LIBRO PARA EL MAESTRO

Matemáticas

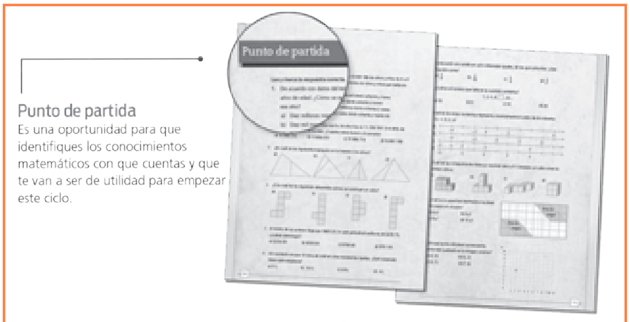
Primer grado

TELEsecundaria

Índice

Punto de partida (LT, pp. 10 y 11)

Con el fin de obtener elementos para valorar algunos de los aprendizajes logrados en la primaria y como un punto de partida para dar seguimiento al progreso de los alumnos, así como para orientar las estrategias de aprendizaje a implementar por parte del maestro, se proponen 12 reactivos.



Reactivo 1. La solución de este reactivo permite valorar la capacidad de lectura y escritura de números naturales de cualquier cantidad de cifras. Se espera que los estudiantes sean capaces de distinguir los periodos y clases que corresponden a las decenas de millón. La respuesta correcta es el inciso a).

Reactivo 2. Al resolver problemas de cálculo de porcentajes sencillos como 50%, 25%, 10% y 5% los alumnos muestran el conocimiento adquirido con respecto a este tema. Tal vez hayan calculado la mitad y la mitad de la mitad y la décima parte de la cantidad para sumar o restar hasta formar el tanto por ciento solicitado. Por ejemplo, para obtener 96% de una cantidad, pueden haber calculado la mitad y la décima parte de la cantidad, luego, a la mitad agregarle 4 veces el 10%, después dividir a la mitad el 10%, calcular el 10% del 10% (para obtener el 1%) y sumar todo. La respuesta correcta es el inciso b).

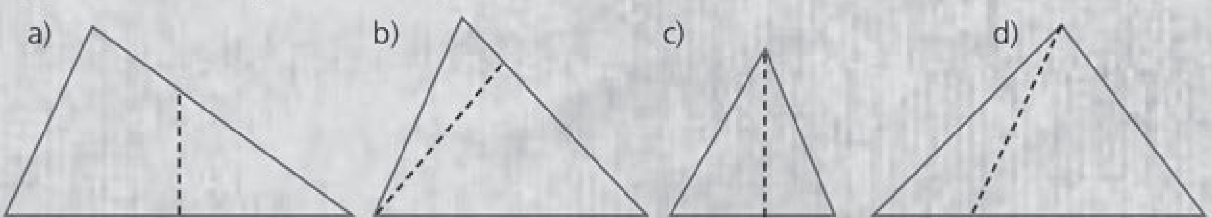
Reactivo 3. Con la resolución de este reactivo, los estudiantes evidenciarán su aprendizaje respecto a los triángulos y su conocimiento e identificación de las tres alturas; siendo en este caso la respuesta correcta el inciso c).

Reactivo 4. El reactivo valora el conocimiento adquirido en la construcción de prismas y pirámides rectos cuya base es un rectángulo o un triángulo a partir de su desarrollo plano. Si el alumno indica como respuesta el inciso a), demuestra el manejo de las características de un prisma con base cuadrangular, particularmente, de un cubo. Este reactivo también permite conocer la imaginación espacial de los estudiantes.

Reactivo 5. Al resolver de manera correcta este reactivo, los estudiantes demostrarán el nivel de dominio que poseen sobre problemas de suma y resta con números naturales y decimales. Al realizar los cálculos con números decimales, una de las principales dificultades de los alumnos es el manejo del punto decimal. La respuesta correcta es el inciso a).

Reactivo 6. Con este reactivo, se puede valorar la competencia de los estudiantes respecto de la resolución de problemas de división con cociente o divisores decimales. El reactivo se puede resolver mediante sumas repetidas o buscando el factor que, multiplicado por 5, dé como resultado 19. La respuesta correcta es el inciso c).

3. ¿En cuál de los siguientes triángulos se ha trazado una altura?



Reactivo 7. Al resolver este reactivo correctamente, los estudiantes mostrarán no sólo que pueden restar fracciones, sino que además dominan el concepto de fracciones equivalentes, en virtud de que la solución no está expresada con el resultado directo que se pide, sino mediante una fracción equivalente. La respuesta correcta es el inciso c).

Reactivo 8. Al dar respuesta a este inciso, los alumnos muestran su capacidad de análisis de sucesiones numéricas y de figuras con progresión aritmética a partir de explorar regularidades y describir las características y el comportamiento de los números 1, 2, 4, 8, ___, 32...; la respuesta correcta para completar la sucesión es 16.

Reactivo 9. Se refiere a demostrar conocimiento con respecto al orden, comparación y representación de los números enteros. Si observa que algunos alumnos presentan dificultades al ordenar los números, pida que escriban por qué razón los ordenan o ubican de esa manera. Quizá aún no comprendan que el planteamiento no sólo trata de magnitud, sino también de sentido. La respuesta correcta es el inciso d).

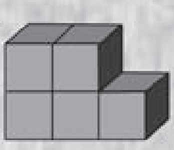
Reactivo 10. El reactivo valora el conocimiento adquirido en la estimación, comparación y ordenamiento del volumen de prismas rectos rectangulares mediante el conteo de unidades, por lo cual la respuesta correcta es el inciso c).

Reactivo 11. En quinto grado los estudiantes calcularon el área de rectángulos a partir del conteo de unidades; por ello al resolver este reactivo se espera que no tengan dificultades cuando determinen la superficie que corresponde al cálculo de áreas de cuadriláteros mediante su transformación en rectángulos. En este caso, los romboides se pueden transformar de varias maneras en cuadrados y, luego, en un rectángulo; una vez convertidos se puede calcular su área; siendo la opción correcta el inciso c). Es importante mencionar que no es propósito de esta exploración el construir fórmulas.

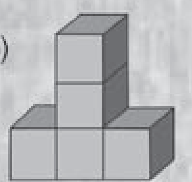
Reactivo 12. Con este reactivo los alumnos muestran su conocimiento respecto a la resolución de situaciones que impliquen la ubicación de puntos en el plano cartesiano y la manera convencional de identificarlos mediante coordenadas. La respuesta correcta es el inciso a).

10. ¿Cuál de las composiciones tiene un volumen de 6 u^3? Considera un cubo como la unidad cúbica.

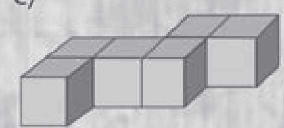
a)



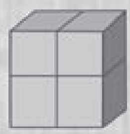
b)



c)



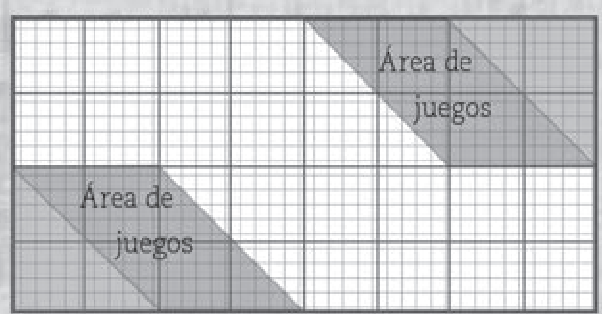
d)



11. ¿Cuál es la superficie destinada a las áreas de juegos en el patio?

a) 4 u^2 b) 6 u^2

c) 8 u^2 d) 12 u^2



Bloque 1

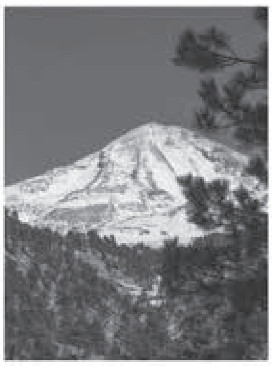
Secuencia 1 Números enteros 1 (LT, pp. 14-19)

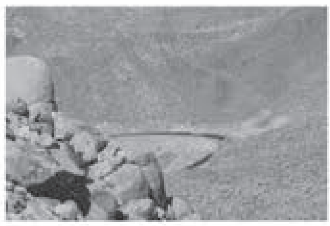
Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Adición y sustracción.
Aprendizaje esperado	Resuelve problemas de suma y resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.
Intención didáctica	Que los alumnos resuelvan problemas que implican suma y resta de números enteros con el uso de recursos gráficos, y que utilicen la noción de valor absoluto y el número simétrico.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	**Audiovisuales** Sesión 1. *Origen de los números negativos* Sesión 3. *Valor absoluto y simétricos de números enteros* **Informático** Sesión 3. *Valor absoluto y simétricos de números enteros*
Materiales de apoyo para el maestro	**Audiovisual** *Suma y resta de números enteros en la recta numérica*

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Ordenen y comparen números enteros a partir de su ubicación en la recta numérica.
- Sesión 2. Resuelvan situaciones que implican restar números enteros utilizando la recta numérica.
- Sesión 3. Comprendan el valor absoluto y el simétrico de un número entero.





C. Volcán Citlaltépetl
Entre Puebla y Veracruz.
Altitud: 5 610 m
sobre el nivel del mar.

D. Pozo Nobilis 1
Costa de Tamaulipas.
Profundidad total de
6 000 m bajo el nivel del mar.

E. Mexicali
Baja California.
Altitud: 3 m
sobre el nivel del mar.

Anoten y ordenen los lugares de acuerdo con sus alturas o profundidades.

Del más profundo →				al más alto

Acerca de...

Esta secuencia es la primera de cuatro mediante las cuales se pretende que los alumnos resuelvan problemas de suma y resta de números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos. En primaria los alumnos estudiaron las operaciones básicas con números naturales y la suma y resta de fracciones y decimales positivos. Ahora deberán comprender las relaciones y propiedades que tienen los nuevos conjuntos de números: los enteros y los racionales. Es importante que no se trate como una simple extensión de los números que ya conocían. Esta secuencia está formada por tres sesiones donde la recta numérica es uno de los principales recursos gráficos que ayuda a la comprensión de las características y propiedades de estos números y de las operaciones de adición y sustracción, en contextos como la representación de temperaturas ambientales o la altura o profundidad de accidentes geográficos. Particularmente, en esta secuencia los estudiantes recordarán aspectos importantes y aplicarán ideas sobre los siguientes subtemas:

- La representación y comparación de los números enteros a partir de su ubicación en la recta numérica.
- La resolución de sumas y restas con apoyo de la recta numérica.
- La definición del valor absoluto de cualquier número entero positivo o negativo como la distancia que hay entre éste y el cero.
- La definición de los números simétricos como aquellos cuya suma es cero y que, representados en la recta numérica, se encuentran a la misma distancia del cero.

La comprensión de estas nociones es fundamental para que los alumnos puedan resolver problemas aditivos (de suma y resta) de números enteros.

Sobre las ideas de los alumnos

Algunos de los errores más comunes que los alumnos cometen al ubicar, ordenar y comparar números enteros en la recta numérica, o en cualquier otro recurso gráfico, son:

- Considerar que la relación de orden en los números negativos es igual que en los positivos, esto es, que -5 es mayor que -2.
- Pasar por alto que el orden de los negativos, al ubicarlos en una recta numérica, vertical u horizontal, debe partir del cero hacia abajo o a la izquierda respectivamente.
- No considerar el punto cero en el conteo de unidades.

Estos errores muestran una falta de conceptualización de los números enteros, necesaria para efectuar operaciones de suma y resta con ellos. Una manera de guiar a los alumnos es a partir de preguntas que les ayuden a reflexionar sobre ese tipo de números. Por ejemplo: ¿un número positivo y otro negativo pueden estar en el mismo punto de la recta?; si comparamos dos números negativos, el número mayor está a la derecha del otro: ¿cuál es el número negativo con mayor valor?

¿Cómo guío el proceso?

Dado que es la primera secuencia del libro, se recomienda leer en clase la parte introductoria de la sesión, familiarizar al alumno con la estructura del libro, señalando la función de cada una de sus partes y después comentar la importancia de los nuevos números con que trabajarán.

En el inciso c) de la actividad 3 se puede preguntar cuál es el punto más profundo y qué entienden por el punto que está 3 000 m más arriba, para ver si suman o restan estas cantidades. Los alumnos deben elaborar la idea de que todos los negativos son menores que cualquier positivo; o bien, que todo número positivo es mayor que cualquier negativo.

En la sesión 2, los alumnos localizarán temperaturas ambientales máximas y mínimas; observarán que en la primera actividad la temperatura máxima es siempre positiva y la mínima es negativa, mientras que en la actividad 2, ambas temperaturas son menores que 0. Un punto central de la sesión es el llenado de la tabla del inciso b), que solicita la variación de la temperatura por día. Algunos alumnos se apoyarán en la representación gráfica y obtendrán la distancia entre las dos temperaturas, otros más sumarán los valores absolutos cuando una temperatura sea positiva y la otra negativa; o restarán los valores absolutos cuando las dos temperaturas sean negativas.

La sesión 3 comienza con el estudio del valor absoluto de los números enteros. Apoye la comprensión de este concepto mediante la representación gráfica. Una pregunta pertinente es: ¿de dónde parten o a dónde llegan los diferentes segmentos? Para el tratamiento didáctico del valor absoluto, el dato relevante es la medida del segmento correspondiente al número y no el signo al que esté asociado según su posición en la recta numérica.

En la práctica pueden darse infinidad de parejas de números cuya distancia a cero es igual. Hay que asegurarse que los alumnos concluyan que los números opuestos son otra forma de llamar a los números simétricos. Estos números se usarán al estudiar la suma y la resta de cantidades que equidistan del cero, pero que tienen un sentido contrario entre sí.

Pautas para la evaluación formativa

Respecto de la sesión 1, es importante que el maestro observe que para ordenar y comparar números enteros es necesaria la ubicación espacial en la recta como un medio de representación y comparación; se debe garantizar que el alumno ubique el cero, con los positivos que corren de izquierda a derecha a partir de ese punto y los negativos corren en sentido contrario a partir del mismo cero. También es importante mencionar que si algún alumno no usa la recta para comparar números, seguramente significa que ya no la requiere.

En la segunda sesión se espera que los alumnos resten números enteros usando la recta numérica para encontrar las diferencias entre las temperaturas máximas y mínimas. Un procedimiento válido es considerar esta resta como: temperatura máxima *menos* temperatura mínima *es igual a* diferencia de temperatura. También debe considerar casos como $20-(-3)$ o $-5-(-9)$ y explicar cómo estas operaciones se pueden convertir en una suma al cambiar el sustraendo por su simétrico. Las actividades 1 y 2 de la sesión 2 corresponden al mismo tipo de ejercicio: ordenar números y encontrar la variación entre la temperatura máxima y la mínima.

Por último, en la sesión 3, donde los alumnos analizarán el valor absoluto y los números simétricos, es importante observar si el alumno discrimina que el valor absoluto de un número es la distancia de éste al cero, sin importar si se ubica entre los positivos o entre los negativos.

¿Cómo apoyar?

Cuando existan errores en las representaciones de la recta numérica que elaboran los alumnos, por ejemplo: asignar distancias diferentes entre enteros sucesivos; ubicar erróneamente el cero o cualquier número (sea positivo o negativo), etcétera, guíe a los estudiantes para que encuentren el error con preguntas como: ¿por qué es importante que las distancias entre números consecutivos sean iguales?, ¿por qué en tu representación de la recta las distancias de los números -3 al cero y del 3 al cero son diferentes?, ¿puede haber tres números diferentes que tengan el mismo valor absoluto?

¿Cómo extender?

El uso de Geogebra (donde esté disponible) puede ser una fuente de extensión de lo aprendido; con este recurso se puede observar el valor absoluto y los simétricos con animación; proponga al alumno su uso de manera intuitiva.

Algunas reflexiones para los alumnos más aventajados son:

¿Por qué si $5 > -7$, el número -7 tiene mayor valor absoluto que 5?

¿Una fracción también tiene un simétrico?

Si un número y una fracción se ubican en el mismo punto, ¿tienen el mismo valor absoluto?

Estas preguntas se resolverán en secuencias posteriores, sin embargo los alumnos pueden hacer algunas reflexiones al respecto y retomarlas posteriormente.

Secuencia 2 Números enteros 2 (LT, pp. 20-25)

Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Adición y sustracción.
Aprendizaje esperado	Resuelve problemas de suma y resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.
Intención didáctica	Que los alumnos resuelvan problemas que implican suma y resta con números enteros y que utilicen el algoritmo de la suma y la resta.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	**Audiovisuales** Sesión 2. *Resta de números enteros* Sesión 3. *Problemas con números enteros* **Informáticos** Sesión 1. *Regla de los signos* Sesión 2. *Suma y resta de números enteros*
Materiales de apoyo para el maestro	**Audiovisual** *La resta de números negativos y sus dificultades didácticas*

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Conozcan y apliquen el algoritmo de la suma de números enteros.
- Sesión 2. Resuelvan problemas que implican una sustracción de números enteros mediante la técnica de sumar el simétrico del sustraendo.
- Sesión 3. Resuelvan situaciones que implican sumar y restar números enteros.

Sesión 1

Para empezar

En todo campeonato de futbol, ya sea en la Copa del Mundo o en un torneo de barrio de cualquier categoría, uno de los criterios de desempate entre los equipos es saber cuántos goles anotaron y cuántos goles recibieron. Aunque en el lenguaje coloquial se llama diferencia de goles, en realidad matemáticamente corresponde a una suma de goles. A lo largo de las sesiones te darás cuenta de la matemática que hay detrás de estos criterios y ampliarás tus conocimientos sobre los números positivos y negativos al resolver sumas y restas con este tipo de números.

Acerca de...

En la secuencia 1, los alumnos utilizaron recursos gráficos como la recta numérica para ubicar, comparar y resolver situaciones que implican suma y resta de números enteros. En esta conocerán y utilizarán el algoritmo convencional de la suma y la técnica de la sustracción como la suma del minuendo más el simétrico del sustraendo, así como la regla de los signos. Para ello se han seleccionado situaciones que implican resolver problemas de goles a favor y en contra, temperatura ambiental y estados de cuenta. Además de determinar el resultado de una suma utilizando el algoritmo convencional (sesión 1) en algunas de estas situaciones falta un sumando, lo cual sirve para introducir la resta como una operación inversa de la suma mediante la utilización de la técnica de sumar el minuendo más el simétrico del sustraendo (sesión 2).

Finalmente, se proponen diferentes problemas en los cuales se espera que los alumnos apliquen los algoritmos estudiados (sesión 3).

Sobre las ideas de los alumnos

En la secuencia anterior los alumnos estudiaron el valor absoluto de un número entero como la distancia que lo separa del cero. Ante una situación de suma de enteros, tal vez una de las dificultades que se les presente sea determinar cuándo el signo es negativo. En tal caso, es importante que analicen el algoritmo con preguntas como las siguientes: al efectuar una suma o resta, ¿de qué depende el signo del resultado?, ¿por qué, si la operación es de suma, en ocasiones se termina efectuando una resta?, ¿se puede plantear el cálculo de un sumando desconocido como una resta de números enteros? Con este tipo de preguntas se busca generar reflexión sobre qué se hace y por qué se hace cada fase de la operación.

Algunos de los errores previos a esta secuencia que los alumnos podrían manifestar son los siguientes:

- Asocian la suma de números enteros con la suma de los valores absolutos y operan sin considerar el signo del número; por ejemplo: $(-5) + (8) = 13$; porque $|-5| = 5$.
- Aplican el algoritmo de la adición de igual forma para una sustracción.
- Plantean erróneamente el procedimiento a efectuar, sea de suma o resta, de acuerdo con el contexto del problema.

Aproveche estas manifestaciones erróneas para el análisis de varias situaciones en diversos contextos y recurra a su representación gráfica, para que la comprensión de lo que se obtiene ayude a entender las reglas de los signos en la suma y resta de números enteros.

¿Cómo guío el proceso?

En todas las sesiones, es importante que no se expliquen los algoritmos de manera inicial, como una receta que deba aplicarse para todas las sumas o restas; sino que las reglas de los signos para la suma y la resta resulten de la reflexión del alumno al resolver los problemas que se plantean.

En la sesión 1, el alumno definirá el algoritmo de la suma después de haber completado las tablas de goles a favor y en contra. Es importante mencionar que en la tabla de la actividad 2 los alumnos encontrarán diferentes resultados correctos, aproveche la ocasión para comprobarlos en plenaria. En la actividad 3 el alumno deberá comparar los resultados de las cuatro combinaciones posibles entre positivos y negativos, lo que le llevará a analizar los casos semejantes y redactar una forma de resolución. Es importante guiar al alumno para que en dicha redacción aproveche la noción de valor absoluto que aprendió en la secuencia anterior.

En la sesión 2 se continuará con el contexto de los goles a favor y goles en contra para cuestionar al alumno acerca de la forma en que una situación puede generar una suma o una resta (en el caso de la falta de un sumando). La formalización que se debe alcanzar es que la sustracción de números positivos y negativos es equivalente a sumar el minuendo con el simétrico del sustraendo. Para comprobar esta formalización, guíe a todo el grupo en el análisis de las operaciones en las que falta un sumando que anotaron en la tabla de la actividad 1 b). Posteriormente, en la actividad 2, analicen dos situaciones para determinar por qué las representaciones (de suma y resta) son equivalentes.

Por último, en la sesión 3, se proponen diversos contextos donde se requiere solucionar problemas aditivos, en los cuales los alumnos podrán aplicar tanto el algoritmo de la suma como la técnica de transformar restas en sumas.

Pautas para la evaluación formativa

Observe el lenguaje que usa el alumno al redactar las reglas para sumar dos positivos, para sumar dos negativos, y para sumar un negativo y un positivo.

También identifique la manera en que completa la tabla de diferencia de goles, cómo representa una resta de enteros y la resuelve, así como la práctica del procedimiento en la actividad 3 de la segunda sesión.

Compruebe que en la resolución de las situaciones problemáticas de la sesión 3 use los referentes estudiados: el planteamiento de acuerdo con el contexto, la operación a resolver y la resolución aplicando el algoritmo.

Registre si el alumno comprendió la relación entre los datos de un problema para determinar la operación que les permite darle respuesta.

¿Cómo apoyar?

Para los alumnos con dificultades en la asimilación del algoritmo para sumar números positivos y negativos, comience por plantear sumas de números naturales donde no intervengan los signos. Pregunte cuál es el procedimiento que realizaron y compárelo con la suma de dos positivos o dos negativos en la que se suman los valores absolutos y se conserva el signo de los sumandos. Cuando ya dominen esta parte del algoritmo, introduzca la suma de un positivo y un negativo; y vuelva a recordar la representación en la recta como un referente gráfico para que los alumnos observen que sus valores absolutos se restan y que el resultado lleva el signo del valor absoluto mayor.

El contexto que trata del dinero que se tiene y que se adeuda facilita la comprensión de la suma y resta de este tipo de números, sobre todo si se realiza con representaciones concretas y gráficas como la recta numérica.

Las preguntas generadoras de reflexión son un apoyo importante; por ejemplo: ¿qué número tiene el mismo valor absoluto que el 3?, ¿por qué el resultado de sumar un positivo y otro negativo se encuentra restando?, ¿cuál es el procedimiento para transformar una resta en una suma?

Cuando introduzca el algoritmo para restar, plantee varios ejercicios muy sencillos, por ejemplo: (   ) + (–2) = –3, donde falta un sumando; luego vuelva a las actividades del libro para formalizar este tipo de operaciones como una resta de negativos.

Respecto de la técnica para restar sumando el simétrico del sustraendo; realice con ellos varios ejemplos del uso de esta técnica y luego analicen la actividad 2 de la sesión 2; en la que se plantea la misma situación problemática, tanto con una suma como con una resta; y analicen cómo cambian los signos de una operación a otra.

En la sesión 3, en el inciso e) de la actividad 1, algunos alumnos pueden tener dificultad al calcular la distancia entre un helicóptero que está a una altura de 230 m y un submarino sumergido a 180 m; un error recurrente es proponer la operación: (–180) + (230) = 50.

El planteamiento correcto es: posición del helicóptero menos la ubicación del submarino, es decir: 230 – (–180) = ______. La representación gráfica de esta situación apoya su comprensión.

¿Cómo extender?

Para continuar con el estudio de la adición y sustracción de números enteros puede proponer el uso de la calculadora con la tecla +/– y los paréntesis para comprobar y aplicar lo aprendido en series de sumas y restas de más de 3 elementos. También proponga varios retos como el siguiente: llena los espacios vacíos sólo con números positivos:

(____) – (____) + (____) = –2

Secuencia 3 Fracciones y decimales 1 (LT, pp. 26-35)

Tiempo de realización	Seis sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Número.
Aprendizajes esperados	Convierte fracciones decimales a notación decimal y viceversa. Aproxima algunas fracciones no decimales usando la notación decimal. Ordena fracciones y números decimales.
Intención didáctica	Que los alumnos logren interpretar a la fracción como el resultado de una división y lo usen al resolver problemas. Que conviertan fracciones a números decimales y viceversa como recurso para resolver diversos problemas. Que identifiquen fracciones decimales y no decimales.
Vínculos con otras asignaturas	Biología: secuencia 19, Plato del Bien Comer.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	**Audiovisuales** Sesión 1. *Las fracciones indican reparto* Sesión 2. *Otras situaciones que generan fracciones* Sesión 3. *Conversiones* Sesión 4. *Tipos de fracciones y decimales* Sesión 6. *La historia de las fracciones y los números decimales* **Informático** Sesión 6. *Ubicación en la recta de números fraccionarios y decimales*
Materiales de apoyo para el maestro	**Audiovisual** *Diferentes significados de las fracciones y los decimales* **Bibliográfico** Streefland, L. (1993). Traducción de Nora Da Valle. “Las fracciones: un enfoque realista”, en Carpenter, Th., *et al.*, L. Erlbaum, ed., *Inrational Numbers: An Integration of Research*, Universidad de Utrecht, Países Bajos.

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Interpreten la fracción $\frac{a}{b}$ como el resultado de la división $a \div b$ y que anticipen cuándo $\frac{a}{b}$ será mayor, igual o menor que uno.
- Sesión 2. Relacionen las fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ con sus respectivas notaciones decimales, para compararlas.
- Sesión 3. Distingan fracciones decimales y no decimales.
- Sesión 4. Interpreten la fracción $\frac{a}{b}$ como el resultado de la división $a \div b$, y determinen si su resultado es una fracción decimal o no decimal.
- Sesión 5. Analicen las convenciones en torno a la representación de números en la recta numérica.
- Sesión 6. Interpreten la fracción $\frac{a}{b}$ como el resultado de la división $a \div b$, al dividir una longitud a en b partes iguales en la recta numérica.

Acerca de...

En esta secuencia los estudiantes concebirán a la fracción $\frac{a}{b}$ como una manera de expresar la división $a \div b$, y a la vez como el cociente de dicha división. Por ejemplo, la fracción $\frac{3}{4}$ es una manera de expresar la división $3 \div 4$, y al mismo tiempo es el resultado de esa división. Estas dos ideas les permitirán vincular a los números fraccionarios con sus expresiones decimales correspondientes, ya sean finitas o periódicas. En el ejemplo anterior, la expresión decimal que corresponde, 0.75, es una expresión finita porque después del 5 no hay más cifras decimales diferentes de cero.

El aprendizaje se desarrolla mediante tres tipos de situaciones: el reparto equitativo y exhaustivo, lo que significa en partes iguales y sin que sobre; el cálculo del espesor de un objeto que es parte de una pila de objetos iguales y la ubicación de números en la recta numérica.

2. La tabla contiene los datos de otros posibles repartos en partes iguales; anota lo que falta. No se vale usar calculadora.

Cantidad de tazas	Cantidad de bebés	¿Cuánto le toca a cada bebé?	Comprobación
1	2		
1	5		
1	8		

En los tres tipos de problemas se usan fracciones decimales y no decimales, menores y mayores que 1, pero sólo se definen en la segunda secuencia de este aprendizaje esperado.

Los alumnos ya han estudiado fracciones y decimales en la primaria, en este grado se pretende que profundicen esos conocimientos a través de la búsqueda de regularidades, la validación de conjeturas y la generalización de propiedades de los números.

Sobre las ideas de los alumnos

Considerar la fracción $\frac{3}{4}$ como el número que resulta de dividir $3 \div 4$ no es una idea simple y fácil de aceptar por los alumnos, entre otras razones por la tendencia de ver el $\frac{3}{4}$ como dos números naturales en vez de uno, por ello es necesario que al comenzar a resolver los problemas de reparto usen sus propios recursos, que en general son representaciones gráficas, para que "vean" y se convenzan del resultado.

Cuando los alumnos resuelven problemas de división con números naturales tienden a expresar el resultado o cociente con un número decimal, aun cuando éste sea un decimal periódico. Por ejemplo, al dividir una taza de papilla, leche, chocolate o cualquier otro alimento, entre tres niños, el resultado se expresa como 0.3, 0.33, 0.333, sin detenerse a pensar qué significan esos números.

De ahí que una de las intenciones de esta secuencia es hacer notar que los números fraccionarios pueden ser más útiles para expresar resultados como los anteriores, porque tiene más sentido pensar en $\frac{1}{3}$ de taza que en 0.3 tazas.

Tampoco les resulta clara la relación entre números fraccionarios y decimales, por eso, en la medida que logren ver esa relación se animarán a usar unos u otros, dependiendo del problema.

Así como al comparar dos fracciones los alumnos piensan que $\frac{17}{18}$ es mayor que $\frac{2}{3}$ "porque tiene números más grandes", por la misma razón suelen pensar que 0.75 es mayor 0.8. La comparación de números da a los alumnos la oportunidad de fundamentar por qué un número es mayor que otro.

Para muchos alumnos no es claro que $0.8 = 0.80 = 0.800$, el problema de encontrar un número mayor que 0.7 y menor que 0.8 hace necesario extender a centésimos (0.70 y 0.80), para encontrar el número solicitado.

¿Cómo guío el proceso?

En el último renglón de la tabla de la actividad 2, sesión 1, es probable que surjan diferentes expresiones del resultado, tales como: $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$; $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ o simplemente $\frac{3}{4}$. Hay que resaltar que las tres expresiones son correctas puesto que representan la misma cantidad, es decir, son equivalentes.

En las actividades 3 y 4 de la misma sesión 1, se comparan fracciones con la unidad. Hay que analizar con profundidad los resultados de la tabla para que los alumnos concluyan que, si el numerador es mayor que el denominador, la fracción es mayor que 1. Si el numerador es menor que el denominador, la fracción es menor que uno; si ambos elementos de la fracción son iguales, la fracción equivale a uno. Esta misma idea es útil en la sesión 2, en la que se comparan dos fracciones que resultan de dos repartos. Si una fracción es mayor que uno y la otra menor que uno, evidentemente la primera es mayor.

Para los alumnos es difícil comprender que una fracción es una división y, más aún, que la fracción sea el resultado de la división. Poco a poco, al resolver problemas de reparto con la ayuda de representaciones gráficas, caen en cuenta que el resultado es la fracción que relaciona los términos del reparto, de manera general, $a \div b = \frac{a}{b}$

Cuando ambas fracciones son menores que 1 se puede analizar la fracción que le falta a cada una para llegar a la unidad; por ejemplo, si se quiere saber cuál fracción es mayor entre $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ se observa que a la primera le falta $\frac{1}{3}$ y a la segunda $\frac{1}{4}$ para completar la unidad y como $\frac{1}{3}$ es mayor que $\frac{1}{4}$, le falta más a $\frac{2}{3}$ y, por lo tanto, es menor.

Se puede también tomar como referencia $\frac{1}{2}$. Si una fracción es mayor que $\frac{1}{2}$ y la otra es igual o menor, entonces la primera es mayor. Por ejemplo, $\frac{3}{5}$ es mayor que $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{7}$ es menor que $\frac{1}{2}$. Por tanto, $\frac{3}{5}$ es mayor que $\frac{3}{7}$

En otros casos, para poder comparar es necesario encontrar fracciones equivalentes o convertir las fracciones en números decimales.

La división con cociente decimal se trabajó ligeramente en sexto grado; es necesario volver a estudiarla y asegurar que quede clara la conversión de unidades en décimos, de décimos en centésimos, y así sucesivamente.

Una vez que los alumnos comprenden que el resultado de un reparto es la fracción cuyo numerador y denominador son los datos del reparto, se plantea el problema inverso: si a cada bebé le tocó $\frac{3}{5}$ de taza, ¿cuántas tazas se repartieron y entre cuántos bebés? Los alumnos podrán deducir que se repartieron 3 tazas entre 5 bebés, o cualquier par de cantidades que sean proporcionales a éstas, por ejemplo, 6 tazas entre 10 bebés.

El problema de calcular el espesor de una hoja de papel en la sesión 4 también es propicio para usar las fracciones como resultado de una división. Si 100 hojas apiladas alcanzan una altura de 8 milímetros, el espesor de una hoja es $\frac{8}{100}$ = 0.08 mm (8 centésimas de milímetro). Es importante que los alumnos se familiaricen con la idea de que al dividir el numerador entre el denominador se obtiene un decimal, que puede ser finito o periódico.

Este problema se puede experimentar en clase con diferentes materiales, por ejemplo, se pueden apilar todos los libros de texto, se mide la altura que alcanzan y se calcula el espesor de un libro. También puede ser una pila de ladrillos, tablas, etcétera. La ventaja de abordarlo con las hojas de papel es que difícilmente se puede medir el espesor de una sola hoja y eso resalta el poder de la matemática.

5. Resuelvan los problemas.

a) Calculen el espesor de una hoja de su libro de matemáticas. Anoten el resultado.

Fracción: ________ Decimal: _________

b) Aproximadamente, ¿cuántas hojas de su libro de matemáticas equivalen a *un milímetro* de espesor?

____

c) En un librero hay una colección de 15 libros iguales que ocupan 12 cm del estante. ¿Cuál es el espesor de un libro? _______

Fracción: ________ Decimal: _________

El trabajo sobre la recta numérica tiene dos partes, una en la que se considera lo estudiado en la primaria y se profundiza con la intención de que los alumnos puedan concluir que si ya están ubicados dos o más números, la longitud de la unidad está definida y hay que conservarla al ubicar otros números. Éste es el caso de la actividad 1 de la sesión 5.

Si sólo hay un número, la unidad no está definida y se puede ubicar otro número en el punto que convenga, con lo cual queda definida la longitud de la unidad. Éste es el caso de la actividad 3, incisos a), b) y c), de la misma sesión.

Si ningún número está ubicado, la unidad no está definida y se puede elegir cualquier punto para colocar el cero. Para delimitar la unidad hay que ubicar otro número. Éste es el caso de los incisos d) y e) de la actividad 3.

La segunda parte es más compleja, consiste en averiguar qué número corresponde a cada parte, dada una longitud de unidades, dividida en partes iguales. Se trata de un problema más en el que la fracción es el resultado de una división y, por lo tanto, se esperaría que la mayoría de los alumnos pudiera encontrar alguna vía de solución, sin embargo, muchos cometen el error de considerar sólo una unidad dividida en partes iguales en vez de unidades.

Pueden surgir dos procedimientos para resolver el problema. El primero consiste en pensar: si fuera una unidad dividida en b partes iguales, la longitud de cada parte sería $\frac{1}{b}$, como son unidades la longitud de cada parte es $a(\frac{1}{b})$ es decir, $\frac{a}{b}$ El otro procedimiento consiste en dividir directamente a entre b y obtener la fracción $\frac{a}{b}$

Pautas para la evaluación formativa

Los problemas que se plantean en la secuencia tienen como sola intención que los alumnos logren ver a la fracción $\frac{a}{b}$, como la división $a \div b$ y a la vez como el resultado de esa división. Considerar a la fracción $\frac{a}{b}$ como la división $a \div b$ les permitirá encontrar el decimal que corresponde a dicha fracción.

Con base en la consideración anterior, la evidencia de que el estudio de esta secuencia ha rendido frutos es que ante un problema como el que se encuentra en la actividad 5 de la sesión 4, "en un librero hay una colección de 15 libros iguales que ocupan 12 cm del estante, ¿cuál es el espesor de un libro?", los alumnos puedan responder rápidamente $\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ cm. Al requerir un resultado en notación decimal, los alumnos deben saber hacer la división y encontrar 0.8 cm.

¿Cómo apoyar?

Si en el problema inicial observa que algunos alumnos no saben qué hacer, sugiérales que representen de manera gráfica la situación, por ejemplo, cada taza con un cuadrado o un círculo, en seguida que hagan las particiones convenientes para poder repartir. Poco a poco dejarán de ser necesarias las representaciones gráficas y podrán expresar rápidamente el resultado de un reparto con una fracción.

Al comparar los resultados de dos repartos procure que se exploren varios procedimientos y que se vea cuál permite comparar más rápido.

En cuanto al problema del espesor de una hoja de papel, si lo considera necesario, ilustre la situación con otros materiales de igual grosor apilados, a fin de que comprueben que si se divide el espesor de la pila entre el número de objetos se obtiene el de un objeto.

En el trabajo con las rectas procure que haya claridad sobre los principios básicos: los números aumentan de izquierda a derecha; si un número es el doble que otro, su distancia a cero también es el doble; el cero no necesariamente debe ubicarse en el extremo izquierdo.

¿Cómo extender?

Ponga a consideración de los alumnos otros ejemplos en los que la representación gráfica resulte impráctica, por ejemplo, $\frac{8}{27}$, con el fin de obligarlos a ver la fracción como el resultado del reparto. Coménteles que otra manera de verificar que el resultado del reparto sea correcto, consiste en sumar 27 veces $\frac{8}{27}$ y verificar que la división o cociente es 8, (las ocho raciones que se repartieron). Pídales que propongan otros ejemplos de repartos y que los resuelvan.

Secuencia 4 Jerarquía de operaciones 1 (LT, pp. 36-39)

Tiempo de realización	Dos sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Multiplicación y división.
Aprendizajes esperados	Determina y usa la jerarquía de operaciones y los paréntesis en operaciones con números naturales, enteros y decimales (para multiplicación y división, sólo números positivos).
Intención didáctica	Que el alumno conozca y utilice la jerarquía de las operaciones al resolver operaciones combinadas de suma, resta, multiplicación, división con números enteros, fracciones y decimales.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	**Audiovisual** Sesión 2. *El orden de las operaciones* **Informático** Sesión 2. *Aplica la jerarquía de operaciones*
Materiales de apoyo para el maestro	**Audiovisual** *¿Qué y cómo jerarquizar operaciones?* **Bibliográficos** Khan Academy (2019). *Ecuaciones, expresiones y desigualdades.* Disponible en https://es.khanacademy.org/math/pre-algebra/pre-algebra-equationsexpressions/modal/v/constructing-numerical-expressions-example Expii (2019). *Orden de operaciones*. Disponible en https://www.expii.com/t/order-of-operations-9121

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Usen la jerarquía de las operaciones cuando se presentan signos de agrupación.
- Sesión 2. Usen la jerarquía de operaciones cuando se presentan signos de agrupación.

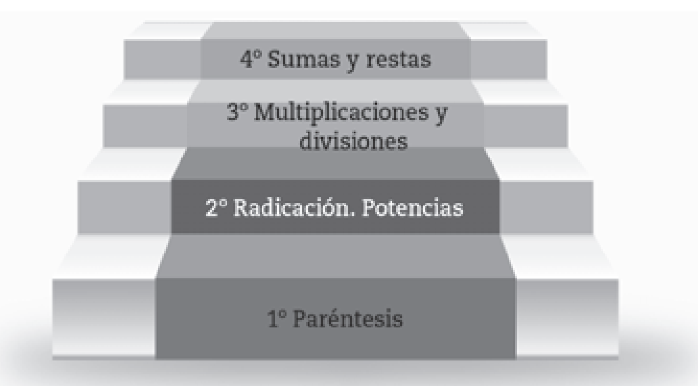
Acerca de...

Ésta es la primera de las dos secuencias dedicadas al estudio sobre la jerarquía de las operaciones.

Es importante que los estudiantes contrasten los resultados que se obtienen en una cadena de operaciones con los que da una calculadora.

Sesión 1

Para empezar



Ya has visto que 5 + 4 tiene el mismo resultado que 4 + 5. También sabes que 5 × 4 = 4 × 5. Pero ¿tiene el mismo resultado 5 × (4 + 5) que (5 × 4) + 5? En las siguientes sesiones estudiarás que para realizar ciertas operaciones existe una convención llamada jerarquía de las operaciones; también verás cómo diversos signos de agrupación te permitirán obtener el resultado al seguir un orden determinado dentro de una cadena de operaciones.

Los estudiantes deberán saber que la jerarquía de operaciones es un conjunto de reglas que nos indican el orden en que se deben efectuar las operaciones y estas reglas son una convención, es decir, son un acuerdo. Esto permite desmitificar a la matemática como algo ya establecido y la presenta como una construcción humana y social.

Sobre las ideas de los alumnos

Es común que los alumnos resuelvan las cadenas de operaciones de manera lineal, es decir, en el orden en que van apareciendo de izquierda a derecha sin considerar si son multiplicaciones, divisiones sumas o restas así, por ejemplo, los alumnos podrían decir que: $9 \times 5 - 8 \div 2 = 18.5$, cuando el resultado, al considerar la jerarquía de las operaciones, es 41.

Debido a que la jerarquía de operaciones es una convención, es difícil que los alumnos comprendan que el orden de las operaciones está determinado, así que el uso de una calculadora que considera la jerarquía de operaciones es indispensable como un tercer elemento para validar el resultado más allá de la palabra del maestro, como generalmente sucede.

¿Cómo guío el proceso?

La primera actividad de la sesión 1 tiene la intención de que los alumnos identifiquen y realicen las operaciones de la manera en que consideren. Es posible que surjan como resultados 18.5 y 23, respectivamente, antes que 41.

En la actividad 2, es indispensable utilizar calculadora para efectuar las operaciones. Si tienen una calculadora científica a su alcance, permita que introduzcan las operaciones y comprueben el resultado que se obtiene. Pida que analicen los resultados obtenidos al seguir diferente orden hasta asociar el que corresponde con el que hizo la calculadora.

Tal vez algunas de las calculadoras que lleven no respeten la jerarquía de operaciones y obtengan los mismos resultados, mientras que en otros casos sí la respeten, y obtengan el valor de 41. De todos modos, el inciso b) les solicita buscar la manera de efectuar las operaciones en ambas cadenas para obtener como resultado 41.

Después de leer la tabla en que aparece la jerarquía de las operaciones en la actividad 3, pida que representen las dos cadenas de operaciones de la actividad 1 de la misma manera que el ejemplo.

En la actividad 4, los alumnos deberán colocar los símbolos de las operaciones en el orden en que se obtiene el resultado indicado, por lo que deberán realizar diversos cálculos; pida que los realicen en el cuaderno y permita que utilicen la calculadora. La intención es que continúen aplicando la jerarquía de las operaciones.

En la sesión 2 se han propuesto dos cadenas de operaciones semejantes a las de la sesión anterior, pero ahora se utilizan paréntesis para agrupar alguna de las operaciones y hacer evidente que el orden en que se efectúan las operaciones afecta el resultado.

De manera semejante a la sesión 1, se pide comparar resultados y se contrasta con respecto al recuadro de la actividad 3.

En la actividad 4 de la sesión 2 deberán aplicar la jerarquía y la agrupación de operaciones mediante el uso de paréntesis para encontrar cada resultado señalado, a fin de que se cumpla la igualdad. Es importante que concluyan que el uso de paréntesis da prioridad a las operaciones que encierran, más allá del orden establecido para las operaciones básicas.

En el caso de la actividad 5 se espera que surjan diferentes cadenas, el propósito es darles oportunidad a los alumnos de expresar sus propuestas y ser creativos, siempre y cuando cumplan con la jerarquía de las operaciones.

Observe que los alumnos utilicen las reglas de jerarquía de las operaciones al determinar el resultado o cuáles son las operaciones que se deben realizar para obtener un resultado específico.

Identifique a los alumnos que tienen dificultades para determinar la manera de agrupar una cadena de operaciones mediante el uso del paréntesis dado un resultado y pida que prueben paso a paso.

Pautas para la evaluación formativa

Observe si los alumnos:

- Colocan los símbolos de las operaciones en el orden convenido.

- Representan dos cadenas de operaciones para una operación.
- Utilizan paréntesis correctamente para agrupar operaciones a fin de encontrar los resultados señalados y que se cumpla la igualdad.
- Aplican la jerarquía de operaciones para resolver cadenas de operaciones de números enteros.

¿Cómo apoyar?

Si observa que algunos estudiantes enfrentan mayor dificultad para realizar las operaciones, invite a que las realicen paso a paso; por ejemplo:

$$9 \times 5 - 8 \div 2 =$$
$$45 - 8 \div 2 =$$
$$45 - 4 = 41$$

Si es necesario, pida que anoten algunos resultados en el pizarrón, y destaquen en qué orden convino resolver las operaciones cada pareja de alumnos, comparen con el resultado mostrado con la calculadora, para indagar en qué difiere con el orden que determinaron.

Otra opción es identificar con colores las operaciones que deben realizarse primero y los números que le corresponden, por ejemplo:

$$9 \times 5 - 8 \div 2 =$$

Luego, con una calculadora científica, permita que introduzcan las operaciones y comprueben el resultado que se obtiene. También pida que analicen los resultados obtenidos al seguir diferente orden hasta asociar el que corresponde con el que hizo la calculadora.

¿Cómo extender?

Para los alumnos más adelantados puede plantear otras cadenas de operaciones con números enteros más grandes o solicitarles que busquen y escriban otra cadena de operaciones que al aplicar la jerarquía de operaciones tenga como resultado 41.

También puede proponer cadenas de operaciones donde el resultado sea una suma o diferencia de números enteros, por ejemplo:

$$8 \div 2 - 9 \times 5 = 4 - 45 = -41$$

O donde sume o reste decimales. Por ejemplo:

$$9 \div 2 + 20 \times 4 = 4.5 + 80 = 84.5$$

4. Trabaja individualmente esta actividad y la siguiente. En las operaciones que siguen coloca los signos de agrupación necesarios para obtener el resultado indicado.

$1 + 1 - 1 + 1 + 1 = 1$ $\quad$ $2 + 2 \times 2 \div 2 \div 2 = 2$

$3 \div 3 + 3 - 3 \times 3 = 3$ $\quad$ $4 + 4 + 4 + 4 \div 4 = 4$

$5 + 5 \div 5 + 5 \times 5 = 5$ $\quad$ $6 \times 6 \div 6 \times 6 \div 6 = 6$

5. Combina 5 números (naturales y decimales). Luego, utilizando las operaciones básicas (+, −, ×, ÷) y los signos de agrupación necesarios, determina tres cadenas de operaciones distintas cuyo resultado sea 25. ______________________________

____

6. Compara tus respuestas con otros compañeros y verifiquen sus resultados con la calculadora.

Secuencia 5 Multiplicación y división 1 (LT, pp. 40-45)

Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Multiplicación y división.
Aprendizaje esperado	Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales y de división con decimales.
Intención didáctica	Que los alumnos usen el algoritmo de la multiplicación con números fraccionarios, al resolver problemas.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	Audiovisuales Sesión 1. *Tutorial para calcular productos de fracciones en una hoja de cálculo* Sesión 2. *Multiplicar por una fracción* Sesión 3. *Interpretación grafica de la multiplicación de fracciones* Informático Sesión 3. *Multiplicación de fracciones*, disponible en: <https://proyectodescartes.org/Telesecundaria/materiales_didacticos/1m_b02_t02_s01-JS/index.html>.
Materiales de apoyo para el maestro	Audiovisual *La didáctica de la multiplicación de fracciones positivas y negativas*

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Usen la suma iterada al resolver multiplicaciones de enteros por una fracción.
- Sesión 2. Interpreten la expresión $\frac{a}{b}$ de c como la operación $\frac{a}{b} \times c$.
- Sesión 3. Interpreten la aplicación doble de una escala $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ como una la aplicación directa de $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$

Acerca de...

En esta secuencia algunos de los aspectos a trabajar, son:

En primer término, aparece la suma iterada de fracciones para que el alumno la asocie con una multiplicación, que es un procedimiento abreviado de dicha iteración.

En segundo término, el alumno debe concebir la multiplicación $\frac{a}{b} \times c$ como una fracción

Sesión 1

Para empezar

Cuando uno piensa en multiplicar, por lo general cree que el resultado será mayor que cualquiera de los factores que intervienen. Pero en ocasiones la multiplicación de fracciones puede tener resultados sorprendentes. En las tres sesiones verás cómo este tipo de multiplicación puede aplicarse en situaciones comunes tan distintas como el reparto de un terreno o la construcción de canchas deportivas. Al concluir sabrás responder: ¿qué tipo de número será el producto o resultado?, ¿continuará siendo fraccionario?, ¿será mayor o menor que las fracciones que se multiplicaron?

del entero c, al comprender que esta expresión significa "$\frac{a}{b}$ de c". Para ello podrá recurrir a la técnica de multiplicar ac y luego dividir este producto entre b.

Luego, el uso de una fracción como un factor de escala propiciará la reflexión acerca de que una multiplicación por una fracción también reduce y se buscará encontrar la reducción resultante de aplicar una composición de dos factores fraccionarios consecutivos. Por último, a partir de estos acercamientos, los alumnos estarán en condiciones de concluir que la multiplicación de fracciones es una fracción cuyo numerador es el resultado de multiplicar los dos numeradores y que el denominador se obtiene al multiplicar los dos denominadores. Regla que ahora tendrá significado para ellos y que podrán reconstruir en caso de olvido.

Sobre las ideas de los alumnos

Algunos de los errores conceptuales que pueden presentar los alumnos son:

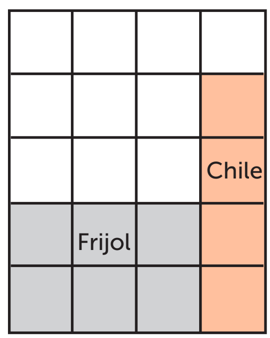
Una multiplicación siempre agranda, expande, amplifica. Hecho verificable cuando se multiplican números naturales; por lo que se hace necesario que los alumnos reflexionen que al multiplicar $\frac{1}{2} \times 5$, su producto será menor que 5.

Usar el algoritmo de la suma de fracciones en un problema de multiplicación. La reflexión en torno al problema puede ser una forma de evidenciar la inconsistencia del resultado.

¿Cómo guío el proceso?

El proceso de aprendizaje de la multiplicación con fracciones debe guiarse a partir de las reflexiones que se originen en el aula con el pretexto de analizar los problemas, los procedimientos y los resultados. Por ejemplo:

- Al completar la tabla de la sesión 1; el alumno puede optar por sumar reiteradamente $\frac{3}{4}$ para calcular el peso de 1, 2, 3, 5 paquetes; pero a medida que el número de paquetes aumenta se evidencia la necesidad de usar una multiplicación. Es importante que la formalización quede clara para el alumno: una multiplicación puede ser una suma repetida de la fracción tantas veces como el número natural lo indique.
- Para resolver los problemas de la sesión 2, los alumnos multiplicarán enteros por fracción, el procedimiento que se debe resaltar es que multiplicar un entero por una fracción, equivale a multiplicar el entero por el numerador y dividir luego por el denominador. Esto debe surgir después de analizar el resultado de situaciones en diversos contextos y su representación numérica. Es importante generar una discusión a partir de la pregunta: ¿creen que el resultado será mayor, menor o igual que (x)?, luego se puede pedir a los alumnos que verifiquen su predicción.
- En la sesión 3, al resolver la tabla de reducciones sucesivas aplicando factores de escala y después de que se confronten los resultados, explique a los alumnos que un factor de escala consiste en establecer una relación en donde por cada unidad le corresponde $\frac{3}{4}$ de unidad. Es necesario hacer hincapié en que nuevamente tendrá que hacerse una segunda reducción, pero con un factor de escala diferente al utilizado en la primera reducción. Guíe la discusión para que los alumnos encuentren la manera de usar un solo factor que permita pasar de la foto original a la segunda copia, hasta concluir que de la medida original a la segunda reducción se realizó una reducción de $\frac{3}{8}$; que equivale a multiplicar $\frac{3}{4}$ por $\frac{1}{2}$
- En el problema de la actividad 3 de la sesión 3, se tienen que realizar cálculos directos para determinar la cantidad de terreno plantado con cierto cultivo, es determinante que se comprenda gráficamente y matemáticamente lo solicitado, para lo cual puede preguntar: ¿la fracción resultante para obtener el área del terreno es mayor o menor que los factores? Solicite a los alumnos que comprueben si la suma de las diferentes áreas de cultivo da la totalidad del terreno. Una representación gráfica que apoya en la comprensión del problema es la siguiente:



Pautas para la evaluación formativa

Para la evaluación del aprendizaje es preciso recuperar la comprensión del uso de las multiplicaciones por fracciones en el contexto del problema; por ejemplo:

En el producto solicitado en la sesión 1, que corresponde a la actividad 3, donde el alumno llenará una tabla de peso total de paquetes de $1\frac{1}{2}$ kg, recupere las diversas formas en que realizan sus cálculos; puede hacerlo a partir de multiplicar la parte entera y luego sumar la parte fraccionaria; o bien multiplicar por $\frac{3}{2}$ en cada ocasión.

En la actividad 4 de la sesión 2, además del cálculo numérico es importante valorar la respuesta a la pregunta: ¿cómo representarías la cantidad de cemento utilizado? Las diferentes representaciones gráficas le aportarán ideas para comprender el significado "$\frac{a}{b}$ de c".

En la sesión 3, el producto de dos reducciones ayuda a entender el significado de usar un factor de proporcionalidad fraccionario. Además de la parte operacional, rescate las ideas de los alumnos respecto de la relación que encuentran entre los operadores fraccionarios intermedios y el final. Ponga especial atención al cuadro de fracciones de cultivos, ya que en él se manifiesta la apropiación del algoritmo para multiplicar fracciones.

¿Cómo apoyar?

Acérquese a los alumnos que tengan mayores dificultades mientras desarrollan la resolución, pídales que expliquen con sus palabras qué se pide en el problema planteado. Algunas actividades alternativas previas para estos alumnos son:

Describa el problema en términos de "la mitad de", "la tercera parte de", "las dos quintas partes de"; el uso del lenguaje sencillo acercará a los alumnos a conceptualizar las fracciones usadas: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$

Use representaciones gráficas antes de que el alumno resuelva los problemas; por ejemplo, para el problema de los paquetes de jamón apóyese en representaciones gráficas para representar $\frac{3}{4}$ de cada paquete.

Solicite a los alumnos que describan varios procedimientos a sus compañeros. Los alumnos que tengan dificultad seguramente comprenderán mejor la explicación que sus pares les den.

Brinde retroalimentación para que estos alumnos juzguen por sí mismos los resultados de sus procedimientos y establezcan relaciones entre la forma que lo resolvieron y el resultado obtenido.

Proponga más problemas de áreas. Use fracciones sencillas, por ejemplo $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$; y cerciórese que los alumnos comprenden la división de la base y la altura del rectángulo considerando que éste representa la unidad.

¿Cómo extender?

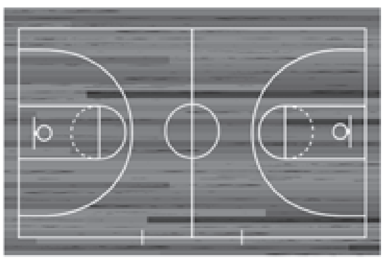
Proponga cuestiones para apoyar la metacognición de los alumnos, por ejemplo:

¿Qué fracción multiplicada por cualquier entero da como resultado la mitad del entero?

Encuentren una multiplicación de un entero por una fracción cuyo producto sea igual a 20.

Después de aplicar dos reducciones el resultado es $\frac{1}{10}$ de la original, encuentren cuáles factores se utilizaron.

Dado que se propone el uso de las hojas de cálculo para esta secuencia, diseñe o busque problemas en los que se extienda el uso de factores fraccionarios. Será interesante permitir a los alumnos construir sus propias fórmulas para las celdas donde se obtendrá el producto.



b) Los ingenieros determinaron que la medida del largo de la cancha de basquetbol es de 28 metros y la del ancho es $\frac{4}{7}$ del largo. ¿Cuál es la medida del ancho de la cancha? Escriban el procedimiento que usaron para obtenerla. ____

____

____

Secuencia 6 Multiplicación y división 2 (LT, pp. 46-51)

Tiempo de realización	Dos sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Multiplicación y división.
Aprendizaje esperado	Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales y de división con decimales.
Intención didáctica	Que los alumnos usen el algoritmo de la multiplicación con decimales al resolver problemas.
Vínculos con otras asignaturas.	Biología: se relaciona con el tema “La dieta correcta, ejercicio y salud”.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	**Audiovisuales** Sesión 1. *Para mover el punto* Sesión 2. *Algoritmo de la multiplicación con números decimales* **Informático** Sesión 2. *Multiplicación de números decimales*
Materiales de apoyo para el maestro	**Audiovisual** *Algoritmo de la multiplicación con decimales*

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Encuentren la relación entre multiplicar un entero por un número decimal con la multiplicación por una fracción con denominador que sea potencia de 10, para comprender el algoritmo correspondiente.
- Sesión 2. Se familiaricen con el algoritmo de la multiplicación de números decimales.

Acerca de...

En esta secuencia se realiza el proceso siguiente:

Establecer una relación entre multiplicaciones de un entero por un número decimal con las de la forma $\frac{a}{b}$ por c que se estudiaron en la secuencia anterior; donde b es una potencia de 10.

Analizar la descomposición de los factores en la parte entera y la parte decimal, para sumar ambos productos.

1. Reúnete con un compañero para hacer las actividades de la 1 a la 3.

Itzel es nutrióloga y elabora un cartel para hacer conscientes a sus pacientes sobre el consumo de bebidas gaseosas. Ayúdale a completar la siguiente tabla:

Paciente	Tamaño de la porción (L)	Número de porciones que consume al día	Cantidad total de bebida que consume (L)
Elena	0.2	1	0.2
María	0.2	4	

Concluir el proceso con el análisis de la cantidad de cifras decimales que debe contener el resultado, con base en las que hay en los factores.

Sobre las ideas de los alumnos

Como ha señalado, los alumnos aprendieron que cuando se multiplican números naturales, el producto es mayor que los factores. Las actividades que se plantean en esta secuencia propician la reflexión en torno a que la multiplicación con números decimales no siempre "agranda".

Algunos de los errores comunes que se pueden observar durante esta secuencia son:

No discriminar la parte entera y la parte decimal en números con formato "entero decimal".

Suponer que, por ejemplo, 0.75 es mayor que 0.8.

Errores de conversión en la equivalencia de decimales y fracciones con denominador potencia de 10; por ejemplo, $0.0015 = \frac{15}{100}$

¿Cómo guío el proceso?

La primera sesión se dedica a asociar la multiplicación aprendida en la secuencia anterior de la forma $\frac{a}{b} \times c$; cuando b es una potencia de 10, con la multiplicación de decimales.

El resolver el problema sobre bebidas gaseosas de la sesión 1 ayudará a que los alumnos pongan en juego sus conocimientos sobre decimales, sus equivalencias con las fracciones y la multiplicación. Puede aprovechar para reflexionar sobre las cantidades de refresco que pueden llegar a consumir los miembros del grupo y cuán dañino es este tipo de bebidas; los comentarios deben ser breves para no desviar la atención de los estudiantes de la intención didáctica. Luego, se debe identificar la equivalencia entre $\frac{6}{10}$ y 0.6, para poder darse cuenta que multiplicar por 0.6 es lo mismo que multiplicar por 6 y dividir entre 10. Se divide entre 10 porque $\frac{6}{10} = 6 \div 10$; esto se estudió en la secuencia 3.

Es importante que guíe la lectura del punto 6, donde se formaliza el procedimiento para multiplicar un entero por un decimal. Una vez que se haya leído en plenaria y que se hayan atendido las dudas de todos los alumnos, puede proponer más ejemplos como el siguiente:

$$0.024 \times 8 = \frac{24}{1000} \times 8 = \frac{24 \times 8}{1000} = 0.192$$

Pregunte por qué en la expresión anterior las dos multiplicaciones son equivalentes. Así reafirmarán algunos aspectos del producto de una fracción por un entero y al mismo tiempo comprenderán por qué el resultado tiene tres cifras decimales.

El problema inicial de la sesión 2 implica la noción de proporcionalidad directa, donde el consumo de gasolina se mantendrá constante mientras el automóvil se use en la ciudad o en carretera.

Observe los procedimientos utilizados y analícenlos en plenaria, para reforzar el uso de la multiplicación con decimales.

Al analizar el procedimiento de la actividad 3, en el que se multiplica por separado la parte entera y la decimal de 18.50; verifique que los alumnos comprenden que esta es una manera de facilitar los cálculos y que el resultado no cambia.

El procedimiento debe llevar al análisis de que el producto tiene tantas cifras decimales como las que tienen ambos factores. Esta es la síntesis del algoritmo, porque, por ejemplo, si en el primer factor hay décimos (una cifra decimal) y en el segundo factor hay centésimos (dos cifras decimales), en el producto debe haber milésimos (tres cifras decimales), pues décimos por centésimos da como resultado milésimos.

En el punto 4 el alumno tendrá la oportunidad de practicar multiplicaciones separando parte entera y decimal; para ello es importante propiciar el análisis de los cálculos que se realizan.

Es pertinente pedir a los alumnos que expliquen y ejemplifiquen el texto de las actividades 5 y 6. Por ejemplo:

$$24.1 \times 0.5$$

Paso 1: 241 × 5 = 1 205.

Paso 2: 24.1 (1 cifra) + 0.5 (1 cifra) = 2 cifras decimales.

Paso 3: Por lo tanto, en 1 205 se debe recorrer el punto, de derecha a izquierda 2 cifras = 12.05

Pautas para la evaluación formativa

Para la valoración del desempeño de los alumnos observe que:

- Reconozcan la equivalencia de decimales y fracciones al realizar multiplicaciones (actividades 2, 3 y 4 de la sesión 1).
- Comprendan y usen como un recurso el operar la parte entera, luego la decimal y por último la suma para obtener resultados (actividad 4 de la sesión 2).
- Comprendan el uso del algoritmo al desplazar el punto en las cifras decimales.

¿Cómo apoyar?

En el caso de alumnos a quienes se les dificulta la comprensión o con poca habilidad operatoria; se sugieren las siguientes actividades alternativas para mejorar su aprendizaje:

Proponga problemas con nivel de complejidad menor donde use equivalencias entre fracciones y decimales de fácil comprensión:

$$\frac{1}{2} = 0.5,\ \frac{1}{4} = 0.25,\ \frac{1}{5} = 0.2$$

Auxíliese de algún recurso gráfico donde se muestren equivalencias entre fracciones y decimales; puede utilizar la recta numérica o porciones de un entero con leyendas en fracción y decimal.

Proponga siempre la división de numerador entre denominador para comprobar la equivalencia con el decimal. Use la calculadora para este fin.

Una vez que los alumnos hayan realizado las actividades del libro:

- Utilice el pizarrón para que los alumnos realicen los procedimientos y permitir que sus compañeros los analicen y validen.
- Verifique que la comprensión de los alumnos con mayores necesidades se manifieste otorgándoles la oportunidad de revisar procedimientos incompletos o con errores.

¿Cómo extender?

Para los alumnos que han cubierto los requerimientos de la secuencia, proponga otros problemas con tres factores decimales o bien multiplicaciones donde falte un factor. Es importante que este último tipo de operaciones se resuelva antes de introducirlos a la división de decimales, de preferencia en contextos que les permitan comprobar sus razonamientos.

Decimal por decimal — Sesión 2

1. Reúnete con un compañero para hacer las actividades de la 1 a la 3.
La ficha técnica de un automóvil señala que el consumo de gasolina en carretera es de 17.7 kilómetros por litro, mientras que en la ciudad es de 14.7 kilómetros por litro. La capacidad máxima del tanque de gasolina es de 40 litros.

Ficha técnica del automóvil	
Consumo de gasolina en carretera	17.7 km/L
Consumo en la ciudad	14.7 km/L
Tanque de gasolina	40 L

a) Si el tanque está lleno, ¿cuántos kilómetros puede recorrer en carretera? ____

Secuencia 7 Variación proporcional directa 1 (LT, pp. 52-57)

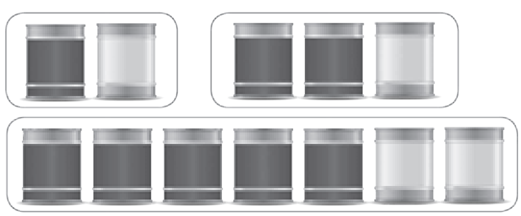
Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Proporcionalidad.
Aprendizajes esperados	Calcula valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa, con constante natural, fracción o decimal (incluyendo tablas de variación).
Intención didáctica	Que los alumnos resuelvan problemas de proporcionalidad directa con procedimientos propios y distingan tablas de variación proporcional directa de otras que no lo son.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	**Audiovisuales** Sesión 2. *Diferentes mezclas* Sesión 3. *Tablas de variación proporcional directa* **Informático** Sesión 1. *¿Cuál es su precio?*
Materiales de apoyo para el maestro	**Audiovisuales** *Variación proporcional directa* *Un primer acercamiento a la proporcionalidad* **Bibliográfico** Block, D. *et al*. (2010). *¿Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica*. Somos Maestr@s. México: Ediciones SM.

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Utilicen el razonamiento proporcional al tener que encontrar un valor faltante entre dos conjuntos de cantidades que son directamente proporcionales. Las cantidades son números naturales y la constante es fraccionaria.
- Sesión 2. Utilicen el razonamiento proporcional al tener que encontrar un valor faltante entre dos conjuntos de cantidades que son directamente proporcionales. Las cantidades son números naturales o fracciones y la constante es fraccionaria.
- Sesión 3. Identifiquen conjuntos de cantidades que son directamente proporcionales.

Coloreen y anoten en los botes vacíos la cantidad que se debe mezclar de pintura amarilla con los botes de pintura roja para obtener el mismo tono de color naranja en cada caso.



Acerca de...

En primaria los alumnos resolvieron problemas de proporcionalidad directa cuya constante era un número natural, ahora resolverán este tipo de problemas donde la constante de proporcionalidad es una fracción común o su equivalente decimal.

La secuencia está formada por tres sesiones, en las dos primeras se resuelven problemas de valores faltantes en contextos de venta de productos según su peso (sesión 1) y de mezclas para obtener ciertos tonos de pintura (sesión 2), en ambas la constante de proporcionalidad es una fracción. La última sesión se dedica al análisis de tablas para identificar si representan situaciones de proporcionalidad directa.

La regla de tres no es motivo de estudio en esta secuencia, se trabajará en la secuencia 18. Por lo tanto, aquí se espera que algunos de los recursos que los alumnos empleen sea el cálculo de dobles, triples, mitades, cuartos, o la combinación de éstos, cálculo del valor unitario, etcétera.

Sobre las ideas de los alumnos

El razonamiento proporcional es de tipo multiplicativo. No obstante, es común que muchos alumnos resuelvan problemas de proporcionalidad con un razonamiento aditivo, esto es, suman en lugar de multiplicar. Hay alumnos que consideran que en una relación de proporcionalidad directa entre dos cantidades basta con observar que si una cantidad aumenta la otra también para decir que es proporcional, lo cual es incorrecto (por ejemplo, la tabla de la edad de Juan y Paco de la página 56).

Es probable que los alumnos hayan trabajado en primaria algunos de los siguientes procedimientos: conservación de razones internas, suma o resta término a término, uso del valor unitario o de la constante de proporcionalidad (más adelante se dan ejemplos de cada uno).

¿Cómo guío el proceso?

Permita que los alumnos resuelvan los problemas con procedimientos propios, por ejemplo:

Razones internas. Si el precio de 250 gramos de queso es \$50, como 1 000 gramos es 4 veces 250 gramos, entonces 1 000 gramos cuestan cuatro veces 50, es decir \$200.

× 4 | × 4

Gramos de queso	Precio (\$)
250	50
1000	200

Suma término a término. Si se mezclaron 6 botes de pintura roja con 2 de pintura amarilla:

Para 3 botes de pintura roja se requiere 1 de pintura amarilla.

Entonces: 6 + 3 son 9 botes de pintura roja, que hay que mezclar con 2 + 1 = 3 botes de pintura amarilla.

6 + 3 | 2 + 1

Botes de pintura roja	Botes de pintura amarilla
6	2
3	1
9	3

Cálculo del valor unitario. Se calcula el costo de un gramo de queso y este costo se multiplica por el número de gramos cuyo costo se desea saber. El costo de un gramo de queso se obtiene dividiendo 50 entre 250, es $\frac{1}{5}$ o su equivalente 0.2. El costo de 665 gramos es $665 \times \frac{1}{5} = 133$ pesos.

÷ 250, × 665 | ÷ 250, × 665

Gramos de queso	Precio (\$)
250	50
1	0.2
665	133

Constante de proporcionalidad. Si por 6 botes de pintura roja se pusieron dos botes de pintura amarilla, la constante de proporcionalidad es 2 entre 6, $\frac{2}{6}$ o lo que es lo mismo $\frac{1}{3}$. Entonces, la cantidad de pintura amarilla siempre es la tercera parte de la cantidad de pintura roja. Así, para 2 botes de pintura roja se requiere la tercera parte de pintura amarilla, es decir, $\frac{2}{3}$ de bote.

$\times \frac{1}{3}$

Botes de pintura roja	Botes de pintura amarilla
6	2
2	$\frac{2}{3}$

Si en la puesta en común de resultados surge la regla de tres, se aceptará como un procedimiento más.

El uso de un procedimiento u otro varía según sean los números involucrados. En las puestas en común es importante analizar en cuáles casos conviene usar uno u otro. Es muy probable que surjan los números decimales que corresponden a las fracciones, esto será útil para continuar trabajando este tipo de números.

Pautas para la evaluación formativa

- Identifique el razonamiento que siguen los alumnos para resolver los problemas:
  - ✓ razones internas,
  - ✓ suma término a término,
  - ✓ valor unitario,
  - ✓ constante de proporcionalidad.
- Ubique a quienes aún no pueden resolver estos problemas porque no usan alguno de los procedimientos mencionados o porque usan un razonamiento aditivo (usan sumas o restas en lugar de multiplicaciones o divisiones). Los alumnos que aún usan un razonamiento aditivo son los que en la sesión 3 creerán, erróneamente, que la tabla de las edades de Juan y Paco es de proporcionalidad, apoye a estos alumnos con las recomendaciones del siguiente apartado.

Cómo apoyar

Para quienes consideran que la tabla de Juan y Paco es de proporcionalidad, puede preguntar: cuando Juan tenga 10 años, ¿cuántos años va a tener Paco?, ¿y cuando Juan tenga el doble, es decir 20 años, Paco va a tener el doble? O bien, solicite que dividan las cantidades de la segunda columna entre su correspondiente en la primera: ¿da siempre el mismo número?

Para quienes les cuesta trabajo calcular el valor faltante, puede simplificar las cantidades. Por ejemplo, en la sesión 1 puede proponer primero números que sean múltiplos de 250 gramos (500 gramos, 750 gramos, 1000 gramos, 1500 gramos). Luego proponer los que son divisores (25 gramos, 50 gramos). En seguida, propóngales combinaciones de estos números, por ejemplo: 525 gramos, 75 gramos, 575 gramos, etc. Para los problemas de las mezclas de pintura puede proceder de una manera similar, proponiendo primero múltiplos o divisores del número de botes de una pintura y luego combinaciones de esos números.

¿Cómo extender?

Proponga otras cantidades que no sean múltiplos, ni divisores ni combinaciones de ellos. Por ejemplo: ¿cuánto costarán 701 gramos de queso?, ¿cuántos gramos puedo comprar con 39 pesos? En el caso de los botes de pintura proceda de manera similar: ¿cuántos botes de pintura amarilla le tengo que poner a 31 botes de pintura azul para obtener el mismo tono de pintura verde que obtuvo María?

Con el fin de que se aprecie la relación estrecha entre la matemática y la realidad, es importante hablar de la pertinencia de los cálculos anteriores.

Comente con los alumnos la importancia de hacer cálculos precisos: mientras que en el primero tal vez no afecte el precio de un gramo más, en el caso de la pintura esta variación puede influir en el tono que se obtiene. Incluso, se puede hablar acerca de que, con las básculas digitales, un gramo influye en el pago final.

Para terminar

Plantea una situación en la que haya dos cantidades cuya relación sea de variación directamente proporcional. Construye una tabla con otros valores que ejemplifiquen la situación y justifica que la tabla que construiste corresponde a la variación proporcional directa.

Secuencia 8 Ecuaciones 1 (LT, pp. 58-61)

Tiempo de realización	Dos sesiones.
Eje temático	Número, algebra y variación.
Tema	Ecuaciones.
Aprendizajes esperados	Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.
Intención didáctica	Que el alumno represente las relaciones entre dos cantidades mediante ecuaciones e interprete la igualdad como equivalencia entre las expresiones encontradas.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	**Audiovisuales** Sesión 1: *Ecuaciones a nuestro alrededor* Sesión 2: *Del lenguaje común al lenguaje algebraico* **Informático** Sesión 2: *Exprésalo mediante una ecuación*
Materiales de apoyo para el maestro	**Bibliográficos** *Orientaciones didácticas de* SEP, pp. 189-190. Khan Academy (2019). *Cómo escribir expresiones básicas con variables.* Disponible en https://es.khanacademy.org/math/algebra-basics/alg-basics-algebraicexpressions/modal/a/writing-basic-algebraic-expressions Expii (2019). Disponible en https://www.expii.com/t/describing-patterns-with-rules-4118?type=explanation Expii (2019). *Traducción de matemáticas a palabras*. Disponible en https://www.expii.com/t/math-to-words-4117

¿Qué busco?

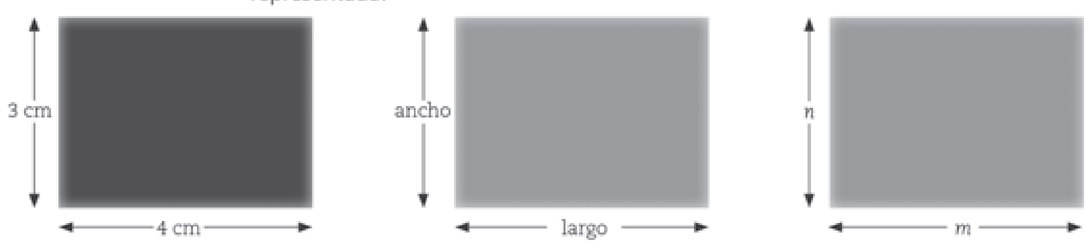
Que los alumnos:

- Sesión 1: Usen lenguaje algebraico para expresar problemas en diversos contextos.
- Sesión 2: Representen con una ecuación problemas en los que se conoce el perímetro de una figura y una de las dimensiones, y la resuelvan con procedimientos propios.

Acerca de...

En primaria los alumnos tuvieron un primer acercamiento a las ecuaciones al resolver igualdades en las que se desconoce un valor que deben calcular, aunque en ese nivel escolar no se usa el término ecuación y no representan el valor desconocido con una literal.

1. Resuelve en pareja esta actividad y las cuatro siguientes.
En cada rectángulo completen lo que tienen que multiplicar para encontrar el área representada.



Área = ________ Área = ________ Área = ________

En esta secuencia se introduce la noción de ecuación a partir de situaciones que permitan:

- Identificar cantidades conocidas y desconocidas.
- Escribir una ecuación que modele o represente las relaciones entre dichas cantidades, así como interpretar la igualdad como la equivalencia entre las expresiones encontradas.

Se aborda el tema mediante el cálculo de áreas y perímetros de rectángulos debido a la familiaridad que los alumnos tienen con ellos.

Sobre las ideas de los alumnos

Es importante considerar que esta será la primera secuencia en la que los alumnos usen literales para representar cantidades desconocidas, asimismo empezarán a hacer sumas de literales al simplificar las expresiones que resulten en el cálculo de perímetros.

También empezarán a usar el signo "igual" de una manera distinta a la que generalmente usaron en primaria: para expresar la equivalencia entre dos expresiones.

El uso de literales, sumarlas y el significado del signo "igual" en las ecuaciones pueden representar un reto cognitivo importante para los alumnos: se pasa del ámbito aritmético al algebraico. A lo largo de estas sesiones, tómelo en cuenta.

¿Cómo guío el proceso?

En la actividad 1 de la sesión 1, los alumnos primero calcularán el área de un rectángulo (3 cm × 4 cm), luego enunciarán con palabras la fórmula (largo por ancho) y, finalmente, representarán el área de un rectángulo con literales ($m \times n$). Es casi seguro que anotarán Área = $m \times n$ porque durante su educación primaria para multiplicar dos cantidades usaron el signo x como "por". Esto es correcto, no tiene que corregirlos, en la puesta en común podrá comentar lo enunciado en el recuadro de información acerca del uso del signo "por" entre dos literales.

En la actividad 2 entran ya, propiamente, al ámbito de las ecuaciones. Si bien se espera que al completar la expresión:

$$7 \times \_\_\_\_ = \_\_\_\_$$

Anoten:

$$7 \times a = 14$$

es muy probable que algunos alumnos anoten directamente:

$$7 \times 2 = 14$$

lo cual también es correcto. En la puesta en común podrá comentar ambas notaciones y mencionar que la primera recibe el nombre de ecuación y suele escribirse como $7a = 14$. No se espera que los alumnos apliquen alguna de las maneras convencionales de resolver esta ecuación, se trata de que empleen procedimientos propios (ensayo y error, cálculo mental, quizás operaciones inversas: dividir el área entre la dimensión que se conoce, etcétera). Lo anterior aplica para las actividades 3 y 4 de la misma sesión.

En la sesión 2, además de trabajar con ecuaciones se da otro paso hacia el álgebra: simplificar términos semejantes en casos sencillos. El contexto elegido es el perímetro, los alumnos han calculado perímetros (tanto sumando como multiplicando), así que el paso que ahora tienen que dar es expresar esas sumas y multiplicaciones usando primero números y luego literales (en los incisos a) y b) de las actividades 1 y 2). Las otras preguntas de esta sesión van encaminadas a la resolución de ecuaciones. Si los alumnos no representan las situaciones usando una ecuación

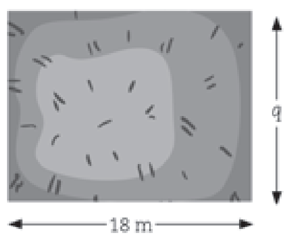
4. Un terreno mide 18 metros de largo y tiene un área de 126 metros cuadrados. Si representamos con la letra q el ancho:

a) Completen las siguientes expresiones:

largo × ancho = ________

18 × ________ = ________

b) ¿Cuánto vale q? ________



no los fuerce: usted puede hacerlo en la puesta en común si nadie más las propone. Recuerde que es un primer acercamiento.

Pautas para la evaluación formativa

Observe el trabajo de los alumnos para detectar sus dificultades o errores, por ejemplo, si no recuerdan cómo calcular el área de un rectángulo o el perímetro de las figuras que se trabajan en la sesión 2. En este caso pueden recordar en grupo cómo se calculan estas dos magnitudes.

Las dificultades acerca del planteamiento de las ecuaciones o de simplificar literales son inherentes al estudio de este contenido, no espere que todos los alumnos puedan trabajar con literales de manera correcta desde la primera ocasión, esto se logrará a lo largo de las secuencias en las que se trabajan contenidos algebraicos.

¿Cómo apoyar?

Si observa que algunos estudiantes no saben qué hacer, puede sugerir que identifiquen las dimensiones que tienen que multiplicar o sumar, para que a partir de ahí puedan plantear el área o el perímetro de las figuras usando las literales correspondientes.

Apóyelos comentándoles que para referirse a un valor desconocido se usan literales y que como no saben su valor reciben el nombre de incógnitas. También es recomendable darles más ejercicios numéricos porque están más familiarizados con el trabajo con números que con letras y cuando note que han obtenido mayor dominio y confianza para expresar perímetros o áreas con números, entonces pase al uso de literales.

¿Cómo extender?

Puede solicitar que creen y combinen expresiones sencillas como: cuatro veces un número ($4x$), el producto de dos números (kz), un número aumentado en tres unidades ($f + 3$) o un número disminuido en dos unidades ($g - 2$); etcétera.

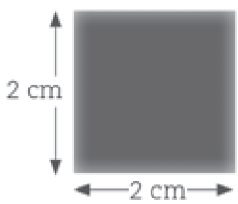
Además de ello, puede organizar al grupo en equipos de tres o cuatro integrantes y organizar una competencia, indíquele a cada equipo que formulen cuatro o cinco expresiones verbales y algebraicas diferentes para que los otros equipos traten de traducirlas, ya sea al lenguaje algebraico o al verbal, dependiendo de cada caso.

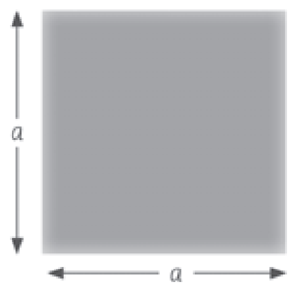
Sesión 2

Perímetros y ecuaciones

1. Resuelve en pareja esta actividad y las siguientes.

a) En cada cuadrado anoten la suma que se tiene que hacer para calcular el perímetro.





Perímetro = ________ Perímetro = ________

Secuencia 9 Existencia y unicidad 1 (LT, pp. 62-67)

Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Forma, espacio y medida.
Tema	Figuras y cuerpos geométricos.
Aprendizajes esperados	Analiza la existencia y unicidad en la construcción de triángulos y cuadriláteros, y determina y usa criterios de congruencia de triángulos.
Intención didáctica	Que los alumnos hagan razonamientos deductivos acerca de las relaciones de igualdad de los ángulos opuestos por el vértice cuando dos rectas se cortan y de los ángulos correspondientes, alternos internos y alternos externos que se forman cuando dos rectas se cortan por una transversal.
Materiales impresos u objetuales para el alumno	Juego de geometría y tijeras.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	**Audiovisuales** Sesión 1. *Geometría* Sesión 2. *Ángulos entre paralelas* Sesión 3. *Cómo probar hipótesis* Sesión 3. *Geogebra* **Informático** Sesión 2. *Ángulos entre paralelas*
Materiales de apoyo para el maestro	**Audiovisual** *Ángulos entre paralelas cortadas por una recta* **Bibliográfico** García, S. y López O. (2008). *La enseñanza de la geometría*. México, INEE (Disponible en www.inee.edu.mx)

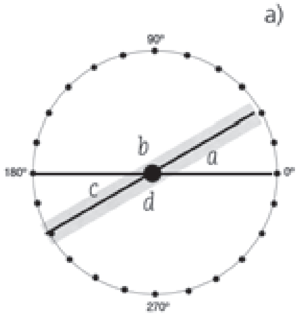
¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Deduzcan la igualdad de los ángulos opuestos por el vértice.
- Sesión 2. Deduzcan la igualdad de los ángulos correspondientes, alternos internos y alternos externos que se forman cuando dos rectas se cortan por una transversal.

1. Reúnete con otro compañero para efectuar todas las actividades de esta sesión. Para comprobar su hipótesis anterior realicen lo siguiente.

a) Recorten una tira de papel que mida 8 cm de largo por 0.5 cm de ancho. Tracen una recta que la divida en dos partes a lo largo. Marquen el centro con un punto, tal como se ilustra a continuación.



b) Para llevar a cabo lo que se pide en el inciso c), van a colocar en la imagen de la siguiente página la tira en el transportador, de tal manera que formen cuatro ángulos a, b, c y d, como se muestra en esta imagen.

- Sesión 3. Resuelvan situaciones problemáticas que implican hacer razonamientos deductivos.

Acerca de...

Esta secuencia es la primera de tres correspondientes a Geometría. En todas las de esta rama de las matemáticas se trabajan dos aspectos importantes: el informativo y el formativo. Con respecto al aspecto informativo, los objetos geométricos a trabajar en esta primera secuencia son ángulos opuestos por el vértice, correspondientes entre paralelas, alternos internos y alternos externos. En el aspecto formativo se pretende que los alumnos se inicien en el razonamiento deductivo, haciendo sencillas deducciones que involucran este tipo de ángulos. Aprenderán a hacer hipótesis y a tratar de probarlas, en algunas ocasiones con procedimientos empíricos como medir o superponer figuras y en otras, con razonamientos deductivos.

En primaria los alumnos usaban pruebas empíricas para comprobar algunas de sus hipótesis, por ejemplo, si pensaban que dos figuras eran iguales bastaba con medir sus lados, sus ángulos o recortarlas y ponerlas encima una de la otra para probar la igualdad. En esta secuencia los alumnos darán un paso más: podrán hacer uso de pruebas empíricas en un primer momento, pero poco a poco las abandonarán en favor del desarrollo de razonamientos deductivos para probar sus hipótesis.

Sobre las ideas de los alumnos

Los alumnos han trabajado en primaria la noción de ángulo y su medida. Es un error común pensar que la medida de un ángulo depende de la longitud de sus lados, piensan por ejemplo que el ángulo de la izquierda es menor que el de la derecha,

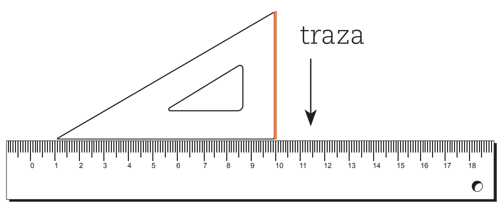
cuando en realidad son de la misma medida porque en un ángulo lo que se debe considerar es la abertura entre los lados.

Cómo guío el proceso

Como recomendación general para toda la secuencia, es importante que los alumnos adquieran la costumbre de comenzar con una hipótesis: ¿qué piensas acerca de...? ¿qué crees...? ¿serán iguales o no?, y que después argumenten sus respuestas. Las tres sesiones que son parte de la secuencia así se conformaron.

En la sesión 1 se pide que hagan una hipótesis acerca de la relación entre las medidas de los ángulos opuestos por el vértice; puede anotar la hipótesis de los alumnos en el pizarrón, luego invitarlos a que realicen la actividad del transportador y vean sí se cumple. Observe que esta es una comprobación empírica (miden); no será sino hasta la tercera sesión cuando conocerán otra forma de probar que los ángulos opuestos por el vértice son iguales, pero por el momento es suficiente con la medida.

Para la sesión 2, verifique que, efectivamente trazan las rectas paralelas y la transversal, hacen el corte que se pide y superponen los ángulos correspondientes. Una dificultad que pueden enfrentar los alumnos es que no recuerden cómo se trazan las rectas paralelas, en grupo puede recordarles cómo se hace; se sugiere que las tracen con una escuadra que se desliza sobre la regla.



En la sesión 3, los alumnos pasarán de los casos particulares que trabajaron en las primeras dos sesiones a casos generales, donde para probar las relaciones entre las medidas de los ángulos ya no miden, ni recortan y superponen sino que dan argumentos geométricos. Es probable que para muchos de ellos no sea algo sencillo, también es factible que ellos no vean la necesidad de probar algo "que ven"; es una idea normal que forma parte del proceso para desarrollar el razonamiento deductivo, no espere que desde el principio todos puedan hacer este tipo de razonamientos y encontrarles sentido, poco a poco lo lograrán.

Pautas para la evaluación formativa

Observe si los alumnos pueden:

- Trazar rectas paralelas o medir ángulos.
- Comunicar cómo deducir la igualdad de los ángulos opuestos por el vértice.
- Plantear problemas a partir de casos en los que se dan las medidas de los ángulos.
- Trabajar con casos generales en los que en lugar de medidas de ángulos, los nombra con letras o números y prueba la relación entre ellos.
- Comunicar cómo deducir la igualdad de los ángulos correspondientes, alternos internos y alternos externos que se forman cuando dos rectas se cortan por una transversal.
- Resolver situaciones problemáticas que implican hacer razonamientos deductivos.

Cómo apoyar

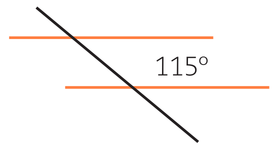
En los casos en que la dificultad está en un saber previo que los alumnos no han dominado, como trazar rectas paralelas o usar el transportador para medir ángulos, se recomienda recordar en grupo cómo se trazan paralelas y cómo se miden ángulos.

En el caso de los errores aritméticos puede permitir el uso de la calculadora, pues el propósito de esta sesión no es que los alumnos se pierdan en esos cálculos.

Más complejo es intervenir cuando el problema se halla en las deducciones. Una posible acción puede ser que formen parejas con un alumno a quien se le facilite este tipo de razonamientos para que explique lo que hace al compañero a quien se le dificulta, muchas veces la comunicación entre pares es más efectiva que la de maestro-alumno.

También puede plantear problemas de casos concretos, es decir, casos en que se dan las medidas de los ángulos. Por ejemplo, primero casos de dos rectas que se cortan, se da el valor de uno de los ángulos y los alumnos calculan los otros tres. Luego se pasa a ejercicios como el siguiente:

Anota la medida de todos los ángulos.

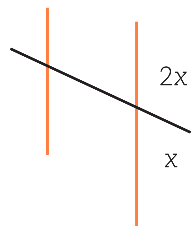


Y finalmente trabajar el caso general en el que en lugar de medidas de ángulos estos se nombran con letras o números y se pide a los alumnos que prueben la relación entre los ángulos.

Cómo extender

Proponga ejercicios donde los alumnos apliquen sus conocimientos de ecuaciones, ya sea verbalmente o con diagramas, por ejemplo:

Encuentra la medida de todos los ángulos.



7. Comparen sus razonamientos con los de otros en el grupo. Analicen y comenten en grupo la siguiente información.

Una manera de probar si dos ángulos son iguales es poniendo uno encima de otro para ver si coinciden. Otra manera es midiéndolos. En ambos casos hay imprecisiones y además sólo se está probando la igualdad para ese par de ángulos en particular. Cuando haces razonamientos como los que hiciste en esta sesión pruebas la igualdad para cualquier medida de los ángulos; observa que no fue necesario saber cuánto medían para probar que son iguales.

Secuencia 10 Perímetros y áreas 1 (LT, pp. 68-75)

Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Forma, espacio y medida.
Tema	Figuras y cuerpos geométricos.
Aprendizajes esperados	Calcula el perímetro de polígonos y del círculo, y áreas de triángulos y cuadriláteros desarrollando y aplicando fórmulas.
Intención didáctica	Que los alumnos deduzcan y expresen las fórmulas para obtener el perímetro de figuras geométricas.
Materiales impresos u objetuales para el alumno	Juego de geometría, hojas y *software* geométrico.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	**Audiovisuales** Sesión 1. *Obtención del perímetro en la antigüedad* Sesión 2. *Concepto de perímetro* Sesión 3. *Conocer el número* π
Materiales de apoyo para el maestro	**Audiovisual** *El perímetro en las figuras geométricas*

¿Qué busco?

Que los alumnos:

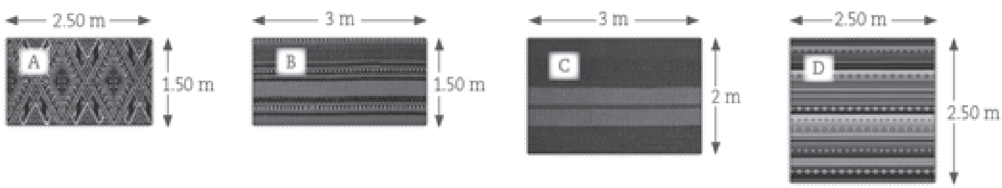
- Sesión 1. Reconozcan la conservación del área en figuras geométricas y calculen el área a partir de una unidad de medida arbitraria. Calculen el área de una figura geométrica a partir de recubrirla con unidades de área determinadas.
- Sesión 2. Construyan fórmulas para calcular el área del romboide y rombo a partir de la fórmula del área del rectángulo.
- Sesión 3. Construyan fórmulas para calcular el área del trapecio a partir de la fórmula del área del rectángulo o del romboide.

Acerca de...

En primaria los alumnos usaron procedimientos para estimar, comparar y determinar el perímetro de cuadrados, rectángulos, triángulos, rombos, romboides y trapecio. En este grado los alumnos deberán deducir la forma de determinar el perímetro de cualquier polígono y expresarlo de manera general, lo cual se vincula con el eje de Número,

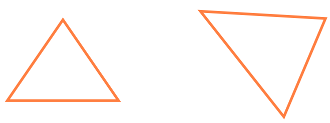
1. Resuelve individualmente.

Laura va a poner un tapete en la sala de su casa. Aún no decide de qué tamaño lo quiere y va a probar con varias medidas. Utilizó una cintilla engomada para marcar el límite que ocuparía cada tapete.



álgebra y variación, de modo que en esta secuencia el contenido se aborda así:

Al inicio de cada sesión el estudiante explorará la obtención o cálculo del perímetro en cada tipo de figura –triángulo, cuadrado, rectángulo, rombo, romboide, trapecio, pentágono, hexágono y círculo– y además se pretende que, a partir de las dimensiones de los lados, identifique regularidades. En las actividades posteriores se busca que pueda hacer una generalización a través de expresar la fórmula del perímetro para cada tipo de figura que se aborda. Dos variables están en juego: las dimensiones de los lados y la posición de las figuras geométricas; esta última busca romper con los prototipos con los que se asocia a las figuras y generar una imagen conceptual completa de cada una de ellas. Las figuras prototipo que comúnmente se trabajan en el aula siempre están apoyadas sobre uno de sus lados, éstas sirven como imágenes de referencia con las que el alumno puede comparar imágenes nuevas. Por tal razón, es de suma importancia incorporar y ofrecer una variedad de imágenes conceptuales no prototipo. Las figuras que se trabajan en la secuencia son no prototipo.



Prototipo   No prototipo

Al representar las dimensiones de los lados de las figuras geométricas con literales y no con números se propone el tránsito de la representación numérica a la algebraica. Después se da paso a la deducción de una expresión general (fórmula) para obtener el perímetro de las diversas figuras geométricas.

Sobre las ideas de los alumnos

Las concepciones erróneas con relación al perímetro son:

- Confundir el perímetro de una figura geométrica con su área.
- Tomar la altura del triángulo como su lado.
- Confundir las características de una figura geométrica con otra.
- Emplear fórmulas que no corresponden con la figura geométrica.
- Inventar fórmulas considerando los elementos geométricos que se encuentren presentes.
- Emplear lenguaje verbal en discordancia con la expresión algebraica que representa al perímetro.

¿Cómo guío el proceso?

Inicie la secuencia preguntando a los alumnos: ¿Qué es el perímetro? Puede referir ideas como: la palabra perímetro proviene del griego peri (alrededor) y metro (medida). El perímetro implica medir el contorno de una forma.

Sesión 1. En la actividad 2 haga notar al alumno, que cuando el largo y ancho del rectángulo son iguales, se forma un cuadrado. El alumno debe identificar que en este caso existe el acuerdo de que los lados se denoten por l, que corresponde a la dimensión del lado, pues la base y el ancho tienen la misma medida. El cuadrado es un caso particular del rectángulo.

Ponga especial cuidado en los siguientes aspectos:

- Las dimensiones de las figuras geométricas se representan por literales. Si bien pueden emplear cualquier literal, se busca que sea una que se relacione con lo que representa. Ejemplo: b para la base o a de ancho. No obstante, los alumnos deben comprender que no importa la literal sino lo que se está representando.

Omitir algunas dimensiones de la figura geométrica y sólo considerar aquellas que tienen asociada una literal.

Representar de diferentes formas el perímetro de las figuras geométricas. Ejemplo: Rectángulo: $b + b + a + a$, $2(b + a)$, $2(l + a)$, $2b + 2a$, $2l + 2a$; Cuadrado: $4l$, $4 \times l$, $l + l + l + l$, $2a + 2b$, con a y b iguales, entonces es igual a $4a$ o $4b$. Haga mención que estas formas de representación son equivalentes, y se denominan expresiones equivalentes.

Sesión 2. En la actividad 4, permita que los alumnos exploren cuáles expresiones son equivalentes entre sí. Analice cuáles son las relaciones que existen entre los lados de los cuadriláteros para que las expresiones sean equivalentes.

Sesión 3. Se obtiene el perímetro de figuras de cinco o más lados, manteniendo la misma longitud en todos los casos. Con ello, el alumno puede observar que el perímetro aumenta porque aumenta el número de lados cuando la longitud del lado se mantiene constante. Cuando el número de lados en el polígono regular aumenta, tiende a la forma de un círculo. De esta manera se introduce el círculo. También, se conoce el número pi (π) como la razón entre el perímetro y el diámetro de circunferencia. Elemento necesario para construir una expresión general que defina el perímetro del círculo. La circunferencia se define como el contorno del círculo, o bien como su perímetro.

Pautas para la evaluación formativa

Considere si los alumnos:

- Identifican los elementos geométricos involucrados en una determinada figura, y los interpretan en la fórmula del perímetro que le corresponde.
- Interpretan las expresiones verbales usadas en diversos ámbitos de la vida cotidiana que hacen referencia al perímetro.
- Emplean diversas literales para representar las dimensiones y perímetro de las figuras geométricas.
- Argumentan y describen los procedimientos empleados en la deducción de fórmulas del perímetro de cada figura geométrica.

¿Cómo apoyar?

Si los alumnos no saben qué hacer, pida que identifiquen los elementos geométricos de cada figura y que los comparen, observarán cuales son las características que tiene cada figura y eso les permitirá comprender la manera de obtener su perímetro. De ello, depende la interpretación de dichos elementos en la fórmula.

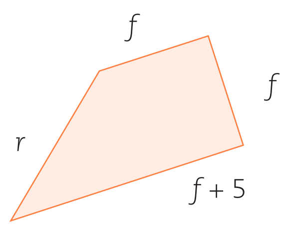
No basta con que el estudiante diga el nombre de la figura, sino que reconozca el aspecto que la caracteriza, como la forma, la longitud de lados, la medida de ángulos, o las propiedades y relación de sus lados.

Revise y analice continuamente con los alumnos las expresiones generales que se deduzcan para el perímetro de las figuras. Por ejemplo: propicie que los alumnos expresen de manera coloquial las diferentes fórmulas. Determinen cuáles expresiones puede emplearse para diferentes tipos de figuras.

¿Cómo extender?

Plantee problemas verbales como:

Observa la figura.



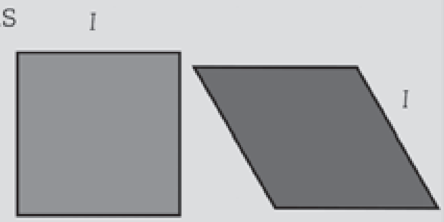
a. ¿Qué representa $f + 5$ en la figura?

b. ¿Cuál es la expresión que representa su contorno?

b. Si $f = 2.5$ m y $r = 7.3$ m, ¿cuánto mide el contorno de la figura?

Las expresiones generales o fórmulas para obtener el perímetro de los cuadriláteros que tienen sus cuatro lados iguales, como el cuadrado o el rombo, es:

$$P = l + l + l + l = 4l$$



Secuencia 11 Volumen de prismas 1 (LT, pp. 76-81)

Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Forma, espacio y medida.
Tema	Magnitudes y medidas.
Aprendizajes esperados	Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero, desarrollando y aplicando fórmulas.
Intención didáctica	Que los alumnos construyan y usen la fórmula para calcular el volumen de prismas rectos rectangulares.
Materiales impresos u objetuales para el alumno	Juego de geometría, plastilina, tijeras y pegamento.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	**Audiovisuales** Sesión 1. *El volumen* Sesión 2. *¿Por qué el cubo?* Sesión 3. *El volumen de prismas rectangulares* Sesión 3. *Métodos para calcular el volumen*
Materiales de apoyo para el maestro	**Audiovisuales** *Volumen.* *La enseñanza del volumen. ¿Por dónde empezar?* **Bibliográfico** Sáiz Roldán, M. *El volumen. ¿Por dónde empezar?* Disponible en http://www.matedu.cinvestav.mx/~maestriaedu/docs/asig4/ConfMagist.pdf

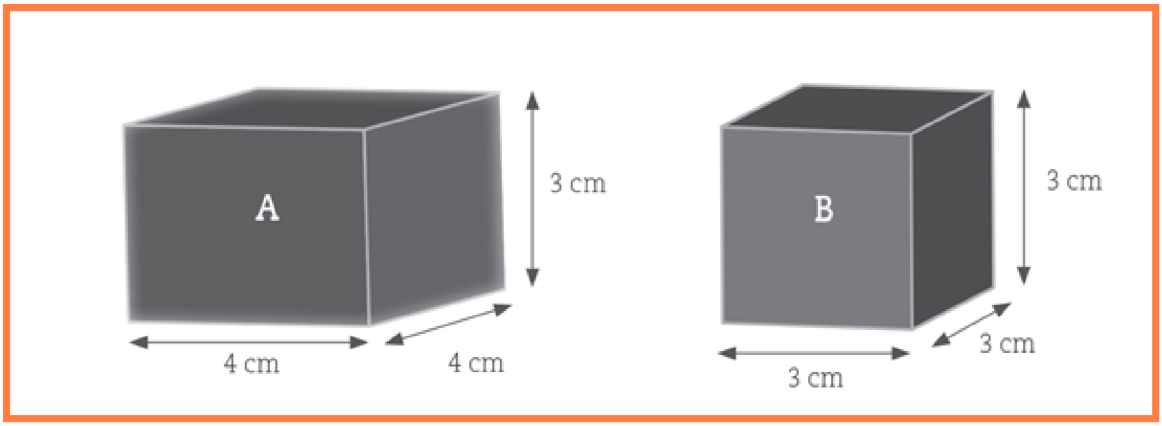
¿Qué busco?

Que los alumnos:

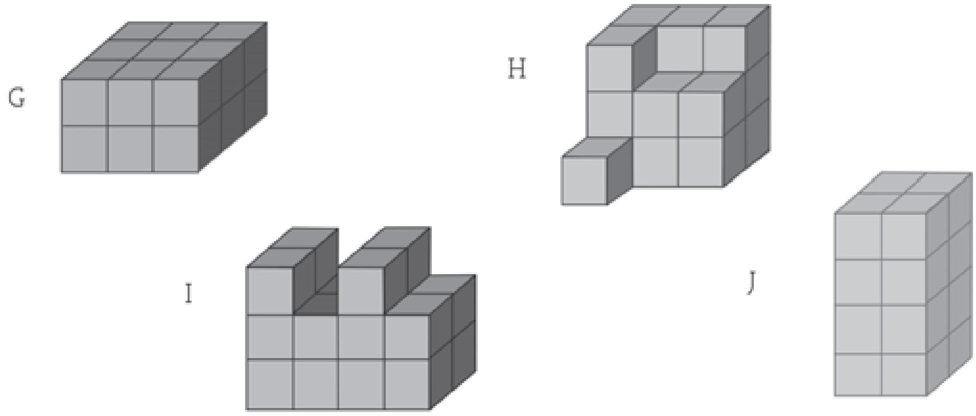
- Sesión 1. Exploren la noción de volumen y la distingan de la de peso.
- Sesión 2. Comparen volúmenes y determinen cuál es mayor o menor a partir de la transformación de un prisma en otro o del conteo de las unidades cúbicas que lo forman.
- Sesión 3. Deduzcan y usen la fórmula para calcular el volumen de prismas rectos rectangulares.

Acerca de...

Es muy importante que antes de que los alumnos construyan fórmulas y calculen volúmenes de prismas trabajen el concepto de volumen y lo diferencien de otras cualidades de los objetos.



2. Los siguientes cuerpos están hechos con cubos del mismo tamaño.



Las cualidades de un objeto que son susceptibles de medirse reciben el nombre de magnitudes, el volumen es una magnitud como lo son la longitud, la superficie, el peso y la capacidad. En esta secuencia los alumnos trabajarán la percepción del volumen de los objetos en general y de los prismas en particular. En las actividades de la primera y segunda sesiones los alumnos pondrán en juego los saberes previos acerca de la comparación de objetos por su volumen y de la determinación de éste por conteo de unidades cúbicas.

En la tercera sesión conocerán el centímetro cúbico como una unidad para medir volúmenes y calcularán el volumen de prismas rectos rectangulares, tanto por conteo de unidades cúbicas como por medio de la fórmula.

Sobre las ideas de los alumnos

Algunos alumnos pueden confundir el volumen de un cuerpo con su peso, por ejemplo, pensar que si un cuerpo tiene mayor volumen que otro también pesa más, sin considerar el material del que están hechos. También pueden confundir el volumen con la capacidad, si bien estas dos magnitudes están íntimamente relacionadas, no son lo mismo. Mientras que todos los objetos tienen volumen (porque ocupan un espacio) no todos tienen capacidad, esta cualidad sólo la tienen cuerpos que son recipientes, es decir, que pueden contener algo. La capacidad se estudiará en la secuencia 34.

En los dibujos de prismas formados por cubos, es muy común que los alumnos sólo cuenten los cubos que se ven en el dibujo y no tomen en cuenta los que están, pero no se ven; tenga en mente este factor al resolver las actividades con este tipo de dibujos.

¿Cómo guío el proceso?

En la sesión 1, vea si los alumnos ordenan los objetos correctamente de acuerdo con su volumen.

Cuando tengan dos objetos cuyo volumen sea semejante, propicie el diálogo acerca de cómo determinar cuál tiene mayor o menor volumen. No obstante, no es objetivo de esta primera sesión medir ni calcular volúmenes, se trata de estimarlos para que los alumnos perciban esta magnitud y la diferencien de otras cualidades de los objetos.

En la sesión 2, analice si cuentan los cubos considerando también los que no se ven.

Es muy importante que los alumnos efectivamente construyan sus cubos y se reúnan en equipo para armar los prismas propuestos. El trabajo en concreto con los cubos ayuda a formar el concepto de volumen antes de pasar a la abstracción de los dibujos (representación plana de prismas) y, sobre todo, de las fórmulas. Es necesario que los alumnos tengan la experiencia de construir prismas con los cubos.

En la tercera sesión los alumnos darán un paso difícil: transitarán del conteo de cubos a la determinación de la fórmula. Si bien, al trabajar con cubos, han tenido la experiencia de observar que el volumen de los prismas rectos rectangulares se puede calcular contando el número de cubos por piso y multiplicando este número por el número de pisos, es importante tener en cuenta que la fórmula tiene un grado de abstracción mucho mayor porque ahora están multiplicando tres medidas lineales para obtener el volumen, cuestión que no es sencilla de comprender. Tome en cuenta esto cuando los alumnos están resolviendo la actividad 3. Valore si llegan al procedimiento pedido en la actividad 4, de no ser así, pida que lean la información del recuadro, que le comenten lo que entendieron y que den ejemplos que ellos mismos propongan.

Pautas para la evaluación formativa

Observe que los alumnos puedan:

- Construir fórmulas y calcular volúmenes de prismas.
- Entender el concepto de volumen y lo diferencien de otras cualidades de los objetos.
- Comparar objetos por su volumen y de la determinación de éste por conteo de unidades cúbicas.
- Conocer el centímetro cúbico como una unidad para medir volúmenes y calcular el volumen de prismas rectos rectangulares, por conteo de unidades cúbicas y por medio de fórmula.

¿Cómo apoyar?

En la sesión 1 puede iniciar con objetos cuyo volumen sea notoriamente diferente e ir incorporando objetos con volumen parecido; no obstante, recuerde que se trata de un trabajo de estimación, los alumnos **no** deben tomar medidas ni calcular volúmenes todavía. Por otra parte, si observa que tienen dificultad para comprender la diferencia entre el volumen y el peso de los cubos, haga una demostración con objetos reales, de tal manera que se percaten que un objeto de menor volumen puede ser más pesado que otro de mayor volumen, por lo que el volumen no está directamente relacionado con el peso.

En la sesión 2 los alumnos deben considerar los cubos que no son visibles, si esto no se logra será necesario que se recurra a material concreto para reproducir los cuerpos dibujados.

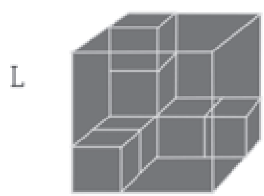
Con base en este trabajo los alumnos podrán llegar con mayor facilidad a la obtención de la fórmula en la sesión 3.

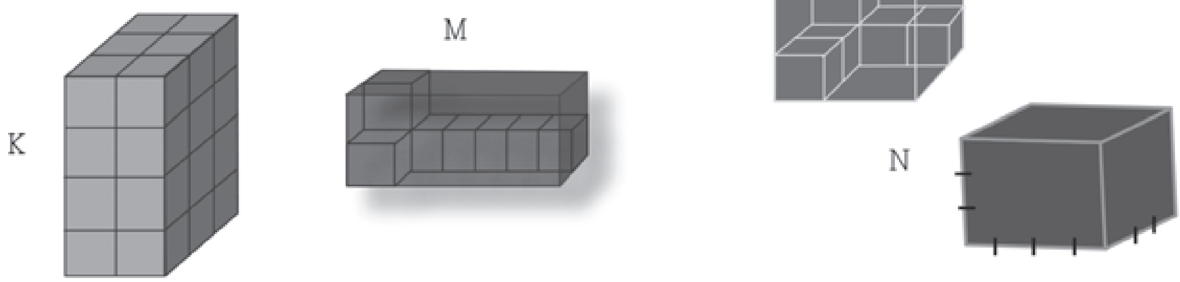
¿Cómo extender?

Proponga ejercicios donde sólo se den las medidas de los prismas rectos rectangulares en centímetros y que los alumnos calculen su volumen. También puede proporcionar el volumen y dos dimensiones y que los alumnos calculen la otra dimensión, por ejemplo:

Una caja en forma de prisma rectangular tiene un volumen de 56 cm^3, si el ancho mide 2 cm y el largo 4 cm, ¿cuánto mide de altura?

3. Considera los siguientes prismas.





Secuencia 12 Gráficas circulares 1 (LT, pp. 82-87)

Tiempo de realización	Dos sesiones.
Eje temático	Análisis de datos.
Tema	Estadística.
Aprendizajes esperados	Recolecta, registra y lee datos en gráficas circulares.
Intención didáctica	Leer, interpretar y registrar datos presentados en gráficas circulares.
Vínculos con otras asignaturas	Geografía. Se relaciona con el tema "Explotación y aprovechamiento de los minerales".
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	**Audiovisual** Sesión 1. *Elementos de una gráfica circular* **Informático** Sesión 2. *Lectura e interpretación de gráficas circulares*
Materiales de apoyo para el maestro	**Audiovisual** *Lectura e interpretación de gráficas circulares* **Bibliográficos** Arteaga, P., *et al*. (2011). "Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales", en *Números*, vol. 76, núm. 1, pp. 55-67. Batanero, C. *et al*. (2010). "Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas", en *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 28, núm. 1, pp. 141-154.

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Lean e interpreten los datos que se presentan en gráficas circulares.
- Sesión 2. Completen la construcción de gráficas circulares.

Acerca de...

Existe la necesidad actual de que las personas sean capaces de manejar y tratar con diversos tipos de datos estadísticos y sus representaciones, las cuales están presentes en distintos medios con los que tienen contacto.

Por ello, es deseable que los estudiantes sean capaces de interpretar y evaluar críticamente datos estadísticos, así como utilizar argumentos apoyados en ellos o en los resultados de fenómenos aleatorios. También es importante que sean capaces de analizar o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas. En esta secuencia los alumnos deben realizar actividades de lectura de gráficas circulares, las cuales inician con la identificación del tema al que refieren los datos, a partir de interpretar el significado del título y las etiquetas, luego se interpretan las características representadas y sus escalas, para finalmente hacer una correspondencia entre el valor de cada característica, propiedad o atributo representado y sus relaciones con los otros. En general, observamos que la lectura del gráfico también implica una actividad de traducción.

En la primaria los estudiantes han leído e interpretado información en gráficas circulares y también han leído y construido tablas de frecuencias absolutas y relativas.

Sobre las ideas de los alumnos

Una de las principales dificultades al leer gráficos circulares y construirlos se presenta entre la relación de proporcionalidad de los datos con respecto a los 360° de la circunferencia que se tiene que establecer para representar correctamente los datos en la gráfica circular. Por ejemplo, establecer que en la gráfica circular de la población de México, la superficie del círculo representa el todo, es decir, los 120 millones de mexicanos.

En busca de una mejor comprensión de esta situación se propone abordarla desde la lectura e interpretación de las gráficas de sectores considerando contextos sociales y personales que pudieran ser de interés para los estudiantes, como es el tipo de música que escuchan o el número de usuarios de teléfono celular.

En esta secuencia confluyen el uso de números naturales, enteros, fracciones y decimales, así como el cálculo de porcentajes y trazo de ángulos, de manera que si a los alumnos se les dificultan estos contenidos, podrían encontrar obstáculos en la lectura, la interpretación y, especialmente, la construcción de una gráfica circular.

Por ejemplo, en la actividad 1 de la sesión 1, se requiere de un cálculo aritmético que implica aplicar la proporcionalidad. Una dificultad para los estudiantes es identificar que van a calcular el 75% de 80 millones de usuarios.

¿Cómo guío el proceso?

Las actividades de la sesión 1 se centran en la lectura, interpretación y cálculo. En "Para empezar" se presentan dos gráficos circulares que muestran la población mundial y nacional. Cada gráfica muestra la distribución de dos datos, en la primera, están representados por su frecuencia absoluta, particularmente, el número de millones de hombres y mujeres. En la segunda gráfica, los datos corresponden a la población de nuestro país expresados en porcentajes a partir de indicar el total de la población. Será importante destacar cómo aproximadamente el 50% de la población mundial y de la mexicana es mujer (o es hombre), aunque en cada caso son cantidades absolutas diferentes, las gráficas y sus sectores tienen la misma forma porque para construir cada gráfica se estableció la relación de proporcionalidad de los datos con respecto a los 360° de la circunferencia y, en esta situación, la proporción de mujeres con respecto a cada total es aproximadamente igual en ambos casos (50%).

La segunda actividad consiste en leer la gráfica sobre los usuarios de teléfono celular y comprender que está subdividida, pero para contestar las preguntas planteadas no se requiere esa información, sin embargo, sí es parte de la lectura que puede hacerse del gráfico.

En este caso una dificultad para los estudiantes es reconocer que el sector correspondiente a las personas sin celular es la tercera parte de la población total y está vinculado al manejo del área del círculo y a la representación de fracciones.

En la sesión 1 se presentan diferentes datos comparados con respecto a 100 habitantes como total, y se pretende que los estudiantes propongan de manera intuitiva la manera en que cada dato se debe mostrar en una gráfica circular y después reflexionen sobre el tema. Quizá algunos estudiantes establezcan la relación de proporcionalidad y posiblemente utilicen la regla de tres. Se espera que aparezcan expresiones en forma de fracción como $\frac{20}{100}$ o $\frac{25}{100}$, a partir de ellas puede pedir que consideren cómo se representarían en el círculo recordando cómo se hace con las fracciones. Puede ser que alguien mencione que la fracción $\frac{25}{100}$ es equivalente a $\frac{1}{4}$, en ese caso pregunte cómo representar un cuarto en el círculo o cuál es el área del círculo que le corresponde. En cuanto al tercer dato, puede pedir que piensen en el complemento, que en este caso es 80 de 100. Reflexione con ellos sobre el hecho que al representar un dato cualquiera, en realidad se presentan en la gráfica dos datos. En este caso, 20 de 100 personas hablan lengua indígena y 80 no lo hacen. Anímelos a buscar y recolectar otros datos para ser representados en gráficas circulares.

En la actividad 4, para definir y ejemplificar una gráfica circular, analice elemento por elemento para destacar, por ejemplo, que las etiquetas o rótulos de los sectores muestran el valor de la porción (en términos de frecuencia relativa) o porcentaje que corresponde a los atributos, características o propiedades a presentar. Es conveniente comparar y verificar que las gráficas de la actividad 2 y 3 contengan estos elementos, de lo contrario, hay que pedir que los integren.

La sesión 2 se inicia también con una actividad de lectura, interpretación y comparación de gráficas circulares. La principal intención de la sesión es construir este tipo de gráficas. Una de las principales dificultades para hacerlo es establecer la medida de los ángulos de los sectores circulares que se trazarán y que corresponden a los datos a presentar. Sin duda representar 50% o las cantidades que corresponden a la mitad del total por comparar no causará problema, ni las que corresponden al 25%, por ser la cuarta parte del círculo. En cambio, para representar cualquier otra cantidad o porcentaje se requiere establecer la equivalencia entre el 100% de los datos y los 360° de la circunferencia. Como puede observar los porcentajes a trabajar son 75%, 50%, 30%, 20% y 5% para que les sea fácil establecer la relación de proporcionalidad que debe existir entre la medida del ángulo del sector que le corresponde.

%	75	50	30	20	5	1
° (grados)	270	180	108	72	18	3.6

Es conveniente que reconozcan estos valores para que puedan establecer la medida de los ángulos de otros sectores circulares que vayan a representar, por ejemplo, a 35% (30% + 5%) en un gráfico circular le corresponde un ángulo de 126°; a 40% (20% + 20%) le corresponden 144°, e incluso calcular mediante la sustracción el de 15% (20% – 5%) que es de 54°.

Ese es el propósito de la tabla del inciso c) de la actividad 2 y la puede completar con los valores aquí presentados.

Tras haber ejemplificado se propone aplicar la encuesta que generó las primeras gráficas para recopilar datos en su entorno y completar la gráfica circular de la actividad 7.

Pautas para la evaluación formativa

Es importante que observe si los alumnos pueden determinar la parte del círculo que corresponde a los datos que se piden representar en la actividad 2 de la sesión 1. Por ejemplo:

- Identifican un título apropiado.
- Determinan las medidas del ángulo de cada sector circular que representa proporcionalmente a cada valor por presentar en el gráfico circular, ya sea que estén expresados en frecuencia absoluta, relativa o porcentaje.

¿Cómo apoyar?

Al revisar las respuestas de los estudiantes y observar que tienen dificultades en la lectura y traducción de la información, como puede ocurrir en la actividad 2 de la sesión 1, es posible plantear situaciones cercanas, por ejemplo: del total de alumnos que asiste a su escuela, cuántos tienen 12 años de edad o cuántos nacieron en la misma población, entre otras preguntas; luego puede pedirles que consideren a cuántos les gusta leer en un grupo de 100 alumnos. La cuestión es que para la construcción de una gráfica circular se realicen las mencionadas equivalencias.

Si se pretende completar la construcción de una gráfica circular, como ocurre en la actividad 2 de la sesión 1, y al inicio observa que algunos alumnos no saben qué hacer, para propiciar que actúen pregunte sobre lo que dicen el título de la gráfica y las etiquetas de los rótulos.

Si observa que los alumnos tienen dificultades para trazar los sectores circulares, pida que elaboren tablas que muestren las relaciones proporcionales y tablas de frecuencias absolutas y relativas. Por ejemplo, si el total de alumnos de un grupo a quien se le preguntó el tipo de género musical que le gusta escuchar es de 25, esto implica calcular el ángulo del sector que le corresponde a los 10 alumnos que contestaron o determinar la parte de la superficie del círculo que le corresponde, se verá que es menos de la mitad.

¿Cómo extender?

Sería interesante observar cómo se comporta la gráfica de la población por género en su estado y en sus municipios, para extender o ampliar la primera reflexión de la secuencia y permitir que reconozcan tendencias.

Después podrían leer y contestar los datos referentes a la gráfica que muestra la cantidad de personas que tienen o no celular, a fin de calcular el porcentaje de usuarios que utilizan teléfono.

Secuencia 13 Probabilidad 1 (LT, pp. 88-93)

Tiempo de realización	Dos sesiones.
Eje temático	Análisis de datos.
Tema	Probabilidad.
Aprendizajes esperados	Realiza experimentos aleatorios y registra los resultados para un acercamiento a la probabilidad frecuencial.
Intención didáctica	Conocer diferentes situaciones en las que interviene el azar y realizar algunos experimentos aleatorios para registrar sus resultados y analizar su frecuencia.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	**Audiovisuales** Sesión 1. *¿Qué es el azar? ¿Qué es aleatorio?* Sesión 2. *Juegos de azar y Matemáticas* **Informático** Sesión 2. *¿Cuántas veces ocurre?*
Materiales de apoyo para el maestro	**Audiovisuales** *Incertidumbre, azar y aleatoriedad* *Utilización de la hoja de cálculo en la probabilidad*

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Distingan situaciones en las que interviene el azar de otras en las que no interviene. Anticipar resultados de una situación aleatoria.
- Sesión 2. Realicen experimentos aleatorios, registren y analicen sus resultados como un acercamiento a la probabilidad frecuencial.

Acerca de...

En esta secuencia se destaca el significado de azar y aleatoriedad, se establecen diferentes formas de recolectar datos, como la observación, la encuesta y la experimentación para analizar los resultados posibles de una situación o fenómeno azaroso.

También se considera la intuición de los alumnos sobre los posibles resultados antes de realizar las observaciones o experimentos aleatorios, por ejemplo, ¿saben si lloverá hoy? Se reúnen datos a partir de la observación.

Por lo que se refiere a otros eventos propuestos para determinar la escala en que ocurren: poco probable, probable, etcétera, tal vez haya que recopilar datos por medio de una encuesta, como ocurre con la actividad 3. Y finalmente una manera de hacerse de datos por medio de la experimentación es lo que ocurre en la sesión 2, al lanzar repetidamente un dado y registrar los resultados.

Los alumnos ya han realizado experimentos aleatorios sencillos y han recolectado y registrado los datos. Ahora se busca introducir a los alumnos a la probabilidad frecuencial y la importancia de registrar adecuadamente los datos. Esta secuencia se relaciona con los contenidos de fracciones y decimales, suma y resta de fracciones y decimales positivos, porcentajes, gráficas circulares y proporcionalidad.

Sobre las ideas de los alumnos

Algunos alumnos creen que lo que ocurre en situaciones como las planteadas en la actividad 1 de la sesión 1 son "por suerte o destino". Sin embargo, se espera que sean capaces de comprender que, a pesar de no poder garantizar la ocurrencia de un resultado en particular, sí es posible conocer cuáles son los resultados que pueden ocurrir y cuáles jamás ocurrirán o no se relacionan con el experimento, fenómeno o situación aleatoria. Por eso se pide al alumno que primero haga predicciones, porque éstas muestran el tipo de ideas que los alumnos tienen del azar.

Otra dificultad que puede presentarse es que consideren sólo una parte de los resultados posibles de un experimento o situación, por eso es importante que realicen los experimentos o juegos de azar propuestos, registren los resultados, los reúnan y los comparen.

¿Cómo guío el proceso?

En la sesión 1, se inicia con el planteamiento de diversas acciones que pueden ocurrir en la vida cotidiana, como en la conducción de un automóvil o en el transcurso de un día, y en las que interviene el azar. Usted además puede plantear una reflexión sobre el tipo de población que está implicada en esta situación (la población con automóvil), sobre los datos que se pueden obtener y de qué forma es conveniente registrarlos. Con esta reflexión también tiene la oportunidad de conocer la intuición de los alumnos ante este tipo de experiencias. Por ejemplo, en el caso de la actividad 1, pueden comentar qué tipo de población podrían estudiar y cuáles son las respuestas posibles; también es conveniente que los alumnos dialoguen sobre sus propias experiencias.

En la sesión 2, la actividad inicial propuesta consiste en que los alumnos realicen un juego de azar, en el que primero ellos predicen el resultado de acuerdo con lo que su sentido común les dicta y a continuación se propone que lo realicen.

Antes de iniciar el juego, se les pregunta: "¿Creen que el resultado del juego será tal o tal otro? ¿Por qué?"

Al terminar el juego se pide que confronten su opinión *a priori* con el resultado que se obtuvo de la experimentación.

Como cierre de las dos sesiones se recomienda comentar con los alumnos en qué consiste cada método de obtención de datos y que den algunos otros ejemplos.

Otro aspecto que es conveniente considerar es el manejo de frecuencias absolutas y relativas de los resultados expresados en forma de fracción, decimal y porcentaje. Estos resultados pueden ser presentados en un diagrama de árbol.

Pautas para la evaluación formativa

Se trata de un primer acercamiento al razonamiento probabilístico, por lo que las actividades se centrarán en que los alumnos observen la diferencia entre una situación de azar y una determinista.

En esta última, el resultado se puede predecir con certeza; en la de azar, aunque se sabe cuáles pueden ser los resultados posibles, no hay la certeza de cuál de ellos se obtendrá. En la actividad 7 de la sesión 1 se explica este hecho.

En las actividades 4 y 5 de la sesión 2 se pide elaborar una gráfica circular que muestre los resultados obtenidos en el experimento de azar. Se espera que no tengan problemas en elaborarla; es parte de la integración de contenidos.

¿Cómo apoyar?

Al comparar los resultados de dos o más realizaciones del experimento procure que lo analicen y exploren mediante las frecuencias relativas en forma de fracción, pues en ocasiones esta expresión resulta más comprensible que la forma decimal, por ejemplo, decir que de los lanzamientos de dados cae 2 en lugar de 0.333... de los lanzamientos cae 2.

Para algunos alumnos puede aún no ser clara la relación entre expresar la frecuencia con números fraccionarios y decimales; en la medida en que logren ver esa relación se animarán a usarlos. En el análisis de los resultados de los experimentos de azar debe fomentarse la comprensión de dicha relación.

¿Cómo extender?

Puede proponer que trabajen en la hoja electrónica de cálculo para resaltar las diferencias entre una situación aleatoria de otra que no lo es, para ello use la función ALEATORIA (RAND, en inglés).

Pida que registren y organicen los resultados obtenidos en la actividad 2 de la segunda sesión y que elaboren la gráfica de barras o circular con las frecuencias absolutas y relativas del experimento e incluso que incluyan los resultados de la actividad 4.

Evaluación (LT, pp. 94-95)

Reactivos 1 y 2. Sumas y restas con números enteros.

Con estos reactivos se busca evidencia del grado de adquisición de conocimientos y habilidades para la representación operacional en sumas y restas con números enteros: una herramienta esencial para plantear y simbolizar situaciones problemáticas. Los problemas de aprendizaje que se pueden reconocer en el primer reactivo –donde se usa la recta numérica– es que los alumnos aún no dominen las reglas de representación en la recta numérica (qué tipo de números están representados a la izquierda del cero, o qué significado tiene la direccionalidad de los vectores para conocer el signo de los sumandos). En el caso del reactivo 2, observe si los alumnos usan los paréntesis y los signos de los sumandos para diferenciarlos de la operación suma.

Reactivo 3. Jerarquía de las operaciones.

La jerarquía de operaciones, estudiada en este bloque, está implicada en este reactivo al igual que en el reactivo 13 de esta evaluación. Es importante observar que en el reactivo no se usan paréntesis y el alumno evidencia con ello su saber sobre el orden jerárquico de las operaciones de suma, resta, multiplicación y división de números naturales y suma y resta de números enteros. En el caso del segundo reactivo podemos constatar que el alumno agrupe por medio de paréntesis y realice las operaciones de dentro hacia afuera para obtener el resultado correcto.

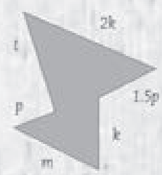
Reactivos 4, 5 y 6. Multiplicación de fracciones y decimales.

Los reactivos en mención se inscriben en el aprendizaje esperado relacionado con la multiplicación de fracciones y decimales. En el primer reactivo se valora el aprendizaje de multiplicar una fracción por un entero, donde $\frac{4}{7}$ de 42 es igual a $\frac{4}{7} \times 42$; que equivale a multiplicar 42 por 4 y luego dividir entre 7. En el segundo reactivo el alumno manifiesta su aprendizaje respecto de la multiplicación de un decimal por un entero, donde las cifras decimales del factor decimal deben ser las mismas que las del producto. Por último, al multiplicar $\frac{3}{8}$ por 453.59, el alumno evidencia su saber sobre la multiplicación de decimales por enteros, al multiplicar 463.59 × 3; y también evidencia el conocimiento que posee sobre la división de un decimal por un entero al dividir el resultado entre 8.

Reactivo 7. Ecuaciones.

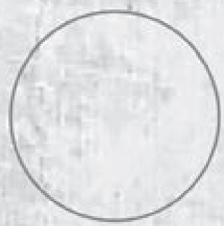
Tanto la traducción al lenguaje algebraico de una situación, como el planteamiento por medio de una ecuación están manifiestos en este reactivo, los cuales son requisitos para usar las ecuaciones al resolver problemas. Es importante observar los problemas de aprendizaje de los alumnos que no traducen bien "el doble de un número" opciones a) y b); y la resta de 16, opciones a) y c).

14. Anota la expresión con la que puedes calcular el perímetro de la figura. ______________________



15. En la tabla se muestra la distribución de alumnos de secundaria para el estado de Tlaxcala.

Secundaria	Alumnos
General	31 128
Técnica	26 787
Telesecundaria	16 903
Comunitaria	364
Total	75 182



a) Construye su gráfica circular.

b) ¿Qué tanto por ciento le corresponde al servicio que más estudiantes atiende? ______________

9. El haz de luz de una lámpara forma un triángulo con la horizontal de la calle, como se muestra en la figura 2, ¿cuánto mide el ángulo α?

a) 16.2° b) 32.5° c) 65° d) 115°

Reactivo 8. Proporcionalidad directa.
El alumno debe diferenciar situaciones en las que esté implícita la proporcionalidad directa de las que no lo esté. Esto implica que puede comprobar si una magnitud está en función de otra y si sus incrementos son proporcionales. Por medio de este reactivo, observe si los alumnos tienen problemas con alguna de estas condicionantes, por ejemplo, aquellos que señalan como relación proporcional la edad con la estatura.

Reactivo 9. Triángulos.
Se valora el conocimiento que tienen los alumnos sobre el teorema de la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo, que precede a los criterios de congruencia. En particular se evidencian las relaciones entre los ángulos de un triángulo isósceles; donde dos de ellos miden lo mismo.

Reactivo 10. Cálculo de volúmenes de prismas.
Con este reactivo se puede observar tanto la imaginación espacial (lo que implica "llenar" con cubos de 1 cm^3 un prisma cuyas medidas se conocen); como el desarrollo y la aplicación de la fórmula para calcular el volumen de dicho prisma (que implica desechar la estrategia de conteo de unidades por un procedimiento más rápido y eficiente).

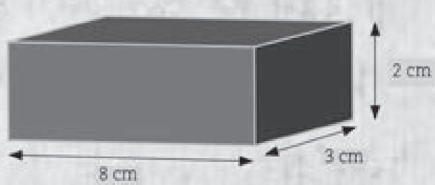
Reactivos 11 y 12. Conversión de fracciones a decimales.
Estos reactivos corresponden al aprendizaje esperado relativo a conversión de fracciones comunes a decimales y viceversa y determinar el orden de los mismos. En el primer reactivo es importante observar si el alumno distingue las fracciones que se convierten en decimales finitos ($\frac{3}{6}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{8}$) de aquellas que tienen un periodo infinito ($\frac{1}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{15}$). Para el segundo reactivo es importante observar si el alumno realiza el análisis de dividir 7 enteros entre 4 tramos ($\frac{7}{4}$ =medida de cada tramo), para ordenar los puntos intermedios $\frac{7}{4}$, $\frac{14}{4}$, $\frac{21}{4}$

Reactivo 14. Perímetros de polígonos.
En el cálculo de perímetros de polígonos estudiado en este periodo, es importante desarrollar la habilidad del alumno para representar al perímetro como la suma de sus lados aun cuando éstos se hayan dado en una expresión algebraica. Esta habilidad también está relacionada con el planteamiento de ecuaciones.

Reactivo 15. Gráficas circulares.
En la construcción de gráficas circulares que se evalúa aquí es importante observar cómo el alumno mide los ángulos centrales para representar una cantidad en relación con el total. También es importante observar si la suma de las partes graficadas resulta en la totalidad del círculo, si existe un sector "sobrante" o bien si alguna parte no pudo graficarse por falta de espacio (grados); lo cual mostraría errores en el cálculo.

10. ¿Cuántos centímetros cúbicos se necesitan para armar un prisma con las medidas indicadas?

a) 96 b) 48 c) 44 d) 24



Anexo 1. Recortables

Esta sección contiene material recortable para apoyarle en el desarrollo de las secuencias que abordan aspectos relacionados con el volumen de prismas rectos.

Es importante que cuente con los desarrollos planos de los cuerpos geométricos que se trabajan frecuentemente durante las secuencias para que pueda modelarlos, con el fin de que los alumnos tengan una percepción concreta de tales cuerpos.

Puede recortarlos y pegarlos sobre una hoja de cartón para que tengan una mayor durabilidad.

Si usted lo considera pertinente, proporcione a los alumnos los desarrollos planos para que los reproduzcan y los armen, así podrán apreciar las características de sus caras y encontrar las relaciones entre las dimensiones de sus lados y el volumen de los cuerpos. Además, puede variar las medidas de alguno de los lados y mantener fijos los demás para que aprecien la manera en que tales cambios afectan el volumen de los cuerpos.

Los cinco recortables que aparecen al final le serán de mucha utilidad para trabajar en particular la sesión 2 de la secuencia 25, donde los alumnos podrán observar lo que sucede con el volumen de un nuevo cuerpo que se genera cuando se unen varios prismas.

Estamos convencidos de que los alumnos y usted mismo se sorprenderán ante las maravillas que se pueden apreciar mediante el manejo de material concreto en la construcción de los conceptos geométricos.