a los alumnos en su proceso de aprendizaje. Por esto la observación entre pares es también una propuesta para mejorar y seguir aprendiendo sobre la tarea docente. Así, el intercambio de ideas, sugerencias y estrategias entre compañeros docentes se vuelve una necesidad si se quiere lograr un mejor desempeño.

3. La vinculación con otras asignaturas

Todas las personas, desde el nacimiento, aprendemos de manera integral, por lo que es importante establecer en la educación formal la relación que tienen los aprendizajes en las diferentes asignaturas y la manera en que ese aprendizaje se convierte en cimiento sobre el cual se construyen nuevos conocimientos.

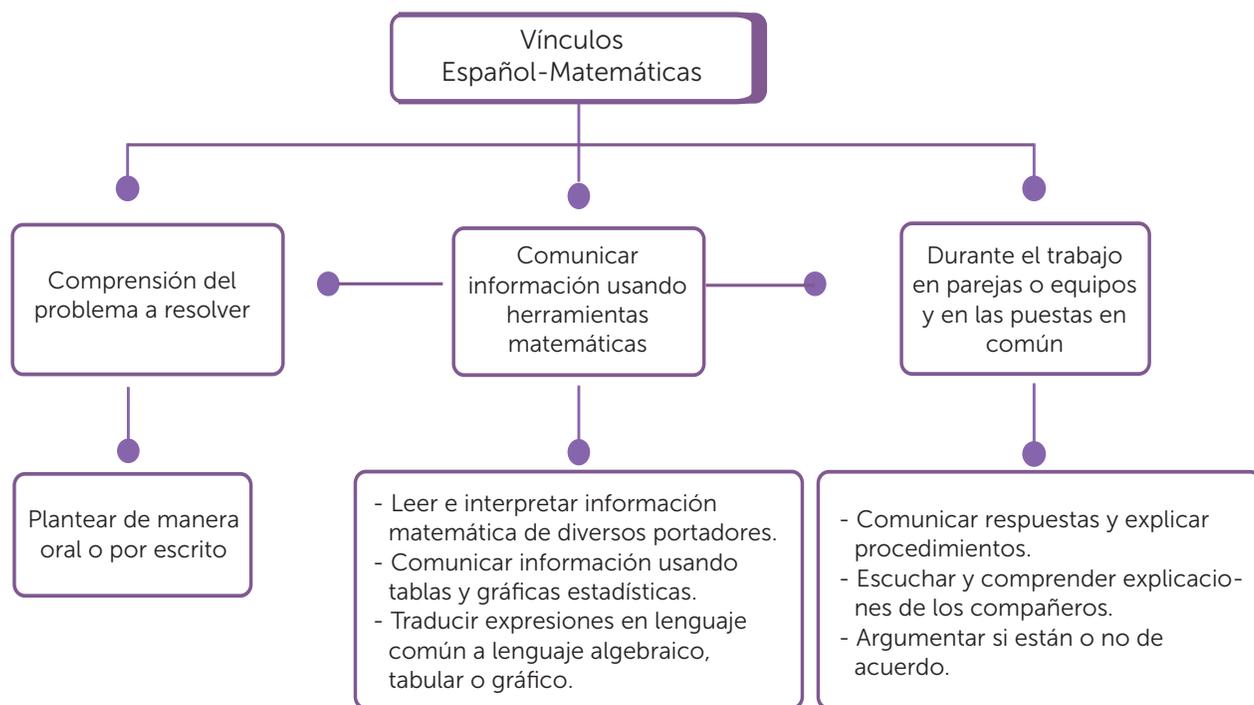
La vinculación de las matemáticas con otras asignaturas puede darse de manera inherente y estar presente de modo continuo en las sesiones de matemáticas, o bien a partir de los contextos seleccionados para plantear los problemas que se resolverán con herramientas matemáticas.

En el primer caso se tiene la vinculación de las matemáticas con la asignatura de español; un ejemplo clásico es la necesidad de que los alumnos comprendan el problema que se pide resolver, ya sea que usted lo plantee de mane-

ra oral o por escrito. Si se trata de un problema planteado por escrito (por ejemplo, las actividades del libro de texto), es importante la comprensión lectora.

Otra manera en que esta asignatura se emplea durante las clases de Matemáticas se refiere a los contenidos relacionados con la comunicación de la información a través de herramientas matemáticas, por ejemplo, cuando se traslada información numérica estadística a tablas o gráficas estadísticas, cuando se lee e interpreta información matemática de diversos portadores (diarios, revistas, internet, etcétera) o cuando se traducen expresiones que están en el lenguaje común al lenguaje algebraico, tabular o gráfico.

Cuando se hacen puestas en común, al ceñirse al enfoque de resolución de problemas también se establece un vínculo con la asignatura de español, ya que los alumnos tienen que comunicar sus respuestas y explicar los procedimientos que siguieron, así como escuchar los de sus compañeros o argumentar si están o no de acuerdo con lo que se está discutiendo.



Por otra parte, a partir del análisis del documento curricular se identificaron vínculos puntuales con otras asignaturas, mismos que están identificados como una sección flotante en las sesiones de las secuencias del libro de texto del alumno, y en el del maestro aparecen indicadas en la ficha descriptiva, al inicio de las recomendaciones para trabajar cada secuencia de las que aparecen en la segunda parte de esta guía.

Un ejemplo es el vínculo señalado en la sesión 1 de la secuencia 5, "Funciones 1", entre la situación problemática que se presenta y el tema de Geografía en el que se mencionan diferentes mapamundis de la Tierra con la intención de que los alumnos los utilicen para localizar las ciudades a las que se hace referencia en la secuencia.

La importancia de señalar estas vinculaciones está en la idea de lograr que los alumnos vean sus aprendizajes como algo que les permite saber más no sólo acerca de una asignatura en particular, sino que estos aprendizajes les permiten comprender otros de diversa índole y las habilidades que se desarrollan en cierta área de estudio también apoyan y son útiles para la construcción de otros conocimientos.

Vínculo con... Geografía

Revisa el libro de Geografía de primer grado para retomar algunos de sus mapamundis y resolver la actividad 3 de esta página. También puedes encontrarlo en internet en la liga bit.ly/2xhRaIR. Consulta las páginas 67 o 69.

4. El libro de texto de Matemáticas para el alumno

Cada uno de los aprendizajes esperados señalados en el plan y los programas de estudio se desglosaron en contenidos que se desarrollan mediante propuestas de aprendizaje en secuencias didácticas distribuidas en tres bloques. El

libro de texto *Matemáticas. Tercer grado* de Telesecundaria está conformado por dos volúmenes, el primero contiene 9 secuencias que integran el bloque 1, mientras que en el volumen II se incluyen 18 secuencias que corresponden a los bloques 2 y 3 para obtener un total de 27 secuencias didácticas. Una secuencia didáctica puede abarcar de tres a cinco sesiones.

Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3
1. Múltiplos, divisores y números primos	10. Mínimo común múltiplo y máximo común divisor 1	20. Mínimo común múltiplo y máximo común divisor 2
2. Criterios de divisibilidad	11. Figuras geométricas y equivalencia de expresiones de segundo grado 2	21. Figuras geométricas y equivalencia de expresiones de segundo grado 3
3. Figuras geométricas y equivalencia de expresiones de segundo grado 1	12. Funciones 2	22. Ecuaciones cuadráticas 3
4. Ecuaciones cuadráticas 1	13. Ecuaciones cuadráticas 2	23. Funciones 3
5. Funciones 1	14. ¿Ecuación o función?	24. Polígonos semejantes 3
6. Polígonos semejantes 1	15. Polígonos semejantes 2	25. Razones trigonométricas 3
7. Razones trigonométricas 1	16. Razones trigonométricas 2	26. Tendencia central y dispersión de dos conjuntos de datos 2
8. Teorema de Pitágoras 1	17. Teorema de Pitágoras 2	27. Eventos mutuamente excluyentes 3
9. Eventos mutuamente excluyentes 1	18. Tendencia central y dispersión de dos conjuntos de datos 1	
	19. Eventos mutuamente excluyentes 2	

Cada secuencia didáctica está conformada por tres componentes didácticos: *Para empezar*

(inicio), *Manos a la obra* (desarrollo) y *Para terminar* (cierre).



Para empezar. Presenta un escrito breve que da un panorama sobre aspectos generales que refieren e introducen al tema de estudio.

En *Manos a la obra* se proponen actividades de estudio para lograr la intención didáctica de cada secuencia. Las actividades están conformadas por situaciones problemáticas que corresponden a la edad y características de los alumnos de este grado; además se pretende despertar el interés en los alumnos y que corresponden a conceptos, procedimientos y habilidades a desarrollar.

Para terminar. Esta sección está integrada con actividades en las que los alumnos concretan lo aprendido durante la secuencia a través de la resolución de situaciones o problemas, de tal manera que puedan evidenciar el nivel de logro alcanzado.

5. Materiales de apoyo para la enseñanza y el aprendizaje

La propuesta educativa del libro de texto se complementa con recursos audiovisuales e informáticos que apoyarán a los alumnos en su aprendizaje. Los programas audiovisuales están diseñados en función del tratamiento de los contenidos desarrollados en el libro de texto; en ellos se conjuga la imagen, el movimiento y el sonido para motivar, ejemplificar, profundizar o consolidar lo estudiado en la secuencia. En cada secuencia se integran uno o dos audiovisuales, identificados por el nombre correspondiente y un ícono.

5. Observen el recurso audiovisual *Ecuaciones cuadráticas 1* para analizar las características de las ecuaciones de segundo grado.



Los recursos informáticos están diseñados para que los alumnos tengan oportunidad de aplicar, practicar y fortalecer los contenidos o procedimientos principales de cada secuencia.

Al igual que los audiovisuales, en cada secuencia se integra un recurso informático que se identifica por el nombre que le corresponde y un ícono.

6. Utilicen el recurso informático *Análisis de ecuaciones cuadráticas* para continuar analizando gráficas y expresar algebraicamente ecuaciones lineales y cuadráticas.



Tanto los recursos audiovisuales como los informáticos estarán disponibles en un repositorio especial para Telesecundaria, con el fin de que se puedan utilizar tantas veces como sean necesarias.

6. Alternativas para seguir aprendiendo como maestros

El trabajo docente, tal como se plantea en párrafos anteriores, es una tarea compleja que implica un alto nivel de profesionalización. No es nada fácil conducir debates entre los alumnos, apoyarlos para que logren comunicar sus ideas de manera clara y obtener algunas conclusiones como resultado de la puesta en común, usar el error como fuente de aprendizaje o poner contra ejemplos cuando un alumno ha construido concepciones no apropiadas. Para ello se necesita un conocimiento sólido de la disciplina, altas expectativas sobre los alumnos, una gran apertura para dar entrada a diferentes formas de pensar y una gran calidad humana para brindar apoyo y seguridad a los alumnos que se rezagan.

Los docentes de Telesecundaria afrontan una complejidad mayor por el hecho de atender todas las asignaturas. En este servicio educativo, la condición de tener un dominio sólido en las disciplinas pasa a un segundo plano a cambio de contar con materiales que guíen puntualmente los procesos de estudio y de asumir la responsabilidad de leerlos y utilizarlos, al mismo tiempo que tales materiales deben brindar libertad para hacer las adecuaciones que consideren necesarias en función del contexto social y las características de los alumnos que integran el grupo.

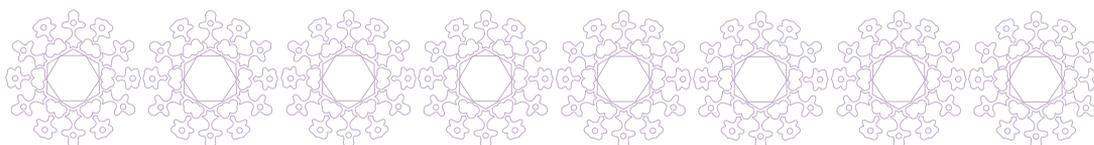
Ningún maestro se puede mostrar arrogante al pensar que lo sabe todo, ya que puede darse el caso de que los alumnos propongan algún procedimiento que el maestro no conocía, o hagan alguna pregunta para la cual no se tiene una respuesta. Es válido decir "no sé", o "no lo había pensado de esa manera", lo cual debería ser algo normal para los alumnos, siempre y cuando el ambiente que se experimente en el aula sea la búsqueda de alternativas de solución. Se debe tener en cuenta que el maestro es la persona con más experiencia, pero no por eso está obligado a tener siempre todas las respuestas.

La profesionalización del docente, mencionada al inicio de este punto, se logra en el día a día, con los aciertos y los errores, mediante el intercambio de experiencias con otros maestros, en la medida en que en el centro de trabajo se hable de la práctica docente y se emprendan acciones conjuntas para mejorar.

En la propuesta que ponemos a consideración de los maestros de Telesecundaria se cuenta con audiovisuales dirigidos a la práctica docente, algunos se refieren a la profundización del contenido matemático y otros a la didáctica de dichos contenidos. En las sugerencias para el trabajo con los diferentes contenidos encontrará la guía de los audiovisuales que se elaboraron para apoyar la labor docente.

7. Mapa curricular

En la siguiente página se presenta la manera en que se plantea lograr los aprendizajes esperados del grado con el desarrollo de las secuencias para apoyarlo a usted en su planeación anual.



Eje	Tema	Aprendizajes esperados	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3
			Nombre de las sesiones		
Número, álgebra y variación	Número	AE1 Determina y usa criterios de divisibilidad y los números primos.	1. Múltiplos, divisores y números primos		
			2. Criterios de divisibilidad		
		AE2 Usa técnicas para determinar el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor.		10. Mínimo común múltiplo y máximo común divisor 1	20. Mínimo común múltiplo y máximo común divisor 2
	Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes	AE5 Formula expresiones de segundo grado para representar propiedades del área de figuras geométricas y verifica equivalencia de expresiones, tanto algebraica, como geométricamente.	3. Figuras geométricas y equivalencia de expresiones de segundo grado 1	11. Figuras geométricas y equivalencia de expresiones de segundo grado 2	21. Figuras geométricas y equivalencia de expresiones de segundo grado 3
	Ecuaciones	AE3 Resuelve problemas mediante la formulación y la solución algebraica de ecuaciones cuadráticas.	4. Ecuaciones cuadráticas 1	13. Ecuaciones cuadráticas 2	22. Ecuaciones cuadráticas 3
	Funciones	AE4 Analiza y compara diversos tipos de variación a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica, que resultan de modelar situaciones y fenómenos de la física y de otros contextos.	5. Funciones 1	12. Funciones 2	23. Funciones 3
	Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes	AE6 Diferencia las expresiones algebraicas de las funciones y de las ecuaciones.		14. ¿Ecuación o función?	
Forma, espacio y medida	Figuras y cuerpos geométricos	AE7 Construye polígonos semejantes. Determina y usa criterios de semejanza de triángulos.	6. Polígonos semejantes 1	15. Polígonos semejantes 2	24. Polígonos semejantes 3
		AE8 Resuelve problemas utilizando las razones trigonométricas seno, coseno y tangente.	7. Razones trigonométricas 1	16. Razones trigonométricas 2	25. Razones trigonométricas 3
	Magnitudes y medidas	AE9 Formula, justifica y usa el teorema de Pitágoras.	8. Teorema de Pitágoras 1	17. Teorema de Pitágoras 2	
Análisis de datos	Estadística	AE10 Compara la tendencia central (media, mediana y moda) y dispersión (rango y desviación media) de dos conjuntos de datos.		18. Tendencia central y dispersión de dos conjuntos de datos 1	26. Tendencia central y dispersión de dos conjuntos de datos 2
	Probabilidad	AE11 Calcula la probabilidad de ocurrencia de dos eventos mutuamente excluyentes.	9. Eventos mutuamente excluyentes 1	19. Eventos mutuamente excluyentes 2	27. Eventos mutuamente excluyentes 3