

LIBRO PARA EL MAESTRO



Matemáticas
Segundo grado



TELEsecundaria

Matemáticas. Segundo grado. Telesecundaria. Libro para el maestro fue elaborado y editado por la Dirección General de Materiales Educativos de la Secretaría de Educación Pública.

Secretaría de Educación Pública

Esteban Moctezuma Barragán

Subsecretaría de Educación Básica

Marcos Augusto Bucio Mújica

Dirección General de Materiales Educativos

Aurora Almudena Saavedra Solá

Coordinación de la serie

Lino Contreras Becerril

Coordinación de contenidos

María del Carmen Larios Lozano

Coordinación de autores

Olga Leticia López Escudero

Autores

Hugo Hipólito Balbuena Corro, Silvia García Peña,

Olga Leticia López Escudero

Supervisión de contenidos

José Alfredo Rutz Machorro, Jessica Evelyn Caballero Valenzuela,

Juanita Espinoza Estrada, Esperanza Issa González,

María Luisa Luna Díaz

Revisión técnico-pedagógica

Teresa de Jesús Mezo Peniche, Oscar Alfredo Palmas Velasco

Coordinación editorial

Raúl Godínez Cortés

Supervisión editorial

Jessica Mariana Ortega Rodríguez

Cuidado de la edición

Karla Patricia Esparza Martínez

Lectura

María Fernanda Heredia Rojas

Producción editorial

Martín Aguilar Gallegos

Actualización de archivos

Citlali María del Socorro Rodríguez Merino

Preprensa

Citlali María del Socorro Rodríguez Merino

Iconografía

Diana Mayén Pérez, Irene León Coxtinica, Emmanuel Adamez Téllez

Portada

Diseño: Martín Aguilar Gallegos

Iconografía: Irene León Coxtinica

Imagen: *Los cargadores* (detalle), 1923-1924, Jean Charlot (1898-1979), fresco, 4.69 × 2.30 m, ubicado en el Patio de las Fiestas, planta baja, D. R. © Secretaría de Educación Pública, Dirección General de Proyectos Editoriales y Culturales/fotografía de Gerardo Landa Rojano; reproducción autorizada por el Instituto Nacional de Bellas Artes y Literatura, 2021; D. R. © Sociedad Mexicana de Autores de las Artes Plásticas.

Primera edición impresa y digital, 2019

Primera reimpresión, 2021 (ciclo escolar 2021-2022)

D. R. © Secretaría de Educación Pública, 2019,

Argentina 28, Centro,

06020, Ciudad de México

ISBN: 978-607-551-296-9

Impreso en México

DISTRIBUCIÓN GRATUITA. PROHIBIDA SU VENTA

Servicios editoriales

Solar, Servicios Editoriales, S. A. de C. V

Coordinación

Elizabeth González González

Formación

Víctor Daniel Abarca Hernández, Rosa Virginia Cruz Cruz

Diseño

Roberto Ángel Flores Angulo

Ilustración

Roberto Ángel Flores Angulo, David Núñez Bahena

En los materiales de Telesecundaria, la Secretaría de Educación Pública (SEP) emplea los términos: alumno(s), maestro(s) y padres de familia aludiendo a ambos géneros, con la finalidad de facilitar la lectura. Sin embargo, este criterio editorial no demerita los compromisos que la SEP asume en cada una de las acciones encaminadas a consolidar la equidad de género.

Presentación

Este libro fue elaborado para cumplir con el anhelo compartido de que en el país se ofrezca una educación con equidad y excelencia, en la que todos los alumnos aprendan, sin importar su origen, su condición personal, económica o social, y en la que se promueva una formación centrada en la dignidad humana, la solidaridad, el amor a la patria, el respeto y cuidado de la salud, así como la preservación del medio ambiente.

El *Libro para el maestro* es una herramienta que permite articular coherentemente el plan de estudios y el libro de texto gratuito con los materiales audiovisuales y digitales propios del servicio de Telesecundaria. Además, es un referente útil al maestro para planear los procesos de enseñanza y aprendizaje, y así obtener el máximo beneficio de la propuesta didáctica del libro para los alumnos.

Este libro está organizado en dos apartados. El primero contiene orientaciones generales relativas a la enseñanza de la asignatura, al enfoque pedagógico y a la evaluación formativa. El segundo está integrado por sugerencias y recomendaciones didácticas específicas, cuyo propósito es ofrecer al maestro un conjunto de opciones para trabajar con las secuencias del libro de texto gratuito. Dichos apartados pueden leerse de manera independiente de acuerdo con las necesidades de los maestros e intereses de sus alumnos.

En su elaboración han participado maestras y maestros, autoridades escolares, padres de familia, investigadores y académicos; su participación hizo posible que este libro llegue a las manos de todos los maestros de Telesecundaria en el país. Con las opiniones y propuestas de mejora que surjan del uso de esta obra en el aula se enriquecerán sus contenidos, por lo mismo los invitamos a compartir sus observaciones y sugerencias a la Dirección General de Materiales Educativos de la Secretaría de Educación Pública y al correo electrónico: librosdetexto@nube.sep.gob.mx.

Índice

I. Orientaciones generales	6
1. El objeto de estudio de las matemáticas, su pertinencia y cómo se aprenden	6
2. Enfoque didáctico de Matemáticas	9
2.1 Aspectos generales de la enseñanza de Matemáticas	9
2.2 Condiciones en el aula para la enseñanza y el aprendizaje de Matemáticas	15
2.3 La evaluación	17
3. La vinculación con otras asignaturas	25
4. El libro de texto de Matemáticas para el alumno	27
5. Materiales de apoyo para la enseñanza y el aprendizaje	30
6. Alternativas para seguir aprendiendo como maestros	31
7. Mapa curricular	32
II. Sugerencias didácticas específicas	34
Punto de partida	34
Bloque 1 Los huracanes y Leonardo, una unión matemática indisoluble	
Secuencia 1 Multiplicación y división de números decimales positivos	37
Secuencia 2 Multiplicación y división de fracciones positivas	40
Secuencia 3 Multiplicación de números enteros	43
Secuencia 4 Proporcionalidad directa e inversa	46
Secuencia 5 Sistemas de ecuaciones 2×2 . Método gráfico	49
Secuencia 6 Sucesiones y expresiones equivalentes 1	52
Secuencia 7 Figuras geométricas y equivalencia de expresiones 1	55
Secuencia 8 Polígonos 1	58
Secuencia 9 Conversión de medidas 1	61
Secuencia 10 Perímetro y área de polígonos regulares	64
Secuencia 11 Volumen de prismas	66
Secuencia 12 Probabilidad clásica 1	68
Evaluación	71

I. Orientaciones generales

1. El objeto de estudio de las matemáticas, su pertinencia y cómo se aprenden

¿Qué tienen que aprender los alumnos en la asignatura de Matemáticas?

Una respuesta inmediata es, por supuesto, *matemáticas*. En efecto, los alumnos tienen que construir **conocimientos matemáticos**: aprender a multiplicar números decimales, resolver una ecuación, trazar un polígono regular, interpretar una gráfica de línea o calcular la probabilidad de que al lanzar una moneda caiga águila.

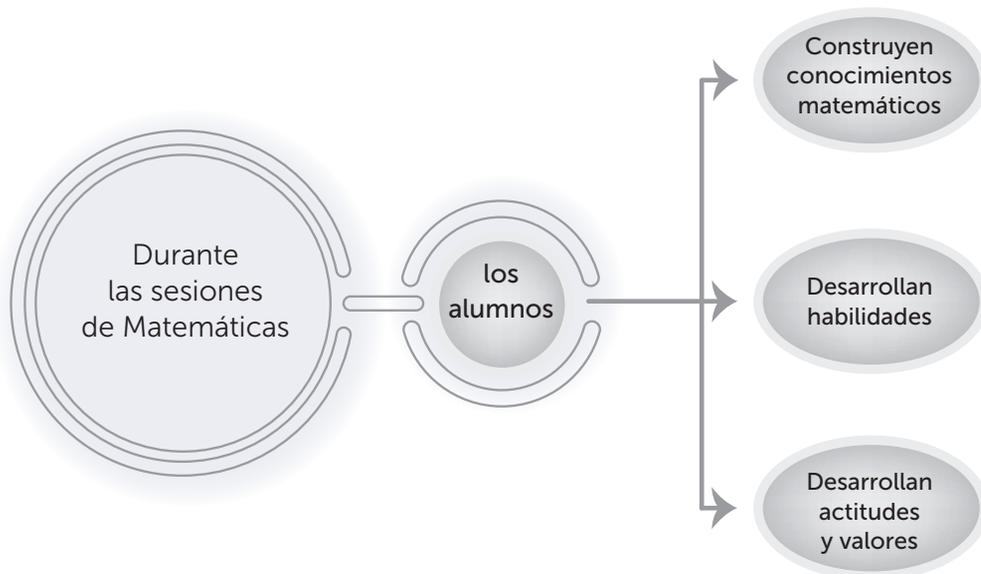
Una reflexión más cuidadosa nos lleva a preguntarnos: ¿sólo tienen que aprender conocimientos matemáticos? Por fortuna, pueden aprender algo más: a aplicar esos conocimientos matemáticos al resolver problemas, es decir, aprender matemáticas implica desarrollar **habilidades** para usar las herramientas de esta asignatura cuando se enfrentan a un problema.

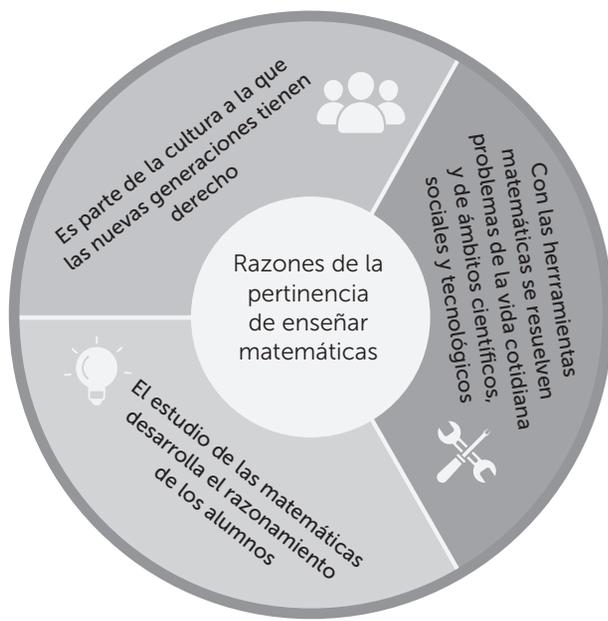
El enfoque que se propone para la enseñanza de Matemáticas permite, además de construir conocimientos matemáticos, desarrollar las habilidades para comunicar la información de la asignatura usando el lenguaje propio de la misma, dar argumentos que justifiquen los procedimientos y razonamientos que permitieron llegar a un resultado; asimismo, promueve **actitudes y**

valores, como la *perseverancia* para encontrar la solución a un problema; *aprender a escuchar* los procedimientos y resultados que otros proponen; *tolerancia*, para comprender que hay diferentes procedimientos y maneras de pensar; y *aceptar el error* cuando, con argumentos válidos, un compañero demuestra que la manera en que se resolvió un problema no es la correcta.

Lo expuesto permite comprender por qué las matemáticas forman parte de la educación básica; su alto valor informativo y formativo justifica la pertinencia de su inclusión en el plan y los programas de estudio.

Por otra parte, las herramientas matemáticas permiten resolver problemas de la vida cotidiana y de ámbitos sociales, científicos y tecnológicos, además de desarrollar en los alumnos un pensamiento de alto nivel, como el razonamiento deductivo e inductivo mediante el estudio de la geometría, o el pensamiento numérico y algebraico que ayuda a modelar situaciones, simbolizarlas y manipularlas para obtener un resultado, o el pensamiento aleatorio que se desarrolla con el estudio de la probabilidad y estadística. Esto implica alcanzar un pensamiento abstracto que, entre otras cualidades, los faculte para buscar el bien a través de la verdad. A esto hay que agregar una razón más: las matemáticas constituyen una parte de la cultura que niños y jóvenes tienen derecho a conocer





y que requieren aprender para integrarse a la sociedad del conocimiento, pues son un instrumento poderoso para ejercer la libertad como ciudadanos, en tanto que son más capaces de analizar con rigor las situaciones. Las matemáticas son una herramienta para la autonomía pues los alumnos están más preparados para interpretar críticamente datos y argumentos, así como para reconocer cuando éstos son manipulados.

Lograr que los alumnos construyan conocimientos, desarrollen habilidades y adquieran actitudes y valores mediante el estudio de las matemáticas es un aspecto transversal que depende en gran medida de la manera en la que se trabaja en el aula, en particular con el enfoque de resolución de problemas propuesto para esta asignatura y cuya premisa principal es: se aprende matemáticas al solucionar problemas que permitan usar conocimientos previos, pero que a la vez requieran un esfuerzo cognitivo adicional que obligue a buscar nuevas estrategias de resolución.

Cuando se pensaba que sólo era importante que los alumnos aprendieran conocimientos matemáticos, la mayor parte de las veces sin que tuvieran sentido para ellos, se creía que bastaba con buenas explicaciones, esto es, se le daba un gran peso a la forma de transmitirlos. Por ejemplo, la lección siguiente acerca de proporcionalidad directa que se muestra en un libro de sexto grado de primaria de la década de 1960.

Lección de proporcionalidad en un libro de texto de 1960

Cuando se desconoce uno de los cuatro términos de una proporción, o sea, una cuarta proporcional, se coloca en su lugar una letra. Ejemplos:

$$\frac{2}{3} = \frac{a}{6} \quad \frac{3}{4} = \frac{9}{b} \quad \frac{5}{6} = \frac{c}{18} \quad \frac{7}{8} = \frac{21}{d}$$

Aplicando la propiedad de que el producto de los medios es igual al producto de los extremos, el valor del término desconocido se encuentra así:

$$3a = 2 \times 6 \quad a = \frac{2 \times 6}{3} \quad a = 4$$

$$3b = 4 \times 9 \quad b = \frac{4 \times 9}{3} \quad b = 12$$

$$6c = 5 \times 18 \quad c = \frac{5 \times 18}{6} \quad c = 15$$

$$7d = 8 \times 21 \quad d = \frac{8 \times 21}{7} \quad d = 24$$

Generalizando lo anterior, se establece:

Un medio desconocido es igual al producto de los extremos dividido entre el medio conocido.

Un extremo desconocido es igual al producto de los medios dividido entre el extremo conocido.

Después de esa explicación se presentaban ejemplos del uso de una proporción en la resolución de problemas:

2. Un kilogramo de azúcar vale \$ 1.80. ¿Cuánto valen 350 gramos?

	Gramos	=	Precio
Proporción:	$\frac{1\,000}{350}$		$\frac{1.80}{x}$
Resolución:	$1\,000x = 1.80 \times 350 \quad x = \frac{(1.80 \times 350)}{1\,000} \quad x = 0.63$		
Resultado:	$x = \$0.63$		

Observe que, al trabajar esta lección, los alumnos no construían los conocimientos, sino que estaban dados en forma de receta en la que se indicaba paso a paso lo que se debía hacer para llegar a un resultado. Esta manera de trabajar está muy distante de desarrollar habilidades porque se les dice cómo resolver el problema aplicando lo que se les acaba de explicar.

Para este mismo contenido, en el libro de texto de Telesecundaria para este grado, se comienza con un problema que resolverán en pareja, con la finalidad de que compartan ideas y encuentren al menos un procedimiento para obtener los datos que faltan en la tabla (bloque 1, secuencia 4. "Proporcionalidad directa e inversa", sesión 1, *Matemáticas. Segundo grado*).

El problema es similar al ejemplo que se presenta en el libro citado, pero en este caso no se les dice cómo resolverlo ni se les da una explicación previa del contenido. Se espera que usen la información proporcionada en el anuncio, así como los conocimientos con los que cuentan y, a partir de eso, busquen alguna vía para obtener los valores faltantes. La cantidad de agua gastada en 5 minutos está en el anuncio, basta con que lean la infografía para obtener ese dato. Además, seguramente todos los alumnos saben que al doble de tiempo (10 minutos), le corresponderá el doble de agua gastada (200 litros), pero, ¿qué cantidad de agua se gastará en una ducha de seis minutos? La búsqueda de este dato es lo que permite que los alumnos piensen más allá de lo que ya saben. Esta búsqueda los llevará a encontrar el valor unitario, la cantidad de agua gastada en un minuto y, con este dato, podrán encontrar los demás. Estas reflexiones quedan a cargo de los alumnos, aunque sean promovidas por el docente.

Al trabajar en pareja o en equipo se promueve el trabajo colaborativo, momento en el que los alumnos tienen la primera oportunidad de expresar sus ideas y enriquecerlas con las opiniones de los demás. Este tipo de interacción les permite apoyarse mutuamente; es probable que algunos no hayan logrado entender el problema o no encuentren por sí solos un camino para llegar a una solución; o, en su defecto, se enriquecen las formas de abordar los problemas planteados. En este momento el apoyo entre pares es de suma importancia, pues muchas veces el alumno comprende mejor cuando un compañero le explica.



Después de la resolución de algunos problemas, en la actividad 3 de esta secuencia se sugiere hacer una puesta en común. Este momento de la sesión es coordinado por el docente y es fundamental para que los alumnos profundicen en sus reflexiones, desarrollen habilidades de comunicación y adquieran actitudes y valores. Durante la puesta en común los alumnos comparan sus resultados y los procedimientos que utilizaron para encontrarlos, y con ello se dan cuenta de que para resolver un problema hay diferentes caminos, algunos más cortos o más directos, por consiguiente probablemente más claros. Contrariamente a lo que se suele pensar, no se trata nada más de que todas las parejas o todos los equipos digan lo que hicieron, es un momento para analizar y discutir algo que resulta de interés para todos y en el que se pueden formular algunas conclusiones con el apoyo del maestro.

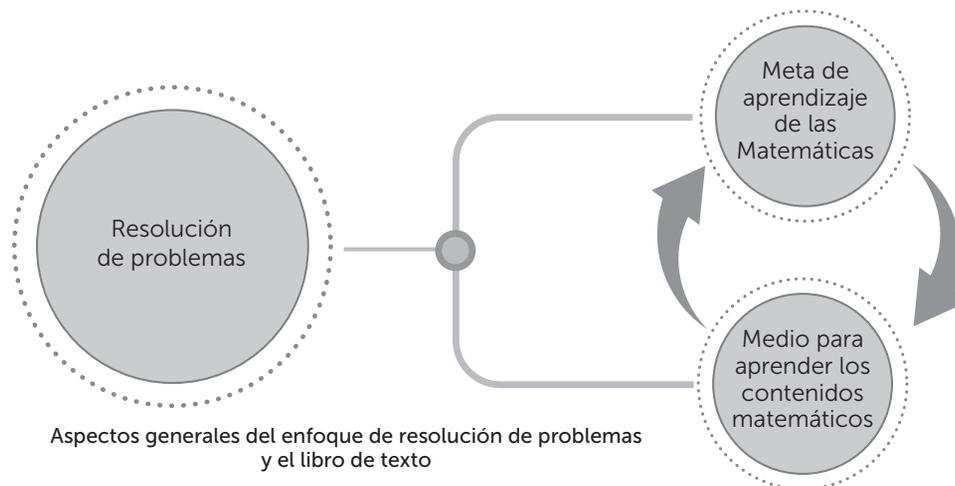
La puesta en común es también el momento en que se identifican errores y se analiza de dónde provienen. Algunas fuentes pueden ser: una operación mal realizada, una lectura equivocada del problema o la aplicación de una técnica que no es adecuada para el problema en cuestión. De esta manera el error se convierte en una fuente de reflexión, análisis y aprendizaje sobre lo que se está trabajando. Es así como se deposita en los alumnos no sólo la responsabilidad de resolver los problemas que se plantean, sino de explicar por qué los procedimientos utilizados y los resultados encontrados son correctos o incorrectos.

2. Enfoque didáctico de Matemáticas

La **resolución de problemas** es el eje alrededor del cual gira el estudio de las matemáticas, es una meta y, al mismo tiempo, el medio para aprenderlas.

Es una meta porque se pretende que, al finalizar la educación básica, los alumnos puedan

usar los conceptos, las técnicas y las habilidades matemáticas desarrolladas para resolver cualquier problema que lo requiera. Y resolver problemas es también un medio que les permite analizar, discutir y desplegar estrategias de resolución, lo cual les servirá para construir conocimientos y desarrollar habilidades.



2.1 Aspectos generales de la enseñanza de Matemáticas

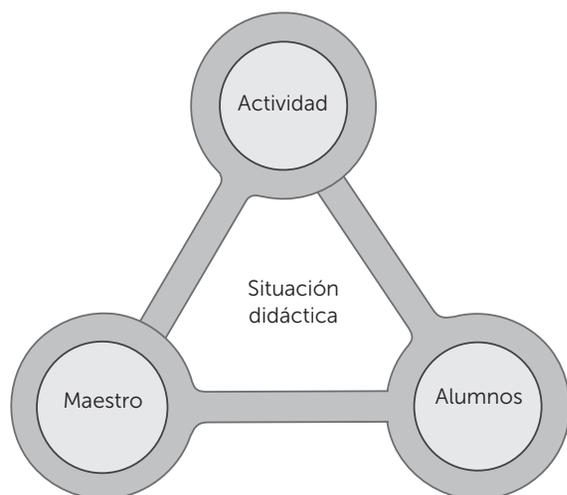
■ Cómo se construyen las situaciones didácticas de la asignatura

Una situación didáctica comprende el escenario de la sesión en su conjunto, incluyendo la acti-

vidad que sirve como medio para el estudio, el grupo de alumnos y el maestro.¹

El punto de partida para que los alumnos estudien y aprendan matemáticas está en presentarles actividades que despierten su interés y favorezcan su reflexión. En el libro de texto, las actividades se diseñaron con base en los aprendizajes esperados que señalan los programas de estudio; algunos se sitúan en contextos de la vida real, es decir, se toman de diversas áreas en las cuales los conocimientos que se abordan tienen alguna aplicación; sin embargo, otros se dan en el campo de la propia disciplina, en la que hay una gran variedad de problemas que resultan verdaderos desafíos para los alumnos.

Un ejemplo de un problema de la vida real es el que se plantea a los alumnos en la sesión 4, "Problemas con polígonos regulares", de la secuencia 10, "Perímetro y área de polígonos regulares". Aquí los estudiantes ponen en juego diversos conocimientos que posiblemente ya tienen, pero además les brinda la oportunidad

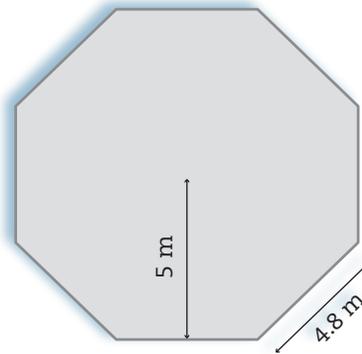


¹ En el marco de la Teoría de las Situaciones Didácticas desarrollada por Guy Brousseau.





Quiosco de Chignahuapan, Puebla



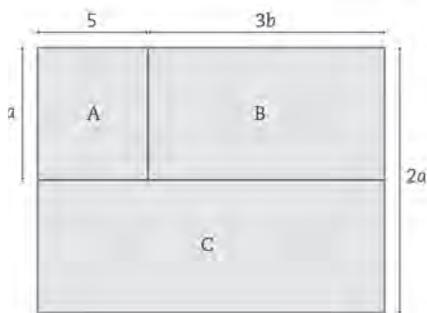
Ejemplos de problemas puramente matemáticos son los que se plantean en la sesión 2, "Expresiones equivalentes para perímetros y áreas", de la secuencia 7. "Figuras geométricas y equivalencia de expresiones 1". En éstos,

los estudiantes deben formular expresiones algebraicas

equivalentes, tanto para el área como para el perímetro de una figura, verificar que efectivamente son equivalentes, compararlas con otras

de conocer otras formas de llegar al resultado y elegir la que les resulte más accesible.

- Formen un equipo para realizar las siguientes actividades. Regresemos al problema del campo de tulipanes. Ya se calculó una parte de su área, ahora obtengan el área total tomando como base el procedimiento que utilizaron anteriormente.



- Obtengan la expresión algebraica con la que se determina el área de *todo* el campo de tulipanes, utilizando sólo las medidas de cada uno de sus lados. _____
- Encuentren otra expresión algebraica distinta con la que se pueda calcular la misma área. _____
- Verifiquen las equivalencias de ambas expresiones asignando una serie de valores numéricos. Pueden auxiliarse de una tabla como la siguiente:

Valores:		Áreas	
		Primera expresión:	Segunda expresión:
<i>a</i>	<i>b</i>		

- Intercambien sus respuestas con las de otro equipo. ¿Obtuvieron las mismas expresiones algebraicas? En caso de que sean distintas, comprueben que se llegue al mismo resultado con cualquiera de las expresiones que obtuvo el otro equipo.

Dos expresiones algebraicas son equivalentes si para cualquier valor que se les asigne a sus literales se obtiene el mismo resultado. Por ejemplo, en estas dos expresiones:

$2(a + b) + 3(a + 5) = 2b + 5(a + 3)$, al asignarle a la literal *a* el valor de 1 y a *b* el de 3, se obtendrá una identidad.

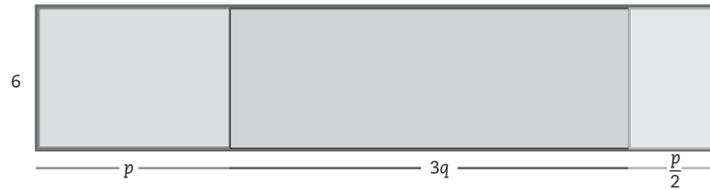
$$2(1 + 3) + 3(1 + 5) = 6 + 5(1 + 3)$$

$$8 + 18 = 6 + 20$$

$$26 = 26$$



3. Observen el siguiente dibujo.



y justificar si lo son o no, lo cual les permite desarrollar capacidades cognitivas de análisis, inferencia, abstracción y deducción.

No está por demás hacer énfasis en que las actividades de estudio propuestas en el libro no son aisladas, están organizadas de manera gradual de acuerdo con cierto nivel de dificultad, secuenciadas y formuladas para que los alumnos adquieran de manera progresiva los conocimientos, habilidades y actitudes según su edad escolar, de manera que los conceptos que forman parte del lenguaje propio de la asignatura les permitan avanzar en el conocimiento matemático.

El papel de los conocimientos previos

Un criterio importante para la elaboración de las secuencias de actividades ha sido que los alumnos entiendan qué se busca en cada problema o actividad, a dónde se quiere llegar sin que se les diga cómo hacerlo. Esto último es su responsabilidad y su propio mérito cuando han logrado obtener un resultado, aunque no sea necesariamente el que se espera. Para ello deben apoyarse en lo que ya saben hacer, en los conocimientos previos que les permiten entender el problema y quizá vislumbrar alguna



1. Resuelve de manera individual el siguiente problema. Adriana va a decorar su salón de clases para un festejo y ha decidido hacer tiras de globos rosas y azules conforme el modelo que se observa a la izquierda.

- Describe el arreglo que tiene la tira de globos. _____
- Adriana le pide ayuda a Paola para elaborar las tiras de globos y le señala en qué lugares debe colocar los globos azules. ¿Cómo le indicarías a Paola la manera de colocarlos? _____
- Si se continúa con la tira de globos, ¿de qué color será el globo que ocupe el lugar 42? _____ ¿Y el lugar 60? _____
- Si la tira tendrá 100 globos, ¿cuántos globos azules necesitarán? _____
- Compara tus respuestas con las de tus compañeros; en particular, comenten la manera en que describieron el arreglo de globos y acuerden un procedimiento o regla para saber de qué color es el globo en las posiciones que se indicaron.
- Escriban a continuación el procedimiento o regla que acordaron. _____

Seguiremos trabajando con sucesiones numéricas. Ahora obtendrás y escribirás la regla que las determina, mediante dos o más expresiones algebraicas equivalentes.



vía de resolución. Sin embargo, muchas veces esos conocimientos no son suficientes para conseguir el resultado y, por lo tanto, será necesario que echen mano de algo más, quizá de adaptar alguna técnica conocida, buscar otra que responda a las nuevas condiciones, modificar o ampliar una idea que deja de ser cierta para todos los casos. Esto sucede en la mente de un alumno cuando se embarca en la resolución de un desafío, además de muchos otros fenómenos que allí se conjuntan y que conforman el acto de aprender y de aprender a aprender.

Por ejemplo, analicemos el problema 1 de la sesión 1, "¿De qué color?", correspondiente a la secuencia 6, "Sucesiones y expresiones equivalentes 1".

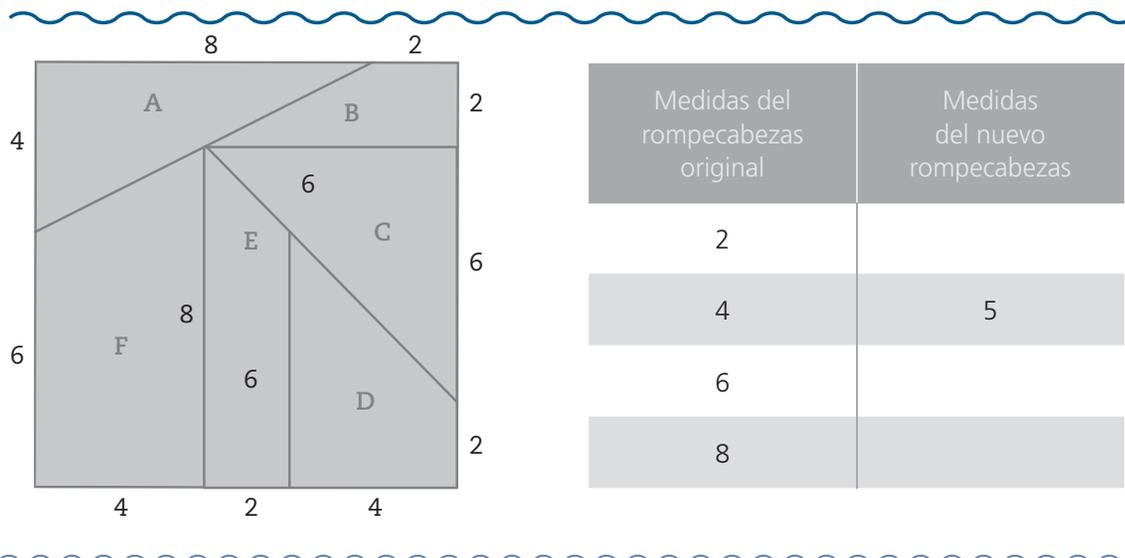
Los alumnos pueden describir la sucesión de manera verbal y responder de igual manera la primera pregunta. Para la segunda y tercera preguntas es probable que dibujen la sucesión hasta los lugares que se indican, o bien, que se apoyen en los conocimientos aritméticos que poseen al descubrir que los globos azules corresponden a múltiplos de cuatro. Sin embargo, les resultará más difícil responder la última pregunta recurriendo al mismo método. Aun sabiendo que 100 es múltiplo de 4, y que por lo tanto en ese lugar va un globo azul, será necesario que analicen la relación entre el lugar que ocupa un globo,

si este número es de la forma $4n$, y cuál es el valor de n cuando, en este caso, $4n = 100$.

■ El papel de los intereses de los alumnos para el aprendizaje de Matemáticas

La escuela y los docentes tienen la responsabilidad de que los intereses de los alumnos se enfoquen hacia las actividades de estudio que realizan cotidianamente. Es cierto que el ambiente familiar y el medio social en el que los alumnos conviven influyen en buena medida en su interés por aprender, pero la escuela y el aula son, por antonomasia, lugares propicios para orientar los intereses hacia el trabajo intelectual. El gran reto para la escuela y los maestros consiste en cambiar la clase magistral y el ejercicio memorístico por un espacio en el que los alumnos interactúen con el problema y se establezca entre ellos un ambiente de trabajo colaborativo con la finalidad de encontrar procedimientos y resultados que pondrán a consideración de sus compañeros y analizarán con el apoyo del docente.

Sin duda en cualquier grupo de alumnos hay diferencias, a las cuales hay que estar atento para evitar el desinterés y el rezago, pero eso no significa que cada alumno requiera de una actividad diferente. Por ejemplo, considere el



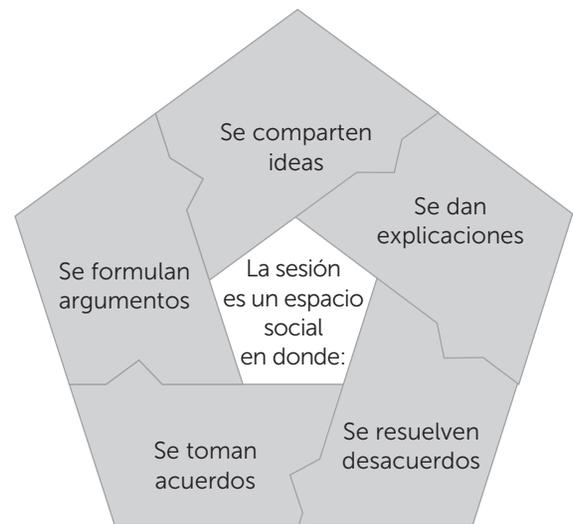
problema de la página anterior, propuesto en la actividad 1 de la sesión 5, "Rompecabezas", de la secuencia 2, "Multiplicación y división de fracciones positivas":

Las diferencias entre los alumnos surgirán en el momento en que cada uno trate de construir su pieza. Saben que un lado que mide 4 en el rompecabezas original, deberá medir 5 en la pieza que van a construir, pero, ¿cuánto debe medir un lado que mide 2? ¿Y uno que mide 6? ¿Y uno que mide 8? Algunos alumnos persistirán en usar la estrategia aditiva, que consiste en sumar lo mismo a todas las medidas. En este caso, si de 4 aumentó a 5, lo que mide 2 aumentará a 3 y este mismo criterio se usará con las demás medidas. Gracias a un atributo de este problema, al intentar armar el rompecabezas se darán cuenta de que las piezas no embonan, lo que les indica que la estrategia usada no funciona.

Otros alumnos pensarán que si a una medida de 4 le corresponde 5, a una medida de 1, que es la cuarta parte de 4, debe corresponderle la cuarta parte de 5, que es $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$, de manera que a una medida de 2 le corresponde dos veces $1\frac{1}{4} = 2\frac{1}{2}$. Esta estrategia, que se conoce como *el cálculo del valor unitario*, permite calcular las medidas que se requieren.

Es probable que otros alumnos usen un razonamiento más complejo. Pensarán de entrada que las nuevas medidas deben ser proporcionales a las originales para que el rompecabezas tenga la misma forma. Se preguntarán, entonces, ¿por cuánto hay que multiplicar 4 para obtener 5? La respuesta es $\frac{5}{4}$, así habrán encontrado el factor de proporcionalidad o factor de escala que permite calcular las medidas que se requieren. Se trata de un mismo problema, **pero cada alumno o cada equipo de alumnos lo resuelve apoyándose en los conocimientos con los que cuenta**; en la puesta en común se deben discutir y analizar estos diferentes procedimientos.

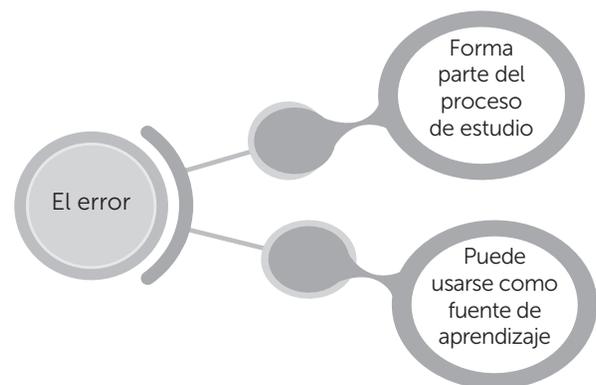
Aunque cada alumno construye los conocimientos a su manera, la sesión es un espacio social en el que las interacciones entre alumnos y con el profesor juegan un papel fundamental para compartir ideas, formular argumentos y explicaciones, tomar acuerdos y resolver desacuerdos, analizar y superar errores o conceptos erróneos. Es el espacio idóneo para que los



alumnos aprendan y se interesen por aprender cada vez más, asimismo para que desarrollen habilidades, actitudes y valores.

■ El error en el aprendizaje, los procesos de aprendizaje, el acercamiento al conocimiento convencional

Cuando se piensa en un grupo de alumnos que interactúan con un problema para tratar de encontrar alguna vía de resolución y un resultado, es altamente probable que se cometan errores. Éstos forman parte del proceso de estudio y, en vez de ocultarlos, dejarlos de lado o, peor aún, penalizarlos, hay que plantearlos al grupo para ser analizados y que entre todos busquen cuál fue el razonamiento que hubo detrás de ellos. Muchas veces se deben a una interpretación equivocada de lo que dice el problema, otras veces a carencias de los alumnos; lo importante es identificar su causa, en qué parte del proceso se originan y de qué manera se pueden superar.



No todos los errores merecen ser analizados y discutidos. Hay errores casuales, como escribir una cifra por otra cuando se escribe una cantidad, o dejar de lado una cantidad al sumar varias, y basta con señalarlos en el momento.

Sin embargo, sí es importante que se analicen colectivamente los errores conceptuales —como pensar que $\frac{17}{18}$ es mayor que $\frac{3}{2}$, porque tiene números más grandes—, o errores de procedimiento —como suponer que $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$, porque se suman numeradores y denominadores—, poniendo en juego los argumentos de los propios alumnos y con las aclaraciones necesarias del maestro, con el fin de que se conviertan en fuente de aprendizaje.

Para lograr esto, se requiere crear en el aula un ambiente en el que los alumnos no se sientan incómodos o se inhiban cuando cometen un error; esto es, que el error no sea visto como algo reprochable. En el ejemplo anterior, donde para sumar dos fracciones suman numeradores y denominadores ($\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$), no es suficiente con que el maestro diga que es incorrecto, es recomendable invitar a los alumnos a que ellos mismos decidan si es correcto o no el resultado y que argumenten por qué. Es probable que surjan argumentos como los siguientes:

- No es posible que $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ sea igual a $\frac{2}{5}$ porque si a $\frac{1}{2}$ le sumamos algo más el resultado debe ser mayor que un medio, y $\frac{2}{5}$ es menor que un medio.
- Si representamos las fracciones, se observa que al sumar un medio más un tercio da una fracción mayor que $\frac{2}{5}$

- En su expresión decimal $\frac{1}{2}$ es 0.5, $\frac{1}{3}$ es 0.333... y $\frac{2}{5}$ es 0.4, al sumar 0.5 y 0.333... no se obtiene 0.4

Al buscar argumentos para probar que la suma es o no correcta, los alumnos desarrollan muchas habilidades, por ejemplo, su sentido numérico, y simultáneamente profundizan sus conocimientos matemáticos. Asimismo, al reflexionar sobre lo que es correcto o no lo es (o sobre lo que funciona y lo que no), los alumnos se dan cuenta de cuestiones sutiles, pero muy importantes en Matemáticas, a saber: que no siempre se pueden generalizar conocimientos o procedimientos; es decir, empiezan a ejercer un razonamiento más reflexivo.

■ Aprender a aprender en Matemáticas

¿Qué significa aprender a aprender en general, y en particular en Matemáticas? En primer lugar, significa aceptar que para aprender es necesario estudiar, y estudiar implica pensar, observar, analizar, formular hipótesis, razonar, tomar decisiones, en suma, usar la inteligencia para conocer algo que no se sabe. A partir de esta premisa, es de esperarse que lo que se aprende se convierta en un saber funcional, que tiene vida propia y que se puede usar, incluso de forma automática, para conocer más y lograr otros saberes. Esto es lo que significa **aprender a aprender**. Veamos un ejemplo.

Clase A

El profesor les pide a sus alumnos que investiguen cuál de las dos fracciones siguientes es mayor.

$$\frac{3}{4} \quad \frac{3}{2}$$

Les da tiempo para que analicen y encuentren la respuesta, mientras tanto, monitorea el trabajo. Si nota dificultades, brinda apoyo, pero sin decir la respuesta.

Cuando la mayoría ha terminado, el profesor promueve una puesta en común en la que se confrontan, en este caso, dos ideas diferentes: $\frac{3}{4}$ es mayor que $\frac{3}{2}$ y $\frac{3}{2}$ es mayor que $\frac{3}{4}$. Algunos argumentos que pueden surgir a favor de la segunda idea son los siguientes:

- $\frac{3}{2}$ es mayor, porque es más que una unidad y $\frac{3}{4}$ es menos que una unidad.
- Los medios son más grandes que los cuartos. Si se tienen 3 de cada uno, entonces $\frac{3}{2}$ es mayor que $\frac{3}{4}$
- Si convertimos $\frac{3}{2}$ a cuartos, se tienen $\frac{6}{4}$, que es más que $\frac{3}{4}$

Clase A

- Si convertimos a decimales $\frac{3}{2}$, es 1.5 y $\frac{3}{4}$ es 0.75, por lo que es mayor $\frac{3}{2}$.
- Al ubicar estas fracciones en la recta numérica, se observa que $\frac{3}{2}$ es mayor.



- Al representar con dibujos estas fracciones, se observa que $\frac{3}{2}$ es mayor.



Los alumnos escuchan, analizan y discuten los procedimientos y argumentos de sus compañeros.

No se puede pasar por alto que hay otra idea acerca de cómo se aprende, una idea que socialmente es muy aceptada y cuyo origen se remonta al surgimiento de la escuela como institución. Consiste en un maestro que enseña y un grupo de alumnos que intenta aprender lo que el maestro explica. Esta idea es la que le da sustento al consabido proceso enseñanza y aprendizaje que aún tiene vigencia en las prácticas que se observan en muchos salones de clase. Un ejemplo de lo anterior es el siguiente.

Clase B

El profesor indica a los alumnos que van a comparar las siguientes fracciones:

$$\frac{3}{4} \square \frac{3}{2}$$

Les explica que, para comparar dos fracciones, se multiplica en cruz de la siguiente manera:

$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{2}$$

Tres por dos y cuatro por tres.

$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{2} \quad 3 \times 2 = 6 \quad 4 \times 3 = 12$$

Les indica que como el primer resultado es menor, entonces la primera fracción es menor.

Si el primer resultado hubiera sido mayor, entonces la primera fracción sería mayor. Se concluye que:

$$\frac{3}{4} < \frac{3}{2}$$

¿Cuál es el problema con esta segunda idea de lo que significa aprender? Que no es coherente con muchos de los propósitos que se pretende lograr con los alumnos, como desarrollar su pensamiento crítico, su autonomía, su razonamiento lógico; que aprendan a formular argumentos y explicaciones; que identifiquen y analicen errores; que validen sus procedimientos y resultados; que exploren caminos diferentes al resolver un problema; en fin, que no favorece en los alumnos el desarrollo de la capacidad de aprender a aprender.

¿Cómo se espera lograr ese tipo de propósitos en un grupo de alumnos que está supeditado a lo que el maestro le dice que haga que incluso siente temor al hacer algo distinto de lo que el maestro explicó? No se puede afirmar que como resultado de esta práctica los alumnos no aprenden; sin duda algo aprenden, algunos más que otros, pero la mayoría de las veces se trata de conocimientos que no saben usar en otros contextos o situaciones. “¿Es de suma o de resta?” es una típica pregunta de los alumnos y evidencia que los conocimientos adquiridos no funcionan, se olvidaron fácilmente y el alumno no está en posibilidad de usarlos y mucho menos de reconstruirlos. Lo peor es que, a medida que se avanza en la escolaridad, muchos alumnos se han convencido de que no pueden con las matemáticas porque no lograron entender los conocimientos básicos y sus relaciones, que es lo que permite seguir construyendo sus conocimientos.

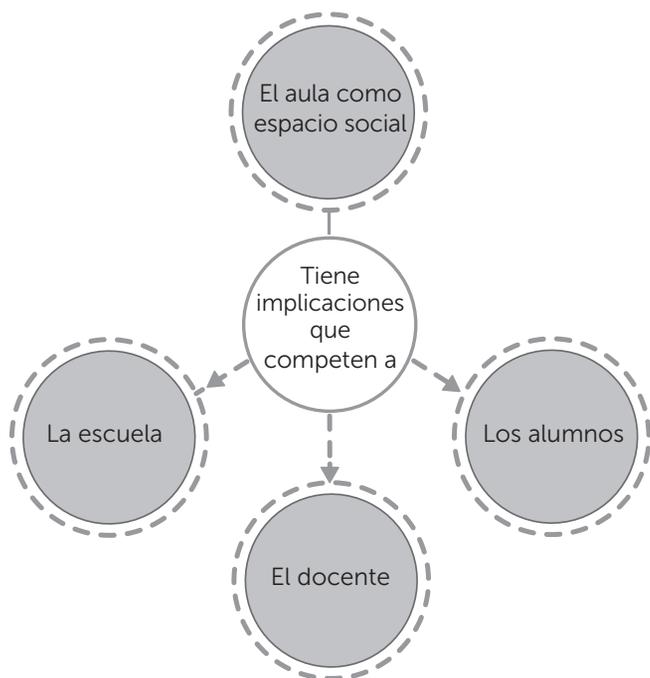
2.2 Condiciones en el aula para la enseñanza y el aprendizaje de Matemáticas

Concebir el aula como *un espacio social en el que se construye conocimiento* tiene varias implicaciones. Algunas son competencia de la escuela, otras del docente y otras de los alumnos.

A *la escuela* le corresponde propiciar y organizar el intercambio de experiencias entre los maestros, a través de la observación de la clase entre compañeros o el análisis de casos en las reuniones de consejo técnico escolar. La ense-



ñanza de las matemáticas con el enfoque de resolución de problemas debe ser un proyecto de escuela. Por lo tanto, es de vital importancia que haya continuidad de un grado a otro, que cuando los alumnos pasan al siguiente grado escolar no se pierda el trabajo realizado por un profesor que aplica este enfoque.



Asimismo, se requiere impulsar una cultura escolar en la que el tiempo destinado a la clase sea intocable, esto es, que se ocupe fundamentalmente en actividades de estudio. Tanto los alumnos como el docente deben estar concentrados en la tarea que realizan, los alumnos buscando alternativas para resolver la situación que se les planteó, mientras el docente observa lo que hacen y escucha lo que dicen, plantea preguntas o aclara dudas para que los alumnos puedan avanzar. Es recomendable que el profesor se mantenga en el aula durante las sesiones y no sea interrumpido por otro maestro, el director o algún padre de familia.

A los docentes les corresponde, sin duda, la responsabilidad mayor para que el aula sea un espacio social de construcción de conocimiento. En primer lugar, son los encargados de planear las actividades que se van a proponer a los alumnos; aunque éstas se encuentran en el libro de texto, es necesario que el docente las estu-

die previamente y lea las sugerencias correspondientes en el libro para el maestro. Estas dos acciones le darán elementos para saber cuál es la intención didáctica de las actividades, las dificultades que pueden encontrar los alumnos, los posibles errores y, en general, la manera de hacer adecuaciones y guiar el proceso de estudio.

Junto con la puesta en marcha de actividades de estudio, al profesor le corresponde implementar y ser consecuente con las normas de carácter didáctico que los alumnos asumirán poco a poco para ser partícipes de un clima de confianza y respeto mutuo, pero también de ruptura con los cánones que se han establecido a través del tiempo en las sesiones de matemáticas. El maestro debe convertir el aula en un espacio para dialogar, compartir ideas, discutir, analizar y establecer acuerdos sobre la tarea que se desarrolle.

Al maestro le corresponde provocar la interacción entre los alumnos al organizar las tareas en parejas o equipos, permitiendo que compartan interpretaciones del problema planteado, estrategias de resolución y acuerdos para compartir y confrontar con los demás compañeros. Una vez que la mayoría de los alumnos arriben a ciertos resultados, el maestro será el responsable de organizar la interacción con el resto del grupo con la finalidad de que compartan ideas, analicen procedimientos diferentes, discutan la pertinencia de los resultados y lleguen a conclusiones que formarán parte de la memoria de la sesión; es decir, que se conviertan en conocimientos que tanto los alumnos como el maestro pueden traer a primer plano para que sean utilizados en otras tareas.

También deberá estar al tanto de los progresos y rezagos de los alumnos y, en el segundo caso, buscará las estrategias necesarias para superar las dificultades y lograr avances, es decir, deberá hacer ajustes a su planeación de acuerdo con las situaciones que se vayan presentando en el grupo, ya sea para retroalimentar, regresar o avanzar más en los conocimientos estudiados. Ésta también es una forma de evaluación de la cual se hablará más adelante; sin embargo, es importante resaltar que no se limita a vigilar el desempeño de los alumnos, es necesario que el



a resolver el problema planteado y, por otra parte, exponiendo y explicando sus razonamientos al resto del grupo. También aprenderán a escuchar las ideas de los demás para enriquecer o cambiar las propias. Asimismo, sabrán que la interacción con sus compañeros y con el maestro se debe desarrollar en un marco de respeto y compromiso con la tarea que están desarrollando.

2.3 La evaluación

profesor reflexione acerca de las actividades que plantea al grupo y de su actuación como organizador de las tareas y el aprendizaje de sus alumnos. Por ejemplo, debe preguntarse y reflexionar en torno a si las actividades resultaron muy fáciles o muy difíciles, si lograron despertar el interés de los alumnos, o bien, si es necesario hacer algún cambio. La mejor manera de saber si una actividad es adecuada para el grupo y provoca la reflexión y el interés de los alumnos es llevándola al aula, lo cual permite hacer las adecuaciones pertinentes.

A los alumnos les corresponde pensar y producir ideas para solucionar los problemas que se les plantean; trabajar en equipo asumiendo una responsabilidad compartida; defender sus puntos de vista y aprender a escuchar y aceptar las ideas de sus compañeros; reconocer las dificultades que tienen y tratar de superarlas con ayuda de otros. También sabrán que su responsabilidad no es sólo encontrar un resultado, sino verificar que es correcto, esto es, deben comprobar que responde a lo que plantea el problema. De igual forma, aprenderán que algunos problemas no tienen solución y, por lo tanto, no se verán forzados a encontrarla. Sabrán que a veces faltan datos para contestar, o sobran datos y no necesariamente se tienen que usar todos.

En general, se espera que los alumnos asuman una actitud participativa en las sesiones, pensando, comentando con sus compañeros las ideas y estrategias que consideran les ayudarán

La evaluación está fuertemente vinculada al proceso de estudio, pues consiste en recabar información de manera permanente y continua sobre el desempeño de los alumnos y del propio docente, así como sobre la pertinencia de las actividades de estudio, con la finalidad de emitir juicios y hacer lo necesario para mejorar lo que se evalúa.

Puesto que se plantea una forma diferente de acercar a los alumnos al conocimiento, se hace necesaria una manera distinta de evaluar. En este sentido, la evaluación deja de ser equivalente a la aplicación de uno o más exámenes para asignar una calificación que ineludiblemente lleva el sello personal de cada docente. En otras palabras, el 9 de un docente no necesariamente significa lo mismo que el 9 que asigna otro, por lo que la sola calificación no puede dar cuenta clara de qué tanto sabe un estudiante.

■ Evaluación inicial: “Punto de partida”

Aunque en el libro de texto se presenta un examen denominado “Punto de partida”, sólo tiene la finalidad de que el docente empiece a conocer a sus alumnos: quiénes muestran más carencias en cuanto a conocimientos para que, desde el inicio, se busquen alternativas que les permitan avanzar. Esta evaluación inicial permitirá también saber, conforme se desarrolla el curso, en qué medida el grupo en general y cada alumno en particular supera las dificultades mostradas. Si usted



considera que el instrumento le es insuficiente para las finalidades señaladas, puede elaborar el propio, y para ello se sugieren las siguientes recomendaciones generales:

- Incluir datos de identificación: nombre del alumno, del docente y fecha de realización.
- Indicar el tipo de evaluación.
- Señalar instrucciones claras y explícitas.
- Incluir preguntas, situaciones o problemas en los que se exploren conocimientos y habilidades que el alumno debiera tener con base en los aprendizajes esperados del grado anterior.
- Dar a conocer al alumno el resultado de la evaluación con *observaciones y recomendaciones puntuales*.

Es importante que el alumno se percate de su desempeño mediante este instrumento, con la finalidad de que pueda conocer dónde se encuentra en ese momento y valore los avances que vaya teniendo a lo largo del curso.

■ La evaluación formativa como parte del proceso de estudio

Se realiza mediante la observación y registro de notas durante el desarrollo de las actividades de estudio; en ella se involucran los alumnos y el docente. Su finalidad es promover la reflexión, tanto del maestro como de los alumnos sobre los avances en el aprendizaje. Se parte de las intenciones didácticas, en las que se prevé el recurso que se espera sea utilizado al resolver un problema. Suele suceder que los alumnos no lo utilicen y esto es motivo de evaluación, tanto para la actividad como para los alumnos. ¿Qué ajustes necesita la actividad para que los alumnos se vean en la necesidad de usar tal o cual recurso? ¿Qué tipo de apoyos necesitan los alumnos para avanzar? Dos preguntas que hay que tener presentes en todo momento para que el trabajo que los alumnos

realizan bajo la dirección del maestro tenga una finalidad clara y puedan hacerse a tiempo los ajustes necesarios para mejorar el aprendizaje de los estudiantes.

Entre las acciones que se requieren para que una evaluación sea considerada formativa está la *retroalimentación*. Entendida no sólo como una nota que informe a los alumnos (“muy bien”, “revisa tu trabajo”, “debes ser más cuidadoso”, etc.), sino como la oportunidad de analizar con mayor profundidad el trabajo realizado, planteando preguntas adicionales y dejando claramente identificados los errores cometidos. Una retroalimentación significativa, también conocida como devolución, no consiste en volver a explicar el contenido con las mismas o diferentes palabras, ni “mostrarles” formas de solución; se deben buscar o proponer otras estrategias, como se señaló en párrafos anteriores, como promover una discusión grupal en la que se analicen los errores, se formulen contraejemplos para que los alumnos comprendan en qué consiste el error, se formen parejas con un alumno que ha comprendido el tema y otro que tenga dificultades para que trabajen juntos la resolución de problemas, así como que se invite a los alumnos a que platicuen y reflexionen sobre lo que hicieron.

La evaluación formativa es esencialmente cualitativa, le permite al maestro emitir juicios acerca de lo que sabe el alumno y las dificultades que debe superar, de manera que tenga elementos para informar a los padres de familia, en caso



de que el alumno requiera algún apoyo. También ofrece información sobre la actividad planteada, por ejemplo, si resultó apropiada o si hay que hacer ajustes o cambios. Por último, la evaluación formativa también permite al maestro darse

cuenta de si su actuar es adecuado o debe cambiar la estrategia.

A continuación le proporcionamos unos ejemplos que le pueden sugerir formas de efectuar este tipo de evaluación.

	Aprendizaje esperado	Intenciones didácticas		Pautas para la evaluación formativa	Aspectos a considerar en el trabajo en las sesiones
		Secuencia	Sesión		
Eje temático Número, álgebra y variación	AE1. Resuelve problemas de multiplicación y división con fracciones y decimales positivos.	1. Multiplicación y división de números decimales positivos Desarrolla habilidad para multiplicar y dividir números decimales y sabe usar estas operaciones al resolver problemas.	1. Multiplicaciones por 10, por 100 y por 1000 Aprende a usar la técnica para multiplicar un número natural o decimal por una potencia de 10.	<ul style="list-style-type: none"> Realiza multiplicaciones mentales de un número natural o decimal por 10, 100 y 1 000. Utiliza la técnica para multiplicar rápidamente un número natural o decimal por una potencia de 10. 	<ul style="list-style-type: none"> Resuelve multiplicaciones de un número natural por una potencia de 10. Reconoce que hay una técnica que permite hallar el resultado de un número natural por una potencia de 10. Reconoce la técnica de contar la cantidad de ceros y recorrer el punto decimal ese número de veces a la derecha.
			2. Divisiones por 10, por 100 y por 1000 Aprende a usar la técnica para dividir un número natural o decimal entre potencias de 10.	<ul style="list-style-type: none"> Realiza divisiones mentales de números naturales o decimales por una potencia de 10. Utiliza las técnicas para dividir un número natural o decimal entre una potencia de 10. Realiza multiplicaciones y divisiones entre dos números decimales entre potencias de diez. 	<ul style="list-style-type: none"> Resuelve divisiones de un número decimal por una potencia de 10. Reconoce que se debe recorrer el punto decimal a la izquierda tantas cifras como ceros tenga el divisor. Multiplica o divide dos números decimales. Comprende que, en el caso de factores decimales menores que uno, la multiplicación achica y la división agranda. Explica cómo resolver las divisiones con la técnica para dividir un número natural o decimal entre potencias de 10.
			3. ¿Qué significa multiplicar 0.3×0.4? Comprende el significado de multiplicar dos números decimales y usa el algoritmo de esta operación al resolver problemas.	<ul style="list-style-type: none"> Realiza multiplicaciones y divisiones con números menores que 1. Utiliza la técnica para multiplicar y dividir números decimales. 	<ul style="list-style-type: none"> Calcula el área de diferentes rectángulos cuyos lados están expresados en décimos de unidad de longitud. Realiza multiplicaciones entre dos números decimales en el contexto de cálculo de áreas de rectángulos.



	Aprendizaje esperado	Intenciones didácticas		Pautas para la evaluación formativa	Aspectos a considerar en el trabajo en las sesiones
		Secuencia	Sesión		
Eje temático Número, álgebra y variación	AE1. Resuelve problemas de multiplicación y división con fracciones y decimales positivos.	1. Multiplicación y división de números decimales positivos	3. ¿Qué significa multiplicar 0.3×0.4 ?	<ul style="list-style-type: none"> Realiza multiplicaciones y divisiones con números menores que 1. Utiliza la técnica para multiplicar y dividir números decimales. 	<ul style="list-style-type: none"> Realiza divisiones entre dos números decimales en el contexto de cálculo de áreas de rectángulos. Divide y multiplica mentalmente dos números decimales. Comprende que al multiplicar décimos por décimos produce centésimos, y al dividir centésimos entre décimos produce décimos. Resuelve operaciones y usa la calculadora para verificar que los resultados sean correctos. Explica cómo resolvió multiplicaciones y divisiones con números menores que 1 y la técnica que utilizó para multiplicar y dividir números decimales.
			4. Técnicas para multiplicar o dividir por decimales		



Aprendizaje esperado	Intenciones didácticas		Pautas para la evaluación formativa	Aspectos a considerar en el trabajo en las sesiones
	Secuencia	Sesión		
Eje temático Forma, espacio y medida AE 12. Calcula el volumen de prismas y cilindros rectos.	11. Volumen de prismas Resuelve problemas que implican calcular el volumen de prismas.	1. Cajas de cartón Construye prismas cuya base es un polígono regular.	<ul style="list-style-type: none"> • Visualiza e imagina espacialmente para el tratamiento del volumen de prismas. • Construye prismas a partir de una representación plana. 	<ul style="list-style-type: none"> • Reconoce el nombre de algunos cuerpos geométricos. • Interpreta la representación plana de un prisma (dibujo en dos dimensiones). • Construye moldes de prismas a partir de su representación plana.
		2. Cajas y chocolates Profundiza en la noción de volumen al determinar el volumen de un prisma con diferentes unidades cúbicas.	<ul style="list-style-type: none"> • Determina el volumen de un prisma con diferentes unidades. • Usa la fórmula para calcular el volumen de un prisma cuya base es un polígono regular. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica diferentes unidades de medida para determinar el volumen de un prisma. • Analiza la diferencia de unidad de volumen en diferentes prismas. • Toma correctamente las medidas necesarias para calcular el volumen de un prisma. • Expresa cómo determinar el volumen de un prisma con diferentes unidades.
		3. ¿Será la misma fórmula? Desarrolla la fórmula para calcular el volumen de un prisma cuya base es un polígono regular.	<ul style="list-style-type: none"> • Determina si para un prisma cuya base es un polígono regular también se puede usar la misma fórmula. 	<ul style="list-style-type: none"> • Mide de manera correcta prismas para calcular su volumen. • Conoce y aplica fórmulas para calcular volumen de los prismas. • Calcula el volumen de prismas por medio de la suma. • Calcula el volumen de prismas por medio de la fórmula cuya base es el polígono regular. • Calcula el volumen de prismas cuya base es un triángulo o un cuadrilátero. • Describe cómo calcular el volumen de un prisma por dos procedimientos.
		4. Resolvamos problemas Resuelve problemas que impliquen el cálculo del volumen de prismas.	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelve problemas que implican el cálculo del volumen de prismas cuya base es un polígono regular. 	<ul style="list-style-type: none"> • Calcula el volumen de polígonos regulares. • Diferencia el volumen y capacidad y la relación entre el decímetro cúbico y el litro. • Calcula volúmenes de prismas cuyas dimensiones son literales. • Escribe expresiones con las que se obtienen volúmenes de prismas. • Explica procedimientos para calcular volúmenes de prismas cuyas dimensiones son literales.



Por otra parte, durante la puesta en común el maestro habrá de darse cuenta de quiénes participan y quiénes no, con el objeto de animar a estos últimos a que lo hagan.

Suele suceder que alguien, que por lo general no participa, sugiere una buena idea para llegar a la solución. Para estos casos conviene usar un anecdotario. Se requiere una libreta o un tarjetero y destinar una hoja o una tarjeta para cada uno de los alumnos. En el anecdotario se registran únicamente los hechos que se salen de lo común, con la idea de conservar algunas de

las ideas o formas de actuar de los alumnos que nos permitan apreciar sus procesos de aprendizaje. A continuación, a manera de ejemplo, se muestra una nota que pudiera corresponder a un alumno.

Alumno X	Grado: 2º Sec.	Fecha: 9/09/19
Han pasado dos semanas de clases en las que X no había participado, pero ahora lo hizo con una explicación clara del procedimiento que utilizaron en su equipo para resolver un problema que implicaba el uso de la multiplicación con números fraccionarios. Es necesario animarlo para que siga participando.		

Rúbrica					
Nombre del estudiante: Angélica Lira Macías		Grado: 2	Grupo: A	Asignatura: Matemáticas	
Eje: Forma, espacio y medida		Secuencia: 11. Volumen de prismas			
Aspectos observables	Hace lo esperado	En proceso	Aún no se observa	Total	
Razonamiento matemático	Resuelve todo tipo de problemas que implican calcular el volumen de prismas.	Soluciona algunos problemas que implican calcular el volumen de prismas.	No puede resolver problemas que implican calcular el volumen de prismas.		
Ponderación	25%	20%	15%		
Estrategias y procedimientos	Reconoce y nombra cualquier cuerpo geométrico, construye prismas cuya base es un polígono regular y utiliza la fórmula para calcular polígonos regulares.	Identifica el nombre de algunos cuerpos geométricos, construye sólo algunos prismas cuya base es un polígono regular y utiliza las fórmulas para calcular algunos polígonos regulares.	No reconoce el nombre de los cuerpos geométricos, no puede construir prismas cuya base es un polígono regular y no utiliza las fórmulas para calcular polígonos regulares.		
Ponderación	25%	20%	10%		
Conceptos matemáticos	Conoce la noción de volumen al determinar el volumen de un prisma con diferentes unidades cúbicas y sabe las fórmulas para calcular volumen de prismas.	Indica la noción de volumen al determinar el volumen de un prisma con diferentes unidades cúbicas y sabe algunas de las fórmulas para calcular volumen de prismas.	No conoce la noción de volumen al determinar el volumen de un prisma con diferentes unidades cúbicas y no sabe las fórmulas para calcular volumen de prismas.		
Ponderación	25%	20%	15%		
Explicaciones	Expone de manera oral y escrita los conocimientos y procedimientos que utiliza para calcular el volumen de prismas.	Presenta de manera oral los conocimientos y procedimientos que utiliza para calcular el volumen de prismas.	No expresa de forma clara los conocimientos y procedimientos que utiliza para calcular el volumen de prismas.		
Ponderación	25%	20%	10%		
Observaciones generales:					



Además del anecdotario, hay otros recursos para recabar información sobre el desempeño de los alumnos, por ejemplo: el libro de texto, el cuaderno de trabajo, la lista de registro de ac-

tividades, la carpeta de trabajos, rúbricas, listas de cotejo y los ejercicios que realizan de manera periódica. A continuación, se proporciona un ejemplo de estos instrumentos.

Lista de cotejo				
Nombre del estudiante: Angélica Lira Macías	Grado: 2	Grupo: A	Bloque: 1	Asignatura: Matemáticas
Eje: Número, álgebra y variación	Secuencia 7. Figuras geométricas y equivalencia de expresiones 1			

Criterios de evaluación	Sí	No	Puntaje
Conoce la noción de equivalencia de expresiones algebraicas en contextos geométricos.			
Utiliza expresiones algebraicas para calcular el perímetro y el área de figuras geométricas básicas y compuestas.			
Entiende geoméricamente el concepto de equivalencia de expresiones algebraicas, valiéndose del perímetro y el área de figuras geométricas.			
Distingue que una forma de verificar la equivalencia entre dos expresiones algebraicas es asignar valores a las literales que las componen.			
Reconoce la equivalencia de dos expresiones asignando valores numéricos a las literales de ambas expresiones algebraicas.			
Resuelve expresiones algebraicas para obtener expresiones equivalentes mediante la reducción de términos semejantes.			
Asigna valores a las variables de expresiones algebraicas para determinar si son o no equivalentes.			
Explica los procedimientos algebraicos que utilizó para obtener expresiones equivalentes que permitan obtener el perímetro y el área de diversas figuras geométricas.			
Reconoce y determina cuando las expresiones son equivalentes o no.			
Escribe expresiones algebraicas y maneja el lenguaje matemático.			
Observaciones del maestro:			

■ La evaluación sumativa

Consiste en dar una calificación cuya escala es del 1 al 10. Ésta debe reflejar lo que el maestro ha observado en el alumno desde que inició el proceso ("Punto de partida") hasta el punto al que ha llegado en el momento de asentar dicha calificación.

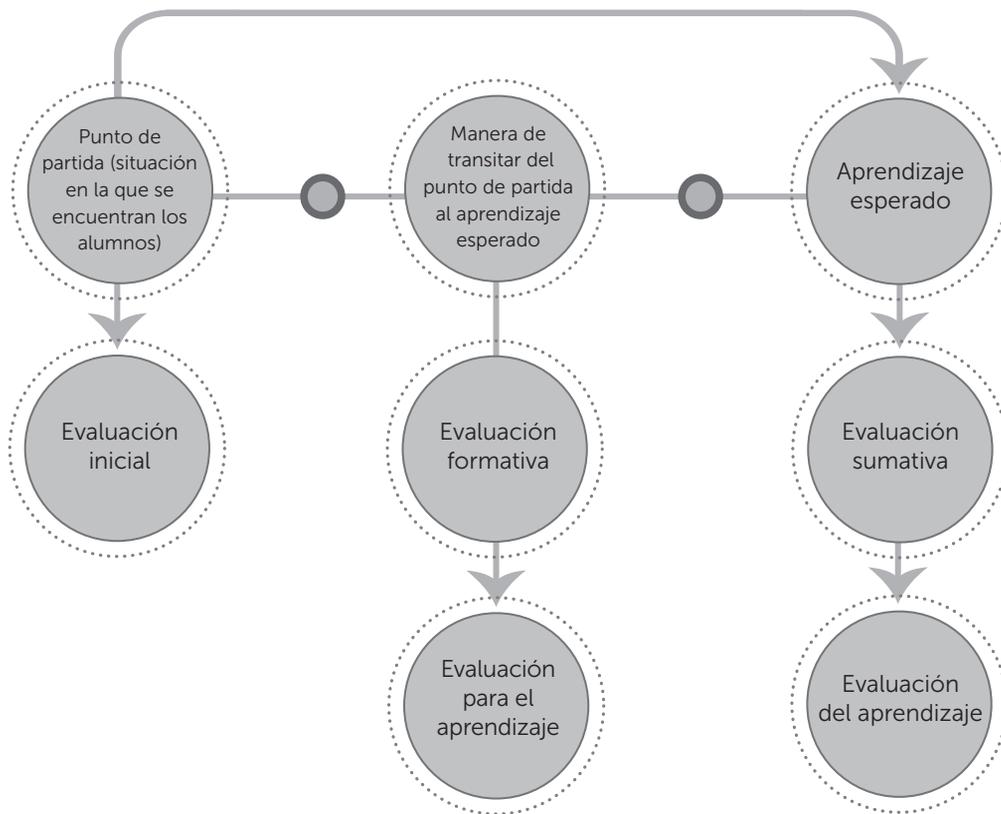
Por otra parte, es importante que esta evaluación se acompañe de evidencias del trabajo que el alumno ha realizado, de los comentarios y sugerencias que el profesor le ha dado acer-

ca de su desempeño y de las tareas adicionales que le ha propuesto para superar los obstáculos, o bien, para avanzar en sus aprendizajes.

La calificación parcial o final no puede ni debe ser el resultado de una sola prueba. Si así fuera, la evaluación formativa no tendría ningún sentido. Afortunadamente, el profesor de telesecundaria trabaja con un solo grupo, conoce muy bien a sus alumnos y cuenta con información suficiente para emitir una calificación basada en criterios claros.



El siguiente diagrama resume lo anterior.



Esa forma diferente de evaluar los logros alcanzados va de la mano del proceso de estudio. Así, mientras los alumnos trabajan en la resolución de un problema, el profesor observa lo que hacen y escucha cómo piensan, se da cuenta dónde hay dificultades y toma nota de ello para tratar de superarlas.

Hay una evaluación adicional que no refleja necesariamente el avance de los alumnos, pero que tiene una gran importancia.

Cuando se elige una actividad para plantear a un grupo de alumnos, no hay certeza sobre lo que va a suceder. ¿Les resultará interesante? ¿Muy fácil? ¿Muy difícil? ¿Tediosa? Es en el momento de la aplicación cuando se pueden responder estas preguntas y tomar las medidas necesarias. Si en el proceso de estudio intervienen el profesor, los alumnos y la actividad que se plantea, la evaluación debe aplicarse a estos tres elementos.

■ La autoevaluación docente

El maestro debe analizar también su propia actuación: ¿faltó dar una información que era im-

portante? ¿Proporcionó alguna información que no debía haber dado? ¿Dejó demasiado tiempo para la actividad y ya no alcanzaron a realizar la puesta en común? ¿Hubiera sido mejor que organizara a los alumnos en equipos? Generalmente, estos y otros cuestionamientos surgen de manera natural como consecuencia de la forma de trabajar y abonan a la formación profesional del docente.

El maestro puede emitir juicios respecto a la actividad que planteó a partir de la reacción de los alumnos y, como se dijo anteriormente, la forma en que gestionó la clase le permite darse cuenta de su propio desempeño.

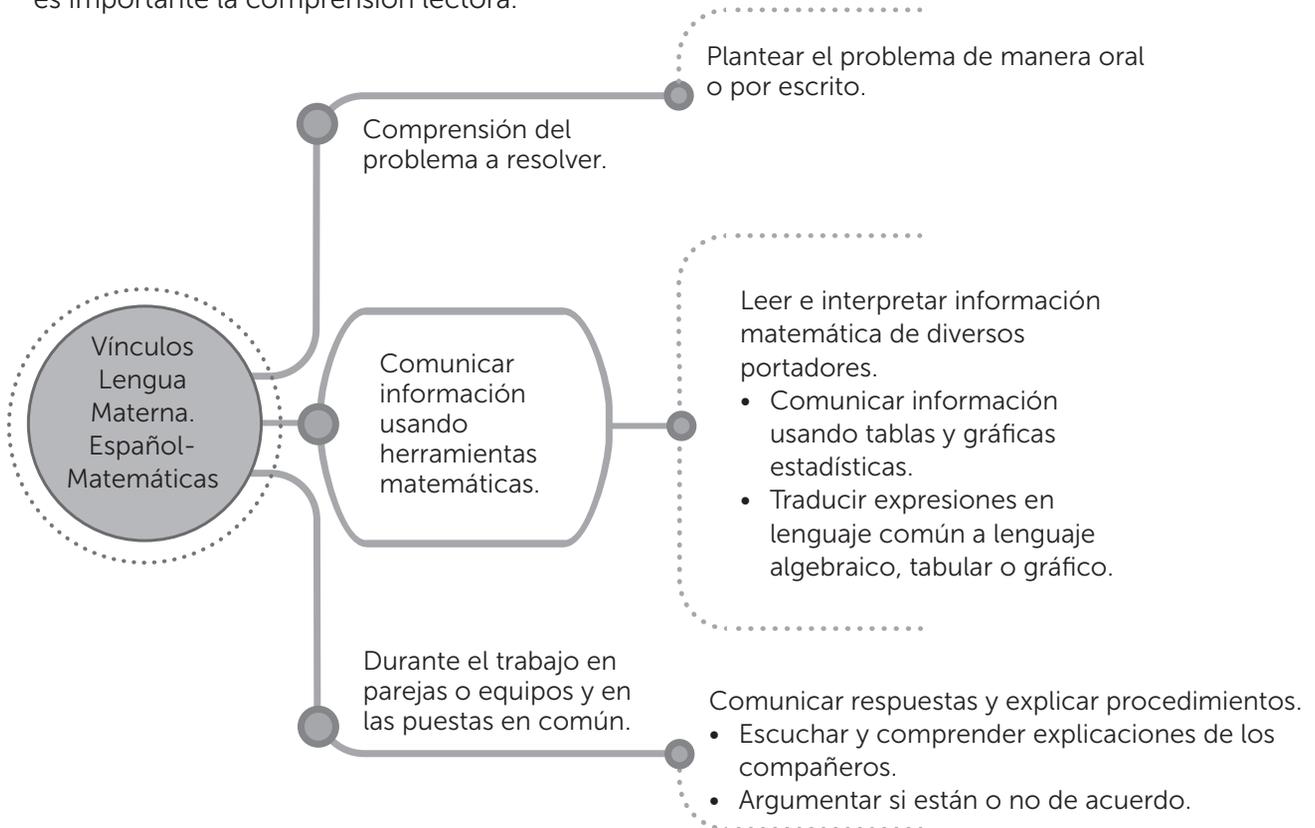
Evaluarse a uno mismo no es tarea fácil, se puede ser muy duro o excesivamente laxo; en ninguno de los casos se logra la mejor forma de acompañar a los alumnos en su proceso de aprendizaje. Por eso, la observación entre pares es una propuesta para mejorar y seguir aprendiendo sobre la tarea docente. Así, el intercambio de ideas, sugerencias y estrategias entre compañeros docentes se vuelve una necesidad si se quiere un mejor desempeño.

3. La vinculación con otras asignaturas

Puesto que todas las personas aprendemos desde el nacimiento de manera integral (holística), es importante establecer en la educación formal la relación que tienen los aprendizajes en las diferentes asignaturas y el modo en que ese aprendizaje se convierte en cimiento sobre el cual se construyen nuevos saberes.

La vinculación de las Matemáticas con otras asignaturas puede darse de manera inseparable y estar siempre presente en las clases de Matemáticas, o bien a partir de los contextos seleccionados para plantear los problemas que se resolverán con herramientas matemáticas.

En el primer caso se tiene la vinculación de las matemáticas con la asignatura de Lengua Materna. Español. Un ejemplo clásico es la necesidad de que los alumnos comprendan el problema que deben resolver, ya sea que el profesor lo plantee de manera oral o por escrito. Si se trata de un problema planteado por escrito (por ejemplo, las actividades del libro de texto), es importante la comprensión lectora.



Otra manera en que esta asignatura está presente durante las clases de Matemáticas se refiere a los contenidos relacionados con la comunicación de la información a través de herramientas matemáticas, por ejemplo: cuando se trasvasan datos numéricos a tablas o gráficas (circulares, de barras, histogramas, gráficas de línea), cuando se lee e interpreta información matemática de diversos portadores (diarios, revistas, internet, etcétera) o cuando se traducen expresiones que están en el lenguaje común al lenguaje algebraico, tabular o gráfico.

Cuando se realizan puestas en común, al ceñirse al enfoque de resolución de problemas también se establece un vínculo con la asignatura de Lengua Materna. Español, ya que los alumnos tienen que comunicar sus respuestas y explicar los procedimientos que siguieron, así como escuchar los de sus compañeros o argumentar si están o no de acuerdo con lo que se está discutiendo.

Por otra parte, a partir del análisis del documento curricular se identificaron vínculos puntuales con las asignaturas de Historia, Ciencias y Tecnología, Física, mismos que están identificados en el libro para el maestro y aparecen indicados en la ficha descriptiva, al inicio de las recomendaciones particulares para trabajar cada secuencia, en la segunda parte de este libro.

En conclusión, la importancia de señalar estas vinculaciones se basa en la idea de lograr que los alumnos vean sus aprendizajes como algo que les permite no sólo saber más acerca de una asignatura en particular, sino que estos conocimientos les ayudan a comprender otros de diversa índole, y que las habilidades que se desarrollan en un área de estudio también apoyan y son útiles para otros aprendizajes.



4. El libro de texto de Matemáticas para el alumno

Cada uno de los aprendizajes esperados y señalados en el Plan y Programas de Estudio se dividieron en contenidos que se desarrollan a través de propuestas de aprendizaje por secuencias didácticas repartidas en tres bloques. El libro de texto del alumno *Matemáticas. Segundo*

grado. Telesecundaria está conformado por 12 secuencias que integran el bloque 1 y 24 secuencias que corresponden a los bloques 2 y 3, para conformar una propuesta de 36 secuencias didácticas. Una secuencia didáctica puede incluir de tres a cinco sesiones.

La estructura de cada secuencia didáctica está conformada por tres componentes didácticos: "Para empezar" (inicio), "Manos a la obra" (desarrollo) y "Para terminar" (cierre).



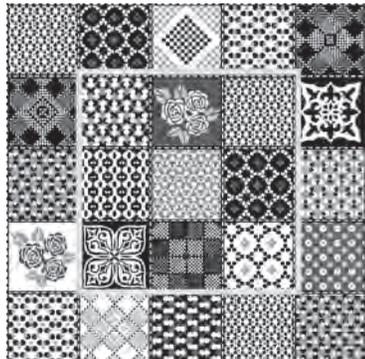
Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3
1. Multiplicación y división de números decimales positivos	13. Multiplicación y división de números enteros	27. Potencias con exponente entero 2
2. Multiplicación y división de fracciones positivas	14. Multiplicación y división de números con signo	28. Raíz cuadrada de números positivos
3. Multiplicación de números enteros	15. Potencias con exponente entero 1	29. Sistemas de ecuaciones 2×2 . Método de suma y resta
4. Proporcionalidad directa e inversa	16. Raíz cuadrada de números cuadrados perfectos	30. Relación funcional 2
5. Sistemas de ecuaciones 2×2 . Método gráfico	17. Reparto proporcional	31. Polígonos 3
6. Sucesiones y expresiones equivalentes 1	18. Figuras geométricas y equivalencia de expresiones 2	32. Conversión de medidas 3
7. Figuras geométricas y equivalencia de expresiones 1	19. Sucesiones y expresiones equivalentes 2	33. Volumen de cilindros rectos
8. Polígonos 1	20. Sistemas de ecuaciones. Métodos de igualación y de sustitución	34. Gráficas de línea
9. Conversión de medidas 1	21. Relación funcional 1	35. Medidas de tendencia central y de dispersión 2
10. Perímetro y área de polígonos regulares	22. Polígonos 2	36. Probabilidad clásica 2
11. Volumen de prismas	23. Conversión de medidas 2	
12. Probabilidad clásica 1	24. Área del círculo	
	25. Medidas de tendencia central y de dispersión 1	
	26. Histogramas y polígonos de frecuencia	



Para empezar. Presenta un escrito breve que da un panorama sobre aspectos generales que remiten al tema de estudio.

Manos a la obra. Se presentan actividades de estudio para lograr la intención didáctica de cada secuencia. Las actividades están conformadas por situaciones problemáticas que corresponden a la edad y características de los alumnos de este grado; cada una de las actividades están conformadas por situaciones problemáticas que se pretende despierten el interés en los alumnos y que corresponden a conceptos, procedimientos y habilidades por desarrollar.

■ Para empezar



En varios países anglosajones, existe una técnica artesanal para hacer una colcha, un tapete o un mantel, cosiendo o tejiendo fragmentos de diversas telas. En los países hispanohablantes, a estas piezas se les conoce como *acolchados*.

Observa la ilustración. ¿Cuántas expresiones algebraicas distintas podrías escribir para calcular el perímetro o el área de la sección remarcada en la colcha?

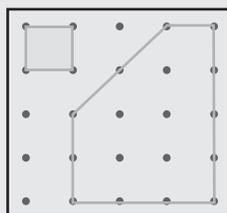
En esta secuencia continuaremos relacionando la representación geométrica con la algebraica para aprender a obtener más de una expresión algebraica de una situación y verificar que sean equivalentes. Se espera que, al finalizar el estudio de la secuencia, puedas dar más de una respuesta a la pregunta anterior.

■ Manos a la obra

Puntos y figuras

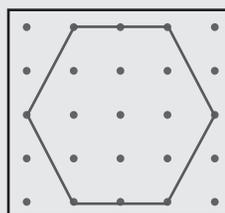
1. Trabajen en parejas las siguientes actividades. Calculen y escriban el área de los siguientes polígonos de acuerdo con la unidad indicada en el polígono 1.

Polígono 1



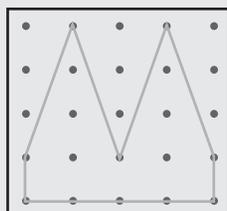
A = _____

Polígono 2



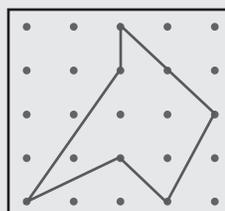
A = _____

Polígono 3



A = _____

Polígono 4



A = _____

Para terminar. Presenta actividades en las que los alumnos concretan lo aprendido durante la secuencia a través de la resolución de situaciones o problemas, de tal manera que pueden evidenciar el nivel de logro alcanzado.

■ Para terminar

Contiene actividades para reflexionar, revisar, recuperar y hacer conclusiones sobre los temas estudiados.

■ Para terminar

Unidades grandes y pequeñas

1. Trabajen en pareja las siguientes actividades.

Contienen a continuación de la tabla

1. Trabajen en pareja las siguientes actividades.

1. ¿Se trata de una relación de proporcionalidad? ¿de qué tipo es?

2. ¿Cuál es la expresión algebraica que relacione x con y ?

3. ¿Cuánto mide el ángulo en radianes?

■ Para terminar

Diversos tipos de variación

1. Trabajen en pareja. Completen la siguiente tabla. Anoten si cada gráfica ilustra una relación de proporcionalidad y de qué tipo, o si no lo hace. También anoten una expresión algebraica que relacione x con y .

Gráfica		
¿Se trata de una relación de proporcionalidad?	<input type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/> No	<input type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/> No
Si la respuesta es afirmativa, ¿de qué tipo es?		
Expresión algebraica		



5. Materiales de apoyo para la enseñanza y el aprendizaje

La propuesta educativa del libro de texto se complementa con recursos audiovisuales e informáticos que apoyarán a los estudiantes en su aprendizaje. Los programas audiovisuales es-

tán diseñados en función del tratamiento de los contenidos desarrollados en el libro de texto; en ellos se conjuga la imagen, el movimiento y el sonido para motivar, ejemplificar, profundizar o consolidar lo estudiado en la secuencia. En cada secuencia se integran uno o dos audiovisuales, identificados por el nombre correspondiente y un icono.

6. Observen el recurso audiovisual *La proporcionalidad en la vida cotidiana*, donde encontrarán ejemplos del uso cotidiano de la proporcionalidad directa o inversa. Propongan con sus compañeros dos ejemplos más de proporcionalidad inversa.



Los recursos informáticos están diseñados para que los alumnos tengan oportunidad de aplicar, practicar y fortalecer los contenidos o procedimientos principales de cada secuencia. Al igual que los audiovisuales, en cada secuencia se integra un recurso informático que se identifica por el nombre que le corresponde y un ícono.

El maestro cuenta también con materiales audiovisuales específicos para apoyar su práctica

docente, los cuales contienen recomendaciones precisas acerca de los contenidos temáticos que se desarrollan para lograr cada uno de los 15 aprendizajes esperados del grado, así como orientaciones didácticas para propiciar su aprendizaje.

Los recursos audiovisuales e informáticos están disponibles en el portal de Telesecundaria con el fin de que se utilicen las veces que sean necesarias.

7. Utilicen el recurso informático *Problemas de proporcionalidad directa e inversa*, donde practicarán la resolución de problemas de estos tipos de variación.





6. Alternativas para seguir aprendiendo como maestros

El trabajo docente, tal como se plantea en párrafos anteriores, es una tarea compleja que implica un alto grado de profesionalización. No es nada fácil conducir debates entre los alumnos, apoyarlos para que logren comunicar sus ideas de manera clara y obtener algunas conclusiones como resultado de la puesta en común, usar el error como fuente de aprendizaje o poner contraejemplos cuando un alumno tiene concepciones erróneas. Se necesita tener un conocimiento sólido de la asignatura, altas expectativas sobre los alumnos, una gran apertura para dar entrada a diferentes formas de pensar y una gran calidad humana para brindar apoyo y seguridad a los alumnos que se rezagan.

Los docentes de Telesecundaria afrontan una complejidad mayor por el hecho de atender todas las asignaturas. En este servicio educativo, la condición de tener un dominio sólido en las asignaturas pasa a un segundo plano, a cambio de contar con materiales que guíen puntualmente los procesos de estudio y de asumir la responsabilidad de leerlos y utilizarlos, pero, al mismo tiempo, que tales materiales les brinden la libertad para hacer las adecuaciones que consideren necesarias, en función del contexto social y las características de los alumnos que integran el grupo.

Ningún maestro, pero en especial el de Telesecundaria, se puede mostrar arrogante al pensar que lo sabe todo, ya que, por parte de los alumnos, puede surgir algún procedimiento que el profesor no conozca, o alguna pregunta para la cual no se tiene una respuesta. Es válido decir *no sé*, o *no lo había pensado de esa manera*, lo cual debería ser algo normal para los alumnos, siempre y cuando el ambiente que se experimente en el aula sea la búsqueda de alternativas de solución. Se debe tener en cuenta que el profesor es la persona con más experiencia, pero no por eso está obligado a tener siempre todas las respuestas.

La profesionalización del docente, mencionada al inicio de este punto, se logra en el día a día con los aciertos y los errores, mediante el intercambio de experiencias con otros maestros, en la medida en que en el centro de trabajo se hable de la práctica docente y se emprendan acciones conjuntas para mejorar.

En la propuesta que ponemos a consideración de los profesores de Telesecundaria se incluyen audiovisuales dirigidos a la práctica docente, algunos se refieren a la profundización del contenido matemático y otros a la didáctica de dichos contenidos. En las sugerencias para el trabajo con los diferentes contenidos podrá encontrar la guía de los audiovisuales que se elaboraron para el apoyo de la labor docente.



7. Mapa curricular

A continuación se ofrece la manera en que se plantea lograr los aprendizajes esperados del

grado con el desarrollo de las secuencias para apoyar al docente en su planeación anual.

Eje	Tema	Aprendizajes Esperados	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3
Número, algebra y variación	Multiplicación y división	1. Resuelve problemas de multiplicación y división con fracciones y decimales positivos.	<i>Secuencia 1</i> Multiplicación y división de números decimales positivos		
			<i>Secuencia 2</i> Multiplicación y división de fracciones positivas		
		2. Resuelve problemas de multiplicación y división con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.	<i>Secuencia 3</i> Multiplicación de números enteros	<i>Secuencia 13</i> Multiplicación y división de números enteros	<i>Secuencia 14</i> Multiplicación y división de números con signo
	<i>Secuencia 15</i> Potencias con exponente entero 1			<i>Secuencia 27</i> Potencias con exponente entero 2	
	3. Resuelve problemas de potencias con exponente entero y aproxima raíces cuadradas.		<i>Secuencia 16</i> Raíz cuadrada de números cuadrados perfectos	<i>Secuencia 28</i> Raíz cuadrada de números positivos perfectos	
	Proporcionalidad	4. Resuelve problemas de proporcionalidad directa e inversa y de reparto proporcional.	<i>Secuencia 4</i> Proporcionalidad directa e inversa	<i>Secuencia 17</i> Reparto proporcional	
Ecuaciones	5. Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.	<i>Secuencia 5</i> Sistemas de ecuaciones 2×2 . Método gráfico	<i>Secuencia 20</i> Sistemas de ecuaciones. Métodos de igualación y de sustitución	<i>Secuencia 29</i> Sistemas de ecuaciones 2×2 . Método de suma y resta	
Funciones	6. Analiza y compara situaciones de variación lineal y proporcionalidad inversa, a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con este tipo de variación incluyendo fenómenos de la física y otros contextos.		<i>Secuencia 21</i> Relación funcional 1	<i>Secuencia 30</i> Relación funcional 2	



Eje	Tema	Aprendizajes Esperados	Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3
Número, álgebra y variación	Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes	7. Verifica algebraicamente la equivalencia de expresiones de primer grado, formuladas a partir de sucesiones.	<i>Secuencia 6</i> Sucesiones y expresiones equivalentes 1	<i>Secuencia 19</i> Sucesiones y expresiones equivalentes 2	
		8. Formula expresiones de primer grado para representar propiedades (perímetros y áreas) de figuras geométricas y verifica equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geométricamente (análisis de las figuras).	<i>Secuencia 7</i> Figuras geométricas y equivalencia de expresiones 1	<i>Secuencia 18</i> Figuras geométricas y equivalencia de expresiones 2	
Forma, espacio y medida	Figuras y cuerpos geométricos	9. Deduce y usa las relaciones entre los ángulos de polígonos en la construcción de polígonos regulares.	<i>Secuencia 8</i> Polígonos 1	<i>Secuencia 22</i> Polígonos 2	<i>Secuencia 31</i> Polígonos 3
	Magnitudes y medidas	10. Resuelve problemas que implican conversiones en múltiplos y submúltiplos del metro, litro, kilogramo y de unidades del Sistema Inglés (yarda pulgada, galón, onza y libra).	<i>Secuencia 9</i> Conversión de medidas 1	<i>Secuencia 23</i> Conversión de medidas 2	<i>Secuencia 32</i> Conversión de medidas 3
		11. Calcula el perímetro y área de polígonos regulares y del círculo a partir de diferentes datos.	<i>Secuencia 10</i> Perímetro y área de polígonos regulares	<i>Secuencia 24</i> Área del círculo	
12. Calcula el volumen de prismas y cilindros rectos.	<i>Secuencia 11</i> Volumen de prismas		<i>Secuencia 33</i> Volumen de cilindros rectos		
Análisis de datos	Estadística	13. Recolecta, registra y lee datos en histogramas, polígonos de frecuencia y gráficas de línea.		<i>Secuencia 26</i> Histogramas y polígonos de frecuencia	<i>Secuencia 34</i> Gráficas de línea
		14. Usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana), el rango y la desviación media de un conjunto de datos y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión.		<i>Secuencia 25</i> Medidas de tendencia central y de dispersión 1	<i>Secuencia 35</i> Medidas de tendencia central y de dispersión 2
	Probabilidad	15. Determina la probabilidad teórica de un evento en un experimento aleatorio.	<i>Secuencia 12</i> Probabilidad clásica 1		<i>Secuencia 36</i> Probabilidad clásica 2

