

LIBRO PARA EL MAESTRO



Matemáticas

Primer grado



Matemáticas

Libro para el maestro



TELEsecundaria

Telesecundaria
Primer grado

Libro para el maestro. Matemáticas. Primer grado. Telesecundaria fue elaborado y editado por la Dirección General de Materiales Educativos de la Secretaría de Educación Pública.

Secretaría de Educación Pública

Esteban Moctezuma Barragán

Subsecretaría de Educación Básica

Marcos Augusto Bucio Mújica

Dirección General de Materiales Educativos

Aurora Almudena Saavedra Solá

Coordinación de la serie

Lino Contreras Becerril

Coordinación de contenidos

María del Carmen Larios Lozano

Coordinación de autores

María Margarita Tlachy Anell

Autores

Mauricio Héctor Cano Pineda, Éric Ruiz Flores González,
Pablo Alejandro Salazar Córdoba, María Margarita Tlachy Anell

Colaboración

Olga Leticia López Escudero

Supervisión de contenidos

José Alfredo Rutz Machorro, Demetrio Garmendia Guerrero, Esperanza
Issa González, Juanita Espinoza Estrada, Silvia García Peña

Revisión técnico-pedagógica

Hugo Hipólito Balbuena Corro, María Teresa Adriana Fonseca Cárdenas,
Teresa de Jesús Mezo Peniche

Coordinación editorial

Raúl Godínez Cortés

Supervisión editorial

Jessica Mariana Ortega Rodríguez

Cuidado de la edición

Diana Karina Hernández Castro

Producción editorial

Martín Aguilar Gallegos

Actualización de archivos

Carlos Madero Soto

Preprensa

Citlali María del Socorro Rodríguez Merino

Iconografía

Diana Mayén Pérez, Irene León Coxtinica

Portada

Diseño: Martín Aguilar Gallegos

Iconografía: Irene León Coxtinica

Imagen: *Diseños simétricos*, 1928, Diego Rivera (1886-1957) y ayudantes,
frescos, 0.80 × 0.80 m, color bermellón, plafones de corredor sur
41 piezas, corredor poniente 26 piezas y corredor norte 41 piezas,
ubicados en el Patio de las Fiestas, segundo nivel, D. R. © Secretaría
de Educación Pública, Dirección General de Proyectos Editoriales y
Culturales/fotografía de Gerardo Landa Rojano; D. R. © 2021 Banco
de México, Fiduciario en el Fideicomiso relativo a los Museos Diego
Rivera y Frida Kahlo. Av. 5 de Mayo No. 2, col. Centro, Cuauhtémoc,
C. P. 06059, Ciudad de México; reproducción autorizada por
el Instituto Nacional de Bellas Artes y Literatura, 2021.

Primera edición, 2018

Segunda edición, 2019

Primera reimpresión, 2021 (ciclo escolar 2021-2022)

D. R. © Secretaría de Educación Pública, 2019,
Argentina 28, Centro,
06020, Ciudad de México

ISBN: 978-607-551-207-5

Impreso en México

DISTRIBUCIÓN GRATUITA. PROHIBIDA SU VENTA

Servicios editoriales

Alejandro Portilla de Buen

Edición

Sol Katherine Levin Rojo

Apoyo pedagógico y edición

Manuel García Martínez

Ilustración

Claro que sí

En los materiales dirigidos a las alumnas y los alumnos de Telesecundaria, la Secretaría de Educación Pública (SEP) emplea los términos alumno(s), maestro(s) y padres de familia aludiendo a ambos géneros, con la finalidad de facilitar la lectura. Sin embargo, este criterio editorial no demerita los compromisos que la SEP asume en cada una de las acciones encaminadas a consolidar la igualdad de género.

Presentación

Este libro fue elaborado para cumplir con el anhelo compartido de que en el país se ofrezca una educación con equidad y excelencia, en la que todos los alumnos aprendan, sin importar su origen, su condición personal, económica o social, y en la que se promueva una formación centrada en la dignidad humana, la solidaridad, el amor a la patria, el respeto y cuidado de la salud, así como la preservación del medio ambiente.

El *Libro para el maestro* es una herramienta que permite articular coherentemente el plan de estudios y el libro de texto gratuito con los materiales audiovisuales y digitales propios del servicio de Telesecundaria. Además, es un referente útil al maestro para planear los procesos de enseñanza y aprendizaje, y así obtener el máximo beneficio de la propuesta didáctica del libro para los alumnos.

Este libro está organizado en dos apartados. El primero contiene orientaciones generales relativas a la enseñanza de la asignatura, al enfoque pedagógico y a la evaluación formativa. El segundo está integrado por sugerencias y recomendaciones didácticas específicas, cuyo propósito es ofrecer al maestro un conjunto de opciones para trabajar con las secuencias del libro de texto gratuito. Dichos apartados pueden leerse de manera independiente de acuerdo con las necesidades de los maestros e intereses de sus alumnos.

En su elaboración han participado maestras y maestros, autoridades escolares, padres de familia, investigadores y académicos; su participación hizo posible que este libro llegue a las manos de todos los maestros de Telesecundaria en el país. Con las opiniones y propuestas de mejora que surjan del uso de esta obra en el aula se enriquecerán sus contenidos, por lo mismo los invitamos a compartir sus observaciones y sugerencias a la Dirección General de Materiales Educativos de la Secretaría de Educación Pública y al correo electrónico: librosdetexto@nube.sep.gob.mx.

Índice

I. Orientaciones generales	6	
1. El objeto de estudio de las matemáticas, su pertinencia y cómo se aprenden	6	
2. Enfoque didáctico de las matemáticas	8	
2.1 Aspectos generales de la enseñanza de las matemáticas	9	
2.2 Condiciones en el aula para la enseñanza y el aprendizaje de matemáticas	13	
2.3 Tipos de evaluación	15	
3. La vinculación con otras asignaturas	21	
4. El libro de texto de matemáticas para el alumno	23	
5. Materiales de apoyo para la enseñanza y el aprendizaje	24	
6. Alternativas para seguir aprendiendo como maestros	24	
7. Mapa curricular	26	
II. Sugerencias didácticas específicas	28	
Punto de partida	28	
Bloque 1. Matemáticas de película		
Secuencia 1	Números enteros 1	30
Secuencia 2	Números enteros 2	33
Secuencia 3	Fracciones y decimales 1	36
Secuencia 4	Jerarquía de operaciones 1	40
Secuencia 5	Multiplicación y división 1	43
Secuencia 6	Multiplicación y división 2	46
Secuencia 7	Variación proporcional directa 1	49
Secuencia 8	Ecuaciones 1	52
Secuencia 9	Existencia y unicidad 1	55
Secuencia 10	Perímetros y áreas 1	58
Secuencia 11	Volumen de prismas 1	61
Secuencia 12	Gráficas circulares 1	64
Secuencia 13	Probabilidad 1	67
Evaluación		69

Bloque 2. Fractales

Secuencia 14	Fracciones y decimales 2	71
Secuencia 15	Fracciones y decimales positivos y negativos 1	74
Secuencia 16	Jerarquía de operaciones 2	78
Secuencia 17	Multiplicación y división 3	81
Secuencia 18	Variación proporcional directa 2	84
Secuencia 19	Porcentajes 1	87
Secuencia 20	Variación lineal 1	90
Secuencia 21	Ecuaciones 2	93
Secuencia 22	Sucesiones 1	95
Secuencia 23	Existencia y unicidad 2	98
Secuencia 24	Perímetros y áreas 2	101
Secuencia 25	Volumen de prismas 2	104
Secuencia 26	Medidas de tendencia central 1	107
Evaluación		110

Bloque 3. Los mapas y las escalas

Secuencia 27	Fracciones y decimales positivos y negativos 2	112
Secuencia 28	Porcentajes 2	115
Secuencia 29	Variación lineal 2	118
Secuencia 30	Ecuaciones 3	121
Secuencia 31	Sucesiones 2	123
Secuencia 32	Existencia y unicidad 3	125
Secuencia 33	Perímetros y áreas 3	128
Secuencia 34	Volumen de prismas 3	130
Secuencia 35	Gráficas circulares 2	133
Secuencia 36	Medidas de tendencia central 2	135
Secuencia 37	Medidas de tendencia central 3	138
Secuencia 38	Probabilidad 2	140
Evaluación		142
Recursos audiovisuales e informáticos		144
Bibliografía		161
Créditos iconográficos		163
Anexo 1. Recortables		165

I. Orientaciones generales

1. El objeto de estudio de las matemáticas, su pertinencia y cómo se aprenden

¿Qué tienen que aprender los alumnos en la asignatura de Matemáticas?



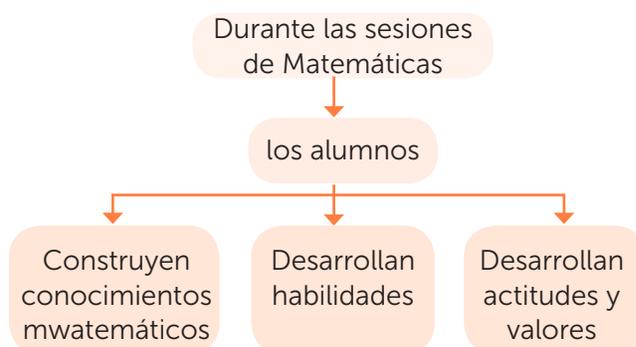
Una respuesta inmediata es, por supuesto, *matemáticas*. En efecto, los alumnos tienen que construir **conocimientos matemáticos**: aprender a multiplicar números decimales, resolver una ecuación, trazar un triángulo, interpretar una gráfica circular o calcular la probabilidad de que al lanzar una moneda caiga águila.

Una reflexión más cuidadosa nos lleva a preguntarnos: ¿sólo tienen que aprender conocimientos matemáticos? Por fortuna, pueden aprender algo más: a aplicar esos conocimientos matemáticos al resolver problemas, es decir, aprender matemáticas implica desarrollar **habilidades** para usar las herramientas de esta asignatura cuando se enfrentan a un problema.

El enfoque que se propone para la enseñanza de Matemáticas permite además de construir contenidos matemáticos, desarrollar las habilidades para comunicar información matemática usando el lenguaje propio de la asignatura, dar argumentos que justifiquen los procedimientos y razonamientos que permitieron llegar a un resultado; asimismo promueve **actitudes y valores**, como: *perseverancia* para encontrar la solución

a un problema, *aprender a escuchar* cómo otros proponen soluciones; *tolerancia*, al comprender que hay diferentes procedimientos y maneras de pensar; y *aceptar el error*, cuando con argumentos válidos un compañero demuestra que la manera en que se resolvió un problema no es la correcta.

Lo expuesto permite comprender por qué las matemáticas forman parte de la educación básica; su alto valor informativo y formativo justifica la pertinencia de su inclusión en los planes de estudios.



Por otra parte, las herramientas matemáticas permiten resolver problemas de la vida cotidiana y de ámbitos sociales, científicos y tecnológicos, además de desarrollar en los alumnos un pensamiento de alto nivel, como el razonamiento deductivo e inductivo que se desarrolla con una adecuada enseñanza de la geometría, o el pensamiento numérico y algebraico que permite modelar situaciones donde es necesario reconocer las variables, simbolizarlas y manipularlas. A esto hay que agregar una razón más: las matemáticas constituyen una parte de la cultura que niños y jóvenes tienen derecho a conocer y que requieren aprender para integrarse a la sociedad del conocimiento.

Lograr que los alumnos construyan conocimientos y desarrollen habilidades, actitudes y valores con la enseñanza de las matemáticas depende en gran medida de la manera en la que se trabaja en el aula.

El desarrollo de las habilidades, de las actitudes y los valores constituye un aspecto transversal que se logra con la forma de enseñar matemá-

Razones de la pertinencia de enseñar matemáticas

Con las herramientas matemáticas se resuelven problemas de la vida cotidiana y de ámbitos científicos, sociales y tecnológicos

El estudio de las matemáticas desarrolla el razonamiento de los alumnos

Es parte de la cultura a la que las nuevas generaciones tienen derecho

ticas; en particular con el enfoque de resolución de problemas propuesto para esta asignatura y cuya premisa principal es: se aprende matemáticas al resolver problemas que permitan usar conocimientos previos, pero que, a la vez, requieran un esfuerzo cognitivo adicional que obligue a buscar nuevas estrategias de resolución.

Encontrar en una proporción un término desconocido

Cuando se desconoce uno de los cuatro términos de una proporción, o sea, una cuarta proporcional, se coloca en su lugar una letra. Ejemplos:

$$\frac{2}{3} = \frac{a}{6} \quad \frac{3}{4} = \frac{9}{b} \quad \frac{5}{6} = \frac{c}{18} \quad \frac{7}{8} = \frac{21}{d}$$

Aplicando la propiedad de que el producto de los medios es igual al producto de los extremos, el valor del término desconocido se encuentra así:

$$3a = 2 \times 6 \quad a = \frac{2 \times 6}{3} \quad a = 4$$

$$3b = 4 \times 9 \quad b = \frac{4 \times 9}{3} \quad b = 12$$

$$6c = 5 \times 18 \quad c = \frac{5 \times 18}{6} \quad c = 15$$

$$7d = 8 \times 21 \quad d = \frac{8 \times 21}{7} \quad d = 24$$

Generalizando lo anterior, se establece:

Un medio desconocido es igual al producto de los extremos dividido entre el medio conocido.

Un extremo desconocido es igual al producto de los medios dividido entre el extremo conocido.

Cuando se pensaba que sólo era importante que los alumnos aprendieran conocimientos matemáticos, muchas veces sin que tuvieran sentido para ellos, se creía que bastaba con buenas explicaciones, esto es, se le daba un gran peso a la forma de dar esas explicaciones. Por ejemplo, la lección anterior acerca de proporcionalidad directa aparecía en un libro de sexto grado de primaria de los años sesenta.

Después de esa explicación se presentaban ejemplos del uso de una proporción en la resolución de problemas:

2. Un kilogramo de azúcar vale \$1.80. ¿Cuánto valen 350 gramos?

	Gramos		Precio
Proporción:	$\frac{1000}{350}$	=	$\frac{1.80}{x}$
Resolución:	$1000x = 1.80 \times 350 \quad x = \frac{(1.80 \times 350)}{1000} \quad x = 0.63$		
Resultado:	$x = \$0.63$		

Observe que, al trabajar esta lección, los alumnos no construyen los conocimientos, estos están dados en forma de receta donde se indica paso a paso lo que se puede hacer hasta llegar a un resultado. También está muy distante de desarrollar habilidades porque se les dice cómo resolver el problema aplicando lo que se les acaba de explicar.

Para este mismo contenido, en el libro de texto de Telesecundaria para este ciclo, se inicia con un problema que resolverán en equipo, esto con la finalidad de que comenten y analicen diversas estrategias de solución, de que las prueben hasta que alguna les convenga y después que compartan con sus compañeros sus descubrimientos, argumentando por qué decidieron que esa era la mejor forma de resolverlo.

El problema es similar al ejemplo que se presenta en el primer libro citado, pero en este caso, no se les dice cómo resolverlo ni se les da una explicación previa del contenido. No obstante, los alumnos cuentan ya con algunos conocimientos previos que les permitirán calcular los precios que se piden.

Al trabajar en equipo se promueve el trabajo colaborativo, momento en el que los alumnos

tienen la primera oportunidad de expresar sus ideas y enriquecerlas con las opiniones de los demás. Además, este tipo de interacción les permite ayudar a aquellos que no han logrado entender el problema o no han encontrado un camino para llegar a una solución, o en su defecto, se enriquecen las formas de abordar determinado problema. En este momento el apoyo entre pares es de suma importancia, pues muchas veces comprenden mejor cuando un compañero les da una explicación.

Después de la resolución de algunos problemas se pide que hagan una puesta en común, con el fin de que los alumnos muestren a sus compañeros lo que entendieron o no pudieron comprender del problema planteado. En este punto del proceso también se confrontan ideas y razonamientos donde argumentan por qué decidieron que ese era el procedimiento adecuado; luego se analiza si dicho procedimiento se puede usar en cualquier situación semejante, es decir, si se puede generalizar o sólo permite resolver ese problema. En conclusión, la puesta en común es el momento donde aclaran aún más las ideas alrededor del problema planteado. En seguida se cita la forma en que se alude a este momento en el libro del alumno:

“Compara tus respuestas con las de otro compañero y comenten cuáles fueron las estrategias que siguieron para ubicar en cada recta numérica las fracciones indicadas. En caso necesario, corrijan”.

Al pedirle que compare sus respuestas y que si es necesario corrija, se hace uso del error como parte del proceso de aprendizaje y no como algo reprochable. En otras palabras, se aprovecha la gran oportunidad que ofrece el error como una fuente de reflexión, análisis y aprendizaje sobre lo que se está trabajando. Es el punto ideal para conocer el pensamiento de los alumnos e incluso saber si el error se debió simplemente a un descuido o hay algo que se deba considerar para adecuar la planeación de la clase.

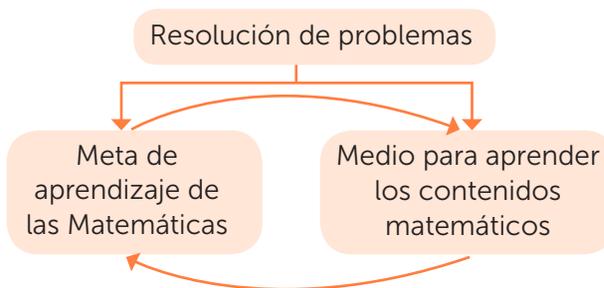
Por otra parte, cuando se solicita que comenten lo que hicieron para obtener los resultados, se desarrolla la habilidad de comunicar procesos, estructurar y poner en orden sus pensamientos a fin de explicar a otros lo que hicieron. Con esta forma de trabajo se logra la construcción de

conocimientos, se desarrollan habilidades y se promueven actitudes y valores. En el siguiente apartado profundizaremos más sobre esta manera de enseñar matemáticas.



2. Enfoque didáctico de las matemáticas

La resolución de problemas es el eje alrededor del cual gira la enseñanza de las matemáticas, es una meta y al mismo tiempo es el medio para aprenderlas.



Aspectos generales del enfoque de resolución de problemas y el libro de texto

Es una meta porque se quiere que, al finalizar la educación básica, los alumnos puedan usar los conceptos, las técnicas y los contenidos matemáticos estudiados en cualquier problema que lo requiera. Pero resolver problemas es también un medio que les permite analizar, discutir y desarrollar estrategias de solución, lo cual les servirá para construir conocimientos y desarrollar habilidades.

2.1 Aspectos generales de la enseñanza de las matemáticas

a) Cómo se construyen las situaciones didácticas de la asignatura

Una situación didáctica comprende el escenario de la sesión en su conjunto, incluyendo la actividad que sirve como medio para el estudio, el grupo de alumnos y el maestro.¹



El punto de partida para que los alumnos estudien y aprendan matemáticas está en presentarles actividades que despierten su interés y favorezcan su reflexión. En el libro de texto, las actividades se diseñaron para lograr los aprendizajes esperados establecidos; algunos de ellos se sitúan en contextos de la vida real; es decir, se toman de diversas áreas en las cuales los conocimientos que se abordan tienen alguna aplicación; sin embargo, otros se dan dentro del campo de la propia disciplina, donde existe una gran variedad de problemas que resultan verdaderos desafíos para los alumnos.

Un ejemplo de un problema de la vida real es el que se plantea a los alumnos en la sesión 2 de la secuencia 19. Aquí, los estudiantes ponen en juego diversas estrategias que posiblemente ya conozcan, pero además les brinda la oportunidad de conocer otras formas de llegar al resultado y elegir la que les resulte más accesible.

¹ En el marco de la Teoría de las Situaciones Didácticas desarrollada por Guy Brousseau.

Sesión 2

Grandes descuentos

1. Intégrese con un compañero para hacer todas las actividades de esta sesión. En una tienda están haciendo el 25% y el 50% de descuento en el precio de diferentes prendas de vestir. Completen las etiquetas.

	25% \$380.00		50% \$180.00
Descuento: \$ _____	Precio con descuento: \$ _____	Descuento: \$ _____	Precio con descuento: \$ _____
	25% \$390.00		25% \$480.00
Descuento: \$ _____	Precio con descuento: \$ _____	Descuento: \$ _____	Precio con descuento: \$ _____

Un ejemplo de problema puramente matemático es el siguiente, el cual corresponde a la sesión 3 de la secuencia 9. En éste, a partir de un hecho que se les está dando como cierto sin argumentar por qué, los estudiantes deben establecer estrategias para justificarlo, lo cual les permite desarrollar capacidades cognitivas de análisis, inferencia, abstracción y deducción.

3. Escriban un razonamiento para probar que los ángulos opuestos por el vértice 2 y 4 son iguales.

No está por demás hacer énfasis en que las actividades de estudio no son aisladas, ya que conforman secuencias que aumentan gradualmente su nivel de dificultad, mediante las cuales los alumnos van conociendo técnicas, cada vez más potentes y conceptos que forman parte del lenguaje propio de la asignatura y que les permiten avanzar en el conocimiento matemático.

b) El papel de los conocimientos previos

Un criterio importante para la elaboración de las secuencias de actividades ha sido que los alumnos puedan entender qué se busca en cada problema o actividad, a dónde se quiere llegar, sin que se le diga cómo hacerlo. Esto último es su responsabilidad y a la vez su propio mérito cuando han logrado obtener un resultado, aunque no sea necesariamente el que se espera. Para ello deben apoyarse en lo que ya saben hacer, en los conocimientos previos que



les permiten entender el problema y quizá vislumbrar alguna vía de resolución. Muchas veces, sin embargo, esos conocimientos no son suficientes para llegar al resultado y, por tanto, será necesario que echen mano de algo más, quizá de adaptar alguna técnica conocida, buscar otra que responda a las nuevas condiciones, modificar o ampliar una idea que deja de ser cierta para todos los casos. Todo esto sucede en la mente de un alumno cuando se embarca en la resolución de un desafío, además de muchos otros fenómenos que allí se conjuntan, y que conforman el acto de aprender y de aprender a aprender.

Por ejemplo, analicemos el problema 1 de la sesión 2 correspondiente a la secuencia 22:

Un juego sobre sucesiones

1. Trabaja con un compañero para resolver este y el siguiente problema. Joel le dice a Emma:

Estoy pensando en una sucesión de números, inicia con el 1 y los demás se obtienen sumando 4 al anterior.

- a) ¿Qué número sigue del 1? _____ ¿Y después? _____
- b) ¿Cuáles son los cinco primeros números que Joel piensa? _____
- c) ¿El número que ocupa el lugar 10 de la sucesión es el 21? _____
¿Cómo lo sabes? _____
- d) ¿El número que ocupa la posición 30 es el 41, 51 o 59? _____
- e) ¿Qué número ocupa el lugar 50? _____
- f) ¿Qué relación encuentran entre cada número y la posición que ocupa en la lista? _____

Los alumnos pueden responder las tres primeras preguntas con los conocimientos aritméticos que poseen al representar la sucesión hasta el número que ocupa el lugar 10, sin embargo, les resultará más difícil responder las dos siguientes recurriendo al mismo método. Pero aún si escribieran toda la sucesión, en el último inciso ya será necesario que analicen la relación entre los números y el lugar que ocupan para llegar a una fórmula o expresión que les permita saber qué número ocupa cualquier lugar de la sucesión.

c) El papel de los intereses de los alumnos para el aprendizaje de las matemáticas

La escuela y los maestros tienen la responsabilidad de que los intereses de los alumnos se enfoquen hacia las actividades de estudio que realizan

cotidianamente. Es cierto que el ambiente familiar y el medio social en el que los alumnos conviven influyen en buena medida en el interés en aprender, pero la escuela y el aula son, por antonomasia, lugares propicios para orientar los intereses hacia el trabajo intelectual. El gran reto para la escuela y los maestros es cambiar la clase magistral y el ejercicio memorístico por un espacio en el que los alumnos interactúen con el problema y se establezca entre ellos un ambiente de trabajo colaborativo, con la finalidad de encontrar procedimientos y resultados que pondrán a consideración de sus compañeros y analizarán con el apoyo del maestro.



Sin duda en cualquier grupo de alumnos hay diferencias, a las cuales hay que estar atento para evitar el desinterés y el rezago, pero eso no significa que cada alumno requiera de una actividad diferente. Por ejemplo, considere el siguiente problema, propuesto en la sesión 1 de la secuencia 17.

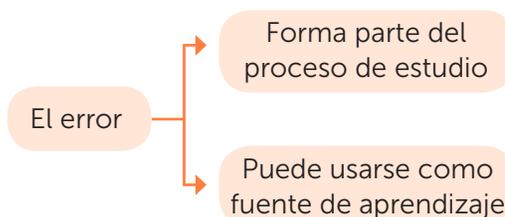
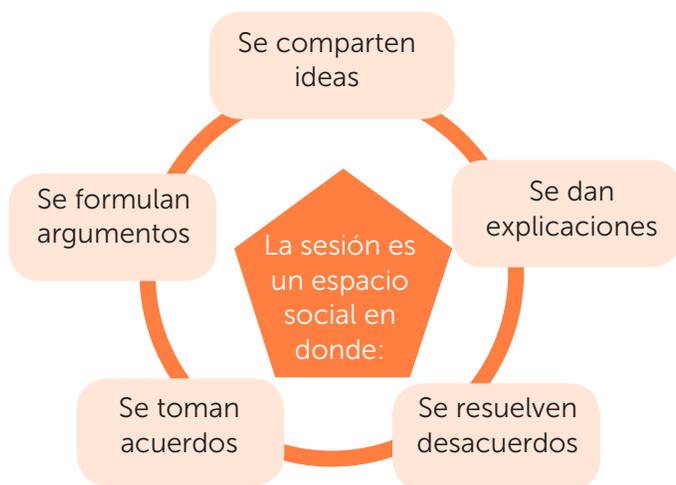


Las diferencias entre los alumnos surgirán cuando cada uno trate de calcular el número de jarras iguales para las cuales alcanza la cantidad de agua en el garrafón. Para el segundo caso, puede ser que algunos sumen 1.5 mentalmente o por escrito las veces que sea necesario hasta llegar al número más cercano al 20 sin pasarse; otros alumnos quizá multipliquen 1.5 por varios números hasta que encuentren un producto cercano a 20; quizás haya quien calcule el agua que va quedando en el garrafón cuando se llene una jarra, luego dos, tres, etcétera, es decir, que utilice restas sucesivas; y si los alumnos ya saben resolver una división con divisor decimal pueden calcular 20 entre 1.5. Se trata de un mismo problema, **pero cada alumno lo resuelve recuperando los conocimientos previos** con los que cuenta; en la puesta en común se discuten y analizan estos diferentes procedimientos.

Aunque cada uno construye los conocimientos a su manera, la sesión es un espacio social en el que las interacciones entre los alumnos y con el maestro juegan un papel fundamental para compartir ideas, formular argumentos y explicaciones, tomar acuerdos y resolver desacuerdos, analizar y superar errores o conceptos erróneos. Es el espacio idóneo para que los alumnos aprendan y se interesen por aprender cada vez más, asimismo para que desarrollen habilidades, actitudes y valores.

d) El error en el aprendizaje, los procesos de aprendizaje, el acercamiento al conocimiento convencional

Cuando se piensa en un grupo de alumnos que interactúan con un problema para tratar de encontrar alguna vía de resolución y un resultado, es altamente probable que se cometan errores. Estos forman parte del proceso de estudio y en vez de ocultarlos o dejarlos de lado, deben plantearse al grupo para ser analizados y que entre todos busquen cuál fue el razonamiento que hubo detrás de ellos. Muchas veces se deben a una interpretación equivocada de lo que dice el problema, otras veces a carencias de los alumnos; lo importante es identificar a qué se deben, en qué parte del proceso se originan y de qué manera se pueden superar.

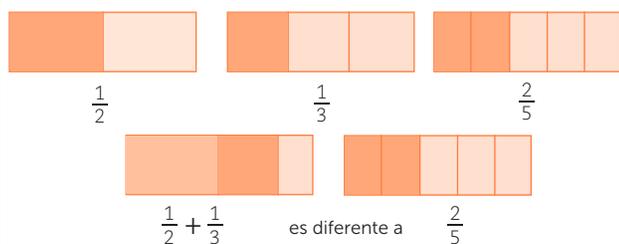


No todos los errores merecen ser analizados y discutidos, hay errores casuales como escribir una cifra por otra cuando se escribe una cantidad, o dejar de lado una cantidad al sumar varias, que basta con señalarlos en el momento.

Sin embargo, **sí es importante** que se analicen colectivamente los errores conceptuales –como pensar que $\frac{17}{18}$ es mayor que $\frac{3}{2}$, porque tiene números más grandes–, o errores de procedimiento –como el de suponer que $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$, porque se suman numeradores y denominadores–, poniendo en juego los argumentos de los propios alumnos y con las aclaraciones necesarias del maestro, con el fin de que se conviertan en fuente de aprendizaje.

Para lograr esto, se requiere crear en el aula un ambiente en el que los alumnos no se sientan incómodos o se inhiban cuando cometen un error; esto es, que el error no sea visto como algo reprobable. En el ejemplo dado anteriormente, donde para sumar dos fracciones suman numeradores y denominadores ($\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$), no es suficiente con que el maestro indique que es incorrecto, es recomendable invitar a los alumnos a que ellos mismos indiquen si es correcto o no el resultado y que argumenten por qué. Es probable que surjan argumentos como los siguientes:

- No es posible que $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ sea igual a $\frac{2}{5}$ porque si a $\frac{1}{2}$ le sumamos algo más el resultado debe ser mayor que un medio, y $\frac{2}{5}$ es menor que un medio.
- Si representamos las fracciones se observa que al sumar un medio más un tercio da una fracción mayor que $\frac{2}{5}$



- En su expresión decimal $\frac{1}{2}$ es 0.5, $\frac{1}{3}$ es 0.333... y $\frac{2}{5}$ es 0.4, al sumar 0.5 y 0.333... no se obtiene 0.4

Al buscar argumentos para probar que la suma es o no correcta los alumnos desarrollan muchas habilidades, por ejemplo, su sentido numérico, y simultáneamente profundizan sus conocimientos matemáticos. Asimismo, al reflexionar sobre lo que es correcto o no lo es (o sobre lo que funciona y lo que no funciona), los alumnos se dan cuenta de cuestiones sutiles pero muy importantes en matemáticas, a saber: que no siempre se pueden generalizar conocimientos o procedimientos; es decir, empiezan a ejercer un razonamiento más reflexivo.

e) Aprender a aprender en Matemáticas

¿Qué significa aprender a aprender en general, y en particular en Matemáticas? En primer lugar, significa aceptar que para aprender es necesario estudiar, y estudiar implica pensar, observar, analizar, formular hipótesis, razonar, tomar decisiones, en suma, usar la inteligencia para conocer algo que no se sabe. Bajo esta premisa, es de esperarse que lo que se aprende se convierta en un saber funcional, que tiene vida propia y que se puede usar, incluso de forma automática, para conocer más y lograr otros saberes. Esto es lo que significa **aprender a aprender**. Veamos un ejemplo.

Clase A

El maestro les pide a sus alumnos que investiguen cuál de las dos fracciones siguientes es mayor.

$$\frac{3}{4} \quad \frac{3}{2}$$

Les da tiempo para que analicen y encuentren la respuesta, mientras tanto, monitorea el trabajo, si nota dificultades brinda apoyo, pero sin decir la respuesta.

Cuando la mayoría ha terminado, el maestro promueve una puesta en común donde los alumnos pasan a explicar sus procedimientos y argumentos. Surgieron los siguientes:

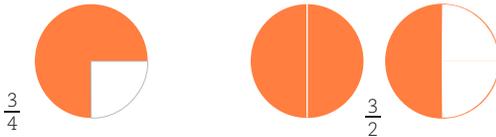
- $\frac{3}{2}$ es mayor, porque es más que una unidad y $\frac{3}{4}$ es menos que una unidad.
- Los medios son más grandes que los cuartos, si se tienen 3 de cada uno, entonces $\frac{3}{2}$ es mayor que $\frac{3}{4}$
- Si convertimos $\frac{3}{2}$ a cuartos, se tienen $\frac{6}{4}$ que es más que $\frac{3}{4}$

- Si convertimos a decimales, $\frac{3}{2}$ es 1.5 y $\frac{3}{4}$ es 0.75, es mayor $\frac{3}{2}$

- Al ubicar estas fracciones en la recta numérica se observa que $\frac{3}{2}$ es mayor.



- Al representar con dibujos estas fracciones, se observa que es mayor.



Los alumnos escuchan, analizan y discuten los procedimientos y argumentos de sus compañeros.

No se puede pasar por alto que hay otra idea acerca de cómo se aprende, una idea que socialmente es muy aceptada y cuyo origen se remonta al surgimiento de la propia escuela como institución. Consiste en un maestro que enseña y un grupo de alumnos que intentan aprender lo que el maestro explica. Esta idea es la que le da sustento al consabido proceso de enseñanza y aprendizaje que aún tiene vigencia en las prácticas que se observan en muchos salones de clase. Un ejemplo de lo anterior es el siguiente.

Clase B

El maestro indica a los alumnos que van a comparar las siguientes fracciones:

$$\frac{3}{4} \square \frac{3}{2}$$

Les explica que para comparar dos fracciones se multiplica en cruz de la siguiente manera:

$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{2}$$

Tres por dos y cuatro por tres:

$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{2}$$

$$3 \times 2 = 6 \quad 4 \times 3 = 12$$

Les indica que como el primer resultado es menor, entonces la primera fracción es menor.

Si el primer resultado hubiera sido mayor, entonces la primera fracción sería mayor. Se concluye que:

$$\frac{3}{4} < \frac{3}{2}$$

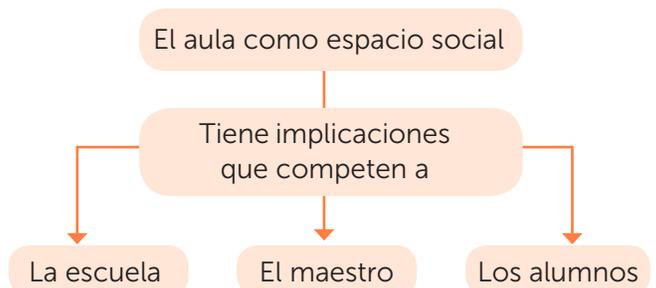
¿Cuál es el problema con esta segunda idea de lo que significa aprender?

Que no es coherente con muchos de los propósitos que se pretende lograr con los alumnos, tales como desarrollar su pensamiento crítico, su autonomía, su razonamiento lógico, que aprendan a formular argumentos y explicaciones, que identifiquen y analicen errores, que validen sus procedimientos y resultados, que exploren caminos diferentes al resolver un problema, en fin, que no favorece en los alumnos el desarrollo de la capacidad de aprender a aprender.

¿Cómo se espera lograr ese tipo de propósitos en un grupo de alumnos que está superdotado a lo que el maestro le dice que haga y que incluso siente temor al hacer algo distinto de lo que el maestro explicó? No se puede afirmar que como resultado de esta práctica los alumnos no aprenden; sin duda, algo aprenden, algunos más que otros, pero en la mayoría de los casos se trata de conocimientos que no saben usar en otros contextos o situaciones. “¿Es de suma o de resta?” es una típica pregunta que hacen los alumnos y evidencia de que los conocimientos adquiridos no funcionan, se olvidaron fácilmente y el alumno no está en posibilidad de usarlos y mucho menos de reconstruirlos. Lo peor de todo es que a medida que se avanza en la escolaridad, muchos alumnos se han convencido de que no pueden con la matemática, porque no lograron entender los conocimientos básicos y sus relaciones, que es lo que permite seguir construyendo.

2.2 Condiciones en el aula para la enseñanza y el aprendizaje de matemáticas

Concebir el aula como *un espacio social en el que se construye conocimiento* tiene varias implicaciones. Algunas son competencia de la escuela, otras del maestro y otras de los alumnos.



A la escuela le corresponde propiciar y organizar el intercambio de experiencias entre los maestros, a través de la observación de la clase entre compañeros, o el análisis de casos en las reuniones de consejo técnico escolar. La enseñanza de las matemáticas con el enfoque de resolución de problemas debe ser un proyecto de escuela. Por tanto, es de vital importancia que haya continuidad de un grado a otro, que no se pierda el trabajo realizado por un maestro al aplicar este enfoque en sus sesiones cuando pasan los alumnos al siguiente grado escolar.

Asimismo, se requiere impulsar una cultura escolar donde el tiempo destinado a la clase sea intocable, esto es, que todo el tiempo escolar se ocupe fundamentalmente en actividades de aprendizaje. Tanto los alumnos como el maestro deben estar concentrados en la tarea que realizan, los alumnos buscando alternativas para resolver la situación que se les planteó, mientras el maestro observa lo que hacen y escucha lo que dicen, plantea preguntas o aclara dudas para que los alumnos puedan avanzar. Ningún maestro tendría por qué abandonar el aula en el tiempo de la clase o ser interrumpido por otro maestro, el director o algún padre de familia.

A los maestros les corresponde, sin duda, la responsabilidad mayor para que el aula sea un espacio social de construcción de conocimiento. En primer lugar, son los encargados de planear las actividades que se van a proponer a los alumnos; aunque éstas se encuentran en el libro de texto, es necesario que el maestro las estudie previamente y lea las sugerencias correspondientes en el libro para el maestro. Estas dos acciones le darán elementos para saber cuál es la intención didáctica de las actividades, las dificultades que pueden encontrar los alumnos, los posibles errores y, en general, la manera en que puede hacer adecuaciones y guiar el proceso de estudio.

Junto con la puesta en marcha de actividades de estudio, al maestro le corresponde implementar y ser consecuente con una serie de normas de carácter didáctico, que los alumnos asumirán poco a poco, para ser partícipes de un clima de confianza y respeto mutuo, pero también de ruptura de los cánones que se han establecido a través del tiempo en la clase de

matemáticas. El maestro debe convertir el salón de clases en un espacio para dialogar, compartir ideas, discutir, analizar y establecer acuerdos sobre la tarea que se desarrolle.

Al maestro le corresponde provocar la interacción entre los alumnos al organizar las tareas en parejas o equipos, permitiendo que compartan interpretaciones del problema planteado, estrategias de solución y acuerdos para presentar todo esto ante los demás compañeros. Una vez que los alumnos arriben a ciertos resultados, el maestro será el responsable de organizar la interacción con el resto del grupo con la finalidad de que compartan ideas, analicen procedimientos diferentes, discutan la pertinencia de los resultados y lleguen a conclusiones que formarán parte de la memoria de la clase; es decir, que se conviertan en conocimientos que tanto los alumnos como el maestro pueden traer a primer plano para que más adelante y de manera sistemática puedan ser utilizados en otras tareas.

También deberá estar al tanto de los progresos y rezagos de los alumnos, y, en el segundo caso, buscará las estrategias necesarias para superar las dificultades y lograr avances, es decir, deberá hacer ajustes a su planeación de acuerdo con las situaciones que se vayan presentando en el grupo, ya sea para retroalimentar, regresar o avanzar más en los conocimientos estudiados. Esta también es una forma de evaluación, de la cual se hablará más adelante; sin embargo, es importante resaltar que no se limita a vigilar el desempeño de los alumnos, es necesario que el maestro reflexione acerca las actividades que plantea al grupo y de su actuación como organizador de las tareas y el aprendizaje de sus alumnos. Por ejemplo, debe preguntarse y reflexionar en torno a si las actividades resultaron muy fáciles o muy difíciles, si lograron despertar el interés de los alumnos, o bien, si es necesario hacer algún cambio. La mejor manera de percatarse si una actividad es adecuada para el grupo y provoca la reflexión y el interés de los alumnos es a través de llevarla al aula, lo cual permite hacer las adecuaciones que sean pertinentes.

A los alumnos les corresponde pensar y producir ideas para solucionar los problemas que se les plantean; trabajar en equipo asumiendo una

responsabilidad compartida; defender sus puntos de vista y aprender a escuchar y aceptar las ideas de sus compañeros; reconocer las dificultades que tienen y tratar de superarlas con ayuda de otros. También sabrán que su responsabilidad no es sólo encontrar un resultado, sino verificar que es correcto, esto es, deben comprobar que responde a lo que plantea el problema. De igual forma, aprenderán que algunos problemas no tienen solución y, por tanto, no se verán forzados a encontrarla. Sabrán que a veces faltan datos para poder contestar, o sobran datos y no necesariamente se tienen que usar todos.



En general, se espera que los alumnos asuman una actitud participativa dentro de la clase pensando, comentando con sus compañeros las ideas y estrategias que consideran les ayudarán para resolver el problema planteado y, por otra parte, exponiendo y explicando sus razonamientos al resto del grupo. También aprenderán a escuchar las ideas de los demás, para enriquecer o cambiar las propias. Asimismo, sabrán que la interacción con sus compañeros y con el maestro se debe desarrollar en un marco de respeto y compromiso hacia la tarea que están desarrollando.

2.3 Tipos de evaluación

La evaluación es un medio para conocer el nivel de logro que han alcanzado los alumnos con respecto del propósito de aprendizaje; además, ayuda a tener elementos para establecer una estrategia de trabajo.

Por otra parte, dado que se plantea una forma diferente de acercarse a los alumnos al conocimiento, se hace necesaria una manera distinta

de evaluar. En este sentido, la evaluación deja de ser equivalente a la aplicación de uno o más exámenes para asignar una calificación que ineludiblemente lleva el sello personal de cada maestro. En otras palabras, el 9 de un maestro no necesariamente significa lo mismo que el 9 que asigna otro, por lo que la sola calificación no puede dar cuenta clara de qué tanto sabe un estudiante.

La propuesta de evaluación que se está considerando consta de tres fases:

a) La evaluación diagnóstica

Es el punto de partida que refiere la situación en la que se encuentran los alumnos respecto de los conocimientos, habilidades y destrezas matemáticas. Tiene la finalidad de conocer, pronosticar y tomar decisiones que favorezcan el desarrollo educativo de los alumnos, por lo que se propone se aplique al inicio del curso y, con base en los resultados obtenidos, el maestro planea su trabajo con los estudiantes.

Es importante insistir en que la evaluación diagnóstica no es para emitir una calificación a los estudiantes, sino una forma de asentar observaciones donde se indique lo que es capaz de hacer el alumno y lo que no puede lograr, a fin de planificar el trabajo que se desarrollará a lo largo del curso.

Aunque en el libro de texto, se presenta una propuesta de evaluación para ese fin, denominada "Punto de partida", se dan las siguientes recomendaciones generales en caso de considerar un instrumento diferente:

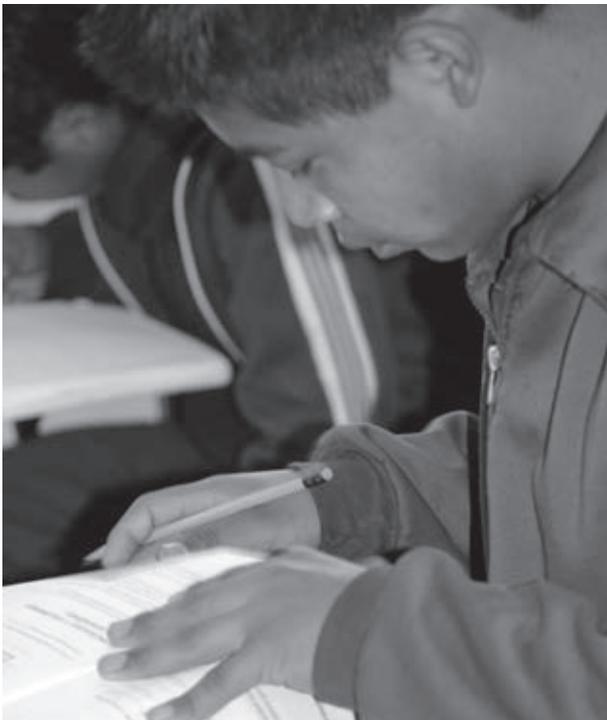
- Incluir datos de identificación: nombre del alumno, del maestro y fecha de realización.
- Indicar el tipo de evaluación.
- Señalar instrucciones claras y explícitas.
- Incluir preguntas, situaciones o problemas en los que se consideren conocimientos y habilidades que el alumno debiera tener, con base en lo establecido en el grado anterior.
- Dar a conocer al alumno el resultado de la evaluación con *observaciones y recomendaciones*.



Es importante que el alumno se percate de su desempeño mediante este instrumento, con la finalidad de que pueda conocer dónde se encuentra en ese momento y valore los avances que vaya teniendo a lo largo del curso.

b) La evaluación formativa como elemento rector para la planeación

Es una actividad que se realiza de manera continua durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, en ella se involucran los alumnos y el maestro. Su finalidad es promover la reflexión, tanto del maestro como de los alumnos sobre los avances en el aprendizaje. Se parte de las intenciones didácticas, en las que se indica lo que deberá lograr el alumno. Se trata de una evaluación constante donde el maestro registra las dificultades o avances que muestra cada alumno a lo largo del desarrollo de las actividades que le propone. En las páginas 17 y 18 se presenta una tabla donde se sugieren algunas pautas de este tipo de evaluación, correspondiente a la secuencia 1.

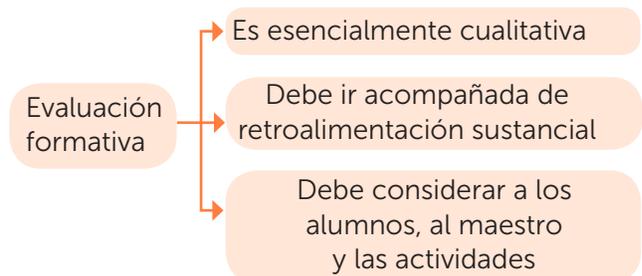


Como se observa en el ejemplo, en todo el proceso de dicha secuencia se deben observar

elementos que permitan analizar dónde se encuentra el alumno, cuáles herramientas usa y las que aún requiere para seguir avanzando en su aprendizaje. Esto da elementos al maestro para determinar si es necesario hacer adecuaciones a su planeación o simplemente necesita dar una tarea diferenciada para algunos alumnos a fin de que avancen.

Entre las acciones que se requieren para que una evaluación sea considerada formativa está la *retroalimentación*. Entendida ésta no solamente como una nota que se informe a los alumnos ("muy bien", "revisa tu trabajo", "debes ser más cuidadoso", etcétera), sino como acciones sustanciales, tal como se vio en el apartado del error como fuente de aprendizaje. Una retroalimentación significativa, también conocida como devolución, tampoco consiste en volver a explicar el contenido con las mismas o diferentes palabras, se deben buscar otras estrategias, por ejemplo, promover una discusión grupal en la que se analicen los errores, se formulen contraejemplos para que los alumnos se percaten del error, se formen parejas con un alumno que ha comprendido el tema y otro que tenga dificultades para que trabajen juntos la resolución de problemas, así como que se invite a los alumnos a que platiquen y reflexionen sobre lo que hicieron.

La evaluación formativa es esencialmente cualitativa, le permite al maestro emitir juicios acerca de lo que sabe el alumno y las dificultades que debe superar, de manera que tenga elementos para informar a los padres de familia, en caso de que el alumno requiera algún apoyo. También da información sobre la actividad planteada, por ejemplo, si resultó apropiada o hay que hacer ajustes o cambios. Por último, la evaluación formativa también permite al maestro darse cuenta si su actuar es adecuado o debe cambiar la estrategia.



	Aprendizaje esperado	Intenciones didácticas		Pautas para la evaluación formativa	Aspectos a considerar en el trabajo en las sesiones
		Secuencia	Sesión		
Eje temático: Número, álgebra y variación	Resuelve problemas de suma y resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.	Secuencia 1 Números enteros 1 Que los alumnos resuelvan problemas que implican suma y resta con números enteros utilizando recursos gráficos y definan el valor absoluto y el número simétrico.	Sesión 1. Ordenar y comparar números enteros a partir de su ubicación en la recta numérica	<ul style="list-style-type: none"> • Ordena y compara números enteros con el apoyo de la recta, como un medio de representación y de comparación. • Reconoce números enteros y los sabe ubicar en la recta numérica. • Utiliza la recta numérica como medio para representar números enteros. 	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Requiere del apoyo de la recta numérica para ordenar y comparar los números enteros? Si no es así, qué estrategia usa para ordenarlos y compararlos. • Si se apoya en la recta numérica, ¿logra ubicarlos correctamente o presenta confusiones entre el lugar donde van los números positivos y los negativos? • Al comparar números positivos y negativos, ¿se fija sólo en el valor absoluto y no considera el signo o tiene claridad acerca de que todo número positivo es mayor que cualquier número negativo?
			Sesión 2. Resolver situaciones que implican sumar y restar números enteros utilizando la recta numérica	<ul style="list-style-type: none"> • Suma y resta números enteros representándolos en la recta numérica. • Ordena números y encuentra la variación entre el máximo y el mínimo. • Comprende que en la recta numérica, los números negativos se ubican a la izquierda o abajo del cero y los números positivo a la derecha o arriba del cero. 	<ul style="list-style-type: none"> • Al representar algunos números ¿recurre a la recta numérica para sumar o restar números enteros? • ¿Relaciona la diferencia (distancia) entre un valor máximo y un valor mínimo con la operación de suma o de resta? • Diferencia los signos de las operaciones de suma y resta de los signos "más" y menos" para identificar los números enteros.
			Sesión 3. Comprender qué es el valor absoluto y el simétrico de un número entero	<ul style="list-style-type: none"> • Localiza el valor absoluto de los números en la recta numérica. • Analiza el valor absoluto y los números simétricos. • Comprende que el valor absoluto de un número es la distancia de dicho número al cero. 	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Comprende que el valor absoluto de un número es la distancia de dicho número al cero? • ¿Requiere de la recta numérica para determinar el valor absoluto que le corresponde al simétrico de un número? • ¿Se apoya en la recta numérica para determinar la distancia que hay entre un número y su simétrico? Si no requiere de la recta numérica, ¿qué estrategia sigue?



	Aprendizaje esperado	Intenciones didácticas		Pautas para la evaluación formativa	Aspectos a considerar en el trabajo en las sesiones
		Secuencia	Sesión		
Eje temático: Número, álgebra y variación	Resuelve problemas de suma y resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.	Secuencia 2 Números enteros 2 Que los alumnos resuelvan problemas que implican suma y resta con números enteros; utilicen el algoritmo de la suma y resta.	Sesión 1. Conocer y aplicar en el algoritmo de la suma de números enteros	<ul style="list-style-type: none"> Usa el algoritmo de la suma en alguna situación y comunica la forma en cómo soluciona problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> ¿Al expresar la forma como soluciona la situación, usa la noción de valor absoluto menciona los algoritmos? Identifique si usa el lenguaje al redactar las reglas para sumar dos positivos, para sumar dos negativos, y para sumar un negativo y un positivo.
			Sesión 2. Resolver problemas que implican una sustracción de números enteros mediante la técnica de sumar el simétrico del sustraendo	<ul style="list-style-type: none"> Identifica que la sustracción de números positivos y negativos es equivalente a sumar el minuendo con el simétrico del sustraendo. Analiza situaciones para determinar por qué las representaciones (de suma y resta) son equivalentes. 	<ul style="list-style-type: none"> Al analizar la situación, ¿el alumno identifica la técnica de la suma el simétrico del sustraendo? Al representar la resta de enteros sabe comunicar cómo la resuelve, así como la práctica del procedimiento que siguió.
			Sesión 3. Resolver situaciones que implican sumar y restar números enteros	<ul style="list-style-type: none"> Comprende la relación entre los datos de un problema al determinar la operación que permite la respuesta. 	<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas aditivos en los cuales aplica tanto el algoritmo de la suma como la técnica de transformar restas en sumas.
	Resuelve problemas de suma y resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.	Secuencia 27 Fracciones y decimales positivos y negativos 2 Que los alumnos resuelvan problemas en situaciones que implican suma y resta con números fraccionarios y decimales, positivos y negativos; combinados.	Sesión 1. Resolver problemas que implican la adición de números fraccionarios y decimales, positivos y negativos	<ul style="list-style-type: none"> Hace planteamientos en problemas y el planteamiento alternativo (cuando se usan fracciones y decimales positivos y negativos). 	<ul style="list-style-type: none"> Al resolver situaciones, ¿plantea sumas de fracciones y decimales positivos y negativos? ¿Comunica los pasos que sigue en el algoritmo? ¿Plantea sumas de fracciones y decimales positivos y negativos?
			Sesión 2. Resolver problemas que implican la sustracción de números fraccionarios y decimales positivos y negativos	<ul style="list-style-type: none"> Utiliza apoyos gráficos de representación Puede utilizar los algoritmos para resolver los problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> Al resolver ¿plantea problemas, usa fracciones o decimales? ¿Utiliza el algoritmo de la resta con decimales positivos y negativos para solucionar problemas? ¿Convierte la fracción en los decimales? ¿Plantea la operación con paréntesis para repasar el uso de los mismos en operaciones combinadas?
			Sesión 3. Resolver problemas que implican adición y sustracción de números fraccionarios y decimales positivos y negativos	<ul style="list-style-type: none"> Valida procedimientos y resultados. 	<ul style="list-style-type: none"> ¿Identifica diferentes procedimientos y resultados? ¿Utiliza la representación gráfica en la recta numérica de fracciones y decimales para resolver problemas?

Por otra parte, durante la puesta en común el maestro habrá de darse cuenta de quiénes participan y quiénes no, con el objeto de animar a estos últimos a que lo hagan.

Suele suceder que alguien, que por lo general no participa, sugiere una buena idea para llegar a la solución. Para estos casos conviene usar un anecdotario. Se requiere una libreta o un tarjetero y destinar una hoja o una tarjeta para cada uno de los alumnos. En el anecdotario se registran únicamente los hechos que se salen de lo común, con la idea de conservar algunas de las ideas o formas de actuar de los alumnos, que nos permitan apreciar sus procesos de aprendizaje. A continuación, a manera de ejemplo, se muestra una nota que pudiera corresponder a un alumno.

Alumno X	Grado: 1º Sec.	Fecha: 9/09/18
Han pasado tres semanas de clases en las que X no había participado, pero ahora lo hizo con una explicación clara del procedimiento que utilizaron en su equipo para resolver un problema que implicaba el uso de la multiplicación con números decimales. Es necesario animarlo para que siga participando.		

Además del anecdotario existen otros recursos para recabar información sobre el desempeño de los alumnos, por ejemplo: el libro de texto, el cuaderno de trabajo, la lista de registro de actividades, la carpeta de trabajos, rúbricas, listas de cotejo y los ejercicios que realizan de manera periódica. A continuación, se proporcionan algunos ejemplos de estos instrumentos.

Rúbrica para valorar la actividad 3			
Procedimiento de sumar el simétrico del sustraendo al resolver las restas			
Nombre del alumno: Juan Pablo Eloy Córdova Espinoza Grado: 1	Grupo: B	Bloque: 1	Eje Tema: Número, álgebra y variación Secuencia 2: Números enteros 2

Aspectos observables	Nivel de desempeño			Total
	Hace lo esperado	En proceso	Aún no se observa	
Razonamiento matemático	Usa razonamiento matemático complejo y refinado en ejercicios.	Usa razonamiento matemático efectivo en algunos ejercicios.	No da evidencia de usar el razonamiento matemático.	
Ponderación	25%	20%	15%	
Estrategia/ Procedimientos	Por lo general, usa alguna estrategia eficiente y efectiva para resolver todos problemas.	Algunas veces usa una estrategia efectiva para resolver problemas, pero no lo hace consistentemente.	Raramente usa una estrategia efectiva para resolver problemas.	
Ponderación	25%	20%	15%	
Conceptos matemáticos	La explicación demuestra completo entendimiento del concepto matemático usado para resolver los problemas.	La explicación demuestra algún entendimiento del concepto matemático necesario para resolver los problemas.	La explicación demuestra un entendimiento muy limitado de los conceptos subyacentes necesarios para resolver problemas o no está escrita.	
Ponderación	25%	20%	15%	
Explicación	La explicación es detallada y clara.	La explicación es un poco difícil de entender, pero incluye componentes críticos.	La explicación es difícil de entender y tiene varios componentes ausentes o no fue incluida.	
Ponderación	25%	20%	15%	
Observaciones:				



Lista de cotejo para la carpeta de la actividad 2

Datos que faltan en la tabla

Nombre del alumno: Juan Pablo Eloy Córdova Espinoza	Grado: 1	Grupo: A	Bloque: 1	Eje Tema: Número, álgebra y variación Secuencia 3: Fracciones y decimales 1
--	----------	----------	-----------	--

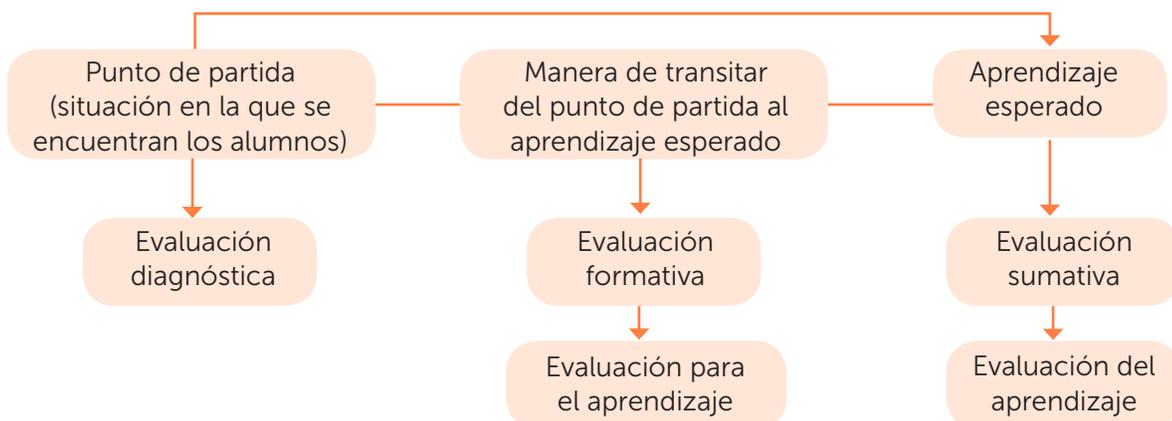
Criterios	Sí	No	PUNTAJE
Convierte fracciones decimales a notación decimal.			
Identifica que las fracciones que tienen como denominador una potencia de 10, 100, 1000..., se llaman fracciones decimales.			
Identifica que las fracciones que tienen como denominador 10 o una potencia de éste, pueden escribirse directamente como número decimal.			
Comprende que las fracciones que no tienen como denominador 10 o una potencia de éste, no son decimales y siempre tienen una cifra o un grupo de cifras que se repiten llamado periodo.			
Resuelve los ejercicios utilizando estrategias efectivas para resolver todos problemas.			
Reconoce los conceptos matemáticos necesarios para la solución de los problemas.			
Explica de manera detallada y clara el procedimiento que utilizó para realizar los ejercicios.			
Total			
Observaciones del maestro:			

c) La evaluación sumativa

Consiste en dar una calificación cuya escala es del 1 al 10. Esta debe reflejar lo que el maestro ha observado en el alumno desde que inició el proceso (evaluación diagnóstica) hasta el punto al que ha llegado en el momento de asentar dicha calificación.

Por otra parte, es importante que esta evaluación se acompañe de evidencias del trabajo que el alumno ha realizado, de los comentarios y sugerencias que el maestro le ha dado acerca de su desempeño y de las tareas adicionales que le ha propuesto para lograr superar los obstáculos, o bien, para avanzar en sus aprendizajes.

El siguiente diagrama resume lo anterior.



Esa forma diferente de evaluar los logros alcanzados va de la mano con el proceso de estudio. Así, mientras los alumnos trabajan en la resolución de un problema, el maestro observa lo que hacen y escucha cómo piensan, se da cuenta dónde hay dificultades y toma nota de ello para tratar de superarlas.

Existe una evaluación adicional que no refleja necesariamente el avance de los alumnos, pero que tiene una gran importancia.

Cuando se elige una actividad para plantear a un grupo de alumnos, no hay certeza sobre lo que va a suceder. ¿Les resultará interesante? ¿Muy fácil? ¿Muy difícil? ¿Tediosa? Es en el momento de la aplicación cuando se pueden responder estas preguntas y tomar las medidas que sean necesarias. Si en el proceso de estudio intervienen el maestro, los alumnos y la actividad que se plantea, la evaluación debe aplicarse a estos tres elementos.

d) La autoevaluación del maestro

El maestro debe también analizar su propia actuación: ¿faltó dar una información que era importante? ¿Proporcionó alguna información que no debía haber dado? ¿Dejó demasiado tiempo para la actividad y ya no alcanzaron a realizar la puesta en común? ¿Hubiera sido mejor que organizara a los alumnos en equipos? Generalmente, estos y otros cuestionamientos surgen de manera natural como consecuencia de la forma de trabajar y abonan a la formación profesional del maestro.

El maestro puede emitir juicios en relación con la actividad que planteó a partir de la reacción de los alumnos y, como se dijo anteriormente, la forma en que gestionó la clase le permite darse cuenta de su propio desempeño.

Evaluar a uno mismo no es tarea fácil, se puede ser muy duro o excesivamente laxo; en ninguno de los casos, se logra la mejor forma de acompañar a los alumnos en su proceso de aprendizaje. Es por esto que la observación también entre pares es una propuesta para mejorar y seguir aprendiendo sobre la tarea del maestro. Así, el intercambio de ideas, sugerencias y estrategias entre compañeros maestros se vuelve una necesidad si se quiere lograr un mejor desempeño.

3. La vinculación con otras asignaturas

Dado que todas las personas desde el nacimiento aprendemos de manera integral (holística), es importante establecer en la educación formal la relación que tienen los aprendizajes en las diferentes asignaturas y la forma en que ese aprendizaje se convierte en cimiento sobre el cual se construyen nuevos conocimientos.

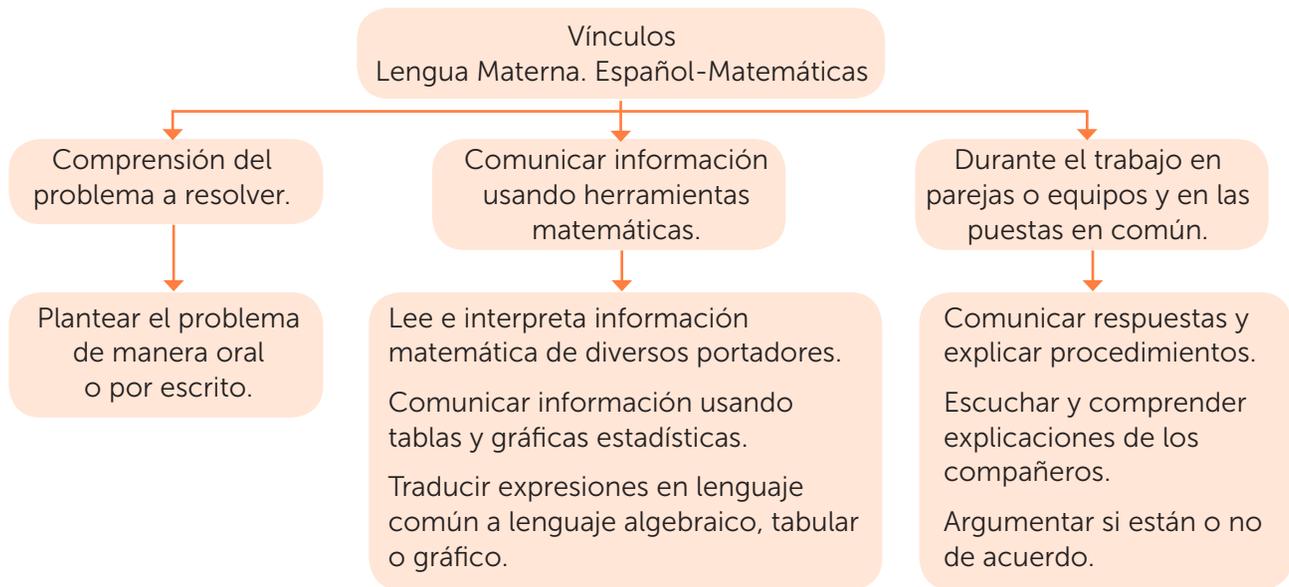
La vinculación de las Matemáticas con otras asignaturas puede darse de manera inherente y estar presente continuamente en las clases de matemáticas, o bien a partir de los contextos seleccionados para plantear los problemas que se resolverán con herramientas matemáticas.

En el primer caso se tiene la vinculación de las matemáticas con la asignatura de Lengua Materna. Español; un ejemplo clásico es la necesidad de que los alumnos comprendan el problema que se pide resuelvan, ya sea que el maestro lo plantee de manera oral o por escrito. Si se trata de un problema planteado por escrito (por ejemplo, las actividades del libro de texto), es importante la comprensión lectora.

Otra manera en que esta asignatura está presente durante las clases de matemáticas se refiere a los contenidos que tienen que ver con la comunicación de la información a través de herramientas matemáticas, por ejemplo: cuando se traspasa información numérica a tablas o gráficas (circulares, de barras, histogramas, gráficas de línea), cuando se lee e interpreta información matemática de diversos portadores (diarios, revistas, internet, etcétera) o cuando se traducen expresiones que están en el lenguaje común al lenguaje algebraico, tabular o gráfico.

Cuando se realizan puestas en común al ceñirse con el enfoque de resolución de problemas, también se establece un vínculo con la asignatura Lengua Materna. Español, ya que los alumnos tienen que comunicar sus respuestas y explicar los procedimientos que siguieron, así como escuchar los de sus compañeros, o argumentar si están o no de acuerdo con lo que se está discutiendo.





Por otra parte, a partir del análisis del documento curricular se identificaron vínculos puntuales con las asignaturas de Geografía, Historia y Biología, mismos que están identificados como una sección flotante en las sesiones de las secuencias del libro de texto de alumno y en el del Maestro aparecen indicadas en la ficha descriptiva, al inicio de las recomendaciones para trabajar cada secuencia que aparecen en la segunda parte.



Un ejemplo que podemos citar es el vínculo señalado en la sesión 1 de la Secuencia 3. "Fracciones y decimales 1" entre la situación problemática que se presenta y el tema de Biología, "La dieta correcta, ejercicio y salud", donde se estudia el *Plato del Bien Comer*.

Otro ejemplo de vínculo puntual está presente en la sesión 2, "Temperaturas y calentamiento global" de la Secuencia 27. "Fracciones y decimales positivos y negativos 2", donde se alude a la variación del clima en la Tierra, lo cual tiene que ver con el contenido de la materia de Geografía analizado en los temas "Elementos y factores del clima" y "Distribución de climas en el mundo" de Geografía.

En conclusión, la importancia de señalar estas vinculaciones se basa en la idea de lograr que los alumnos vean sus aprendizajes como algo que les permite no sólo saber más acerca de una asignatura en particular sino que estos aprendizajes les permiten comprender otros de diversa índole y las habilidades que se desarrollan en un área de estudio también apoyan y son útiles para otros aprendizajes.

Vínculo con... Biología

En el tema "La dieta correcta, ejercicio y salud" se presenta el Plato del Bien Comer, un apoyo para que valores que resulta fundamental tener una dieta correcta para un sano desarrollo físico, incluso desde los primeros meses de vida.

Vínculo de la sesión 1 de la Secuencia 3. "Fracciones y decimales 1".

Vínculo con... Geografía

En los temas "Elementos y factores del clima" y "Distribución de climas en el mundo" viste la forma en que varía la temperatura de acuerdo con las regiones geográficas; los conocimientos adquiridos en estas sesiones son los utensilios matemáticos que necesitas para calcular esos cambios.

Vínculo de la sesión 2 de la Secuencia 27. "Temperaturas y calentamiento global".

4. El libro de texto de matemáticas para el alumno

Cada uno de los aprendizajes esperados establecidos se dividió en contenidos que se desarrollan a través de propuestas de aprendizaje por secuencias didácticas repartidas en tres bloques. El libro de texto del alumno está conformado por un total de 38 secuencias didácticas. Una secuencia didáctica puede comprender de dos a siete sesiones.

Bloque 1

Números enteros 1
 Números enteros 2
 Fracciones y decimales 1
 Jerarquía de operaciones 1
 Multiplicación y división 1
 Multiplicación y división 2
 Variación proporcional directa 1
 Ecuaciones 1
 Existencia y unicidad 1
 Perímetros y áreas 1
 Volumen de prismas 1
 Gráficas circulares 1
 Probabilidad 1
 Evaluación

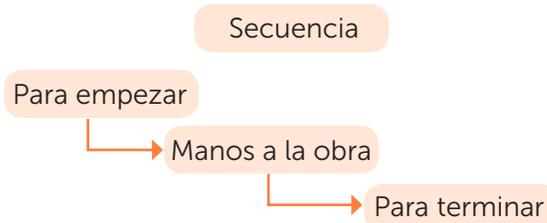
Bloque 2

Fracciones y decimales 2
 Fracciones y decimales positivos y negativos 1
 Jerarquía de operaciones 2
 Multiplicación y división 3
 Variación proporcional directa 2
 Porcentajes 1
 Variación lineal 1
 Ecuaciones 2
 Sucesiones 1
 Existencia y unicidad 2
 Perímetros y áreas 2
 Volumen de prismas 2
 Medidas de tendencia central 1
 Evaluación

Bloque 3

Fracciones y decimales positivos y negativos 2
 Porcentajes 2
 Variación lineal 2
 Ecuaciones 3
 Sucesiones 2
 Existencia y unicidad 3
 Perímetros y áreas 3
 Volumen de prismas 3
 Gráficas circulares 2
 Medidas de tendencia central 2
 Medidas de tendencia central 3
 Probabilidad 2
 Evaluación

Cada secuencia didáctica está conformada por tres componentes didácticos: *Para empezar* (inicio), *Manos a la obra* (desarrollo) y *Para terminar* (cierre).



Para empezar. Presenta un escrito breve que da un panorama sobre aspectos generales que refieren al tema de estudio.

14. Fracciones y decimales 2

Sesión 1

■ Para empezar

En México han surgido pequeños comercios que ofrecen la venta de productos a granel, lo cual resulta benéfico pues los la mercancía resulta más económica y se disminuye la creación de basura (ya que un mismo envase se utiliza más de una vez); generalmente se puede comprar sólo una pequeña cantidad, que se expresa como fracción o número decimal. Al concluir las siete sesiones aprenderás algunas propiedades y características de las fracciones y números decimales periódicos. Por ejemplo, podrás determinar si los números $\frac{3}{5}$, 0.6 , $\frac{60}{100}$, 0.6 y $\frac{3}{5}$ son equivalentes o no lo son. ¿Qué piensas? ¿Son equivalentes todos los números anteriores o sólo algunos de ellos?

En **Manos a la obra** se presentan actividades de estudio para lograr la intención didáctica de cada secuencia. Las actividades están conformadas por situaciones problemáticas que corresponden a la edad y características de los alumnos de este grado; cada una de las actividades están conformadas por situaciones



problemáticas que se pretende despierten el interés en los alumnos y que corresponden a conceptos, procedimientos y habilidades a desarrollar.

■ Manos a la obra

Dos maneras de expresar lo mismo

1. Trabaja individualmente esta y la siguiente actividad.

Ana vende productos de limpieza a granel. Para surtirlos utiliza recipientes graduados como los que se muestran y que corresponden al último pedido que le hicieron:



Para terminar. Presenta actividades en las que los alumnos concretan lo aprendido durante la secuencia a través de la resolución de situaciones o problemas, de tal manera que pueden evidenciar el nivel de logro alcanzado.

■ Para terminar

Analiza las expresiones algebraicas:

$$y = 4x \quad y = \frac{3}{2}x \quad y = 5.6x$$

- Traza en una hoja cuadrículada la gráfica de cada una de las expresiones, usando un solo plano cartesiano para las tres gráficas.
- ¿Cuál tiene la menor inclinación?
- ¿Cuál tiene la mayor inclinación?
- ¿Cuál es la ordenada al origen de cada gráfica?
- Escribe cómo obtuviste la respuesta.



5. Materiales de apoyo para la enseñanza y el aprendizaje

La propuesta educativa del libro de texto se complementa con recursos audiovisuales e informáticos que apoyarán a los estudiantes en su aprendizaje. Los programas audiovisuales están diseñados en función del tratamiento de los contenidos desarrollados en el libro de texto; en ellos se conjuga la imagen, el movimiento y el sonido para motivar, ejemplificar, profundizar o consolidar lo estudiado en la secuencia. En cada secuencia se integran uno o dos audiovisuales, identificados por el nombre correspondiente y un ícono.

- Observen el recurso audiovisual *Comparación de gráficas* para completar la información acerca de cómo comparar gráficas de relaciones de variación lineal.



Los recursos informáticos están diseñados para que los alumnos tengan oportunidad de aplicar, practicar y fortalecer los contenidos o procedimientos principales de cada secuencia. Al igual que los audiovisuales, en cada secuencia se integra un recurso informático que se identifica por el nombre que le corresponde y un ícono.

- Utilicen el recurso informático *Gráficas de variación lineal* para practicar la obtención de expresiones de la forma $y = ax$ a partir de la gráfica.



Los recursos audiovisuales e informáticos estarán disponibles en el portal de Telesecundaria con el fin de que se puedan utilizar las veces que sean necesarias.



6. Alternativas para seguir aprendiendo como maestros

El trabajo del maestro, tal como se plantea en párrafos anteriores, es una tarea compleja que implica un alto nivel de profesionalización. No es nada fácil conducir debates entre los alumnos, apoyarlos para que logren comunicar sus ideas de manera clara y obtener algunas conclusiones como resultado de la puesta en común, usar el error como instancia de aprendizaje o poner contraejemplos cuando un alumno tiene concepciones erróneas. Se necesita para ello: un conocimiento sólido de la asignatura, altas expectativas sobre los alumnos, una gran apertura para dar entrada a diferentes formas de pensar y una gran calidad humana para brindar apoyo y seguridad a los alumnos que se rezagan.

Los maestros de Telesecundaria afrontan una complejidad mayor, por el hecho de atender todas las asignaturas. En este servicio, la condición de tener un dominio sólido en las asignaturas pasa a un segundo plano, a cambio de contar con materiales que guíen puntualmente los procesos de estudio y de asumir la responsabilidad de leerlos y utilizarlos, pero, al mismo tiempo, que tales materiales les brinden la libertad para hacer las adecuaciones que consideren necesarias, en función del contexto social y las características de los alumnos que integran el grupo.

Ningún maestro, pero en especial el de Telesecundaria, se puede mostrar arrogante al pensar que lo sabe todo, ya que puede darse el caso de que surja por parte de los alumnos algún procedimiento que el maestro no conocía, o alguna pregunta para la cual no se tiene una respuesta. Es válido decir: *no sé, o no lo había pensado de esa manera*, lo cual debería ser algo normal para los alumnos, siempre y cuando el

ambiente que se experimente en el aula sea la búsqueda de alternativas de solución. Se debe tener en cuenta que el maestro es la persona, con más experiencia, pero no por eso está obligado a tener siempre todas las respuestas.

La profesionalización del maestro, mencionada al inicio de este punto, se logra en el día a día, con los aciertos y los errores, mediante el intercambio de experiencias con otros maestros, en la medida en que en el centro de trabajo se hable de la práctica del maestro y se emprendan acciones conjuntas para mejorar.

En la propuesta que ponemos a consideración de los maestros de Telesecundaria, se cuenta con audiovisuales dirigidos a la práctica del maestro, algunos se refieren a la profundización del contenido matemático y otros a la didáctica de dichos contenidos. En las sugerencias para el trabajo con los diferentes contenidos podrá encontrar la guía de los audiovisuales que se elaboraron para el apoyo de la labor del maestro.



7. Mapa curricular

A continuación, se presenta de manera concisa la manera en que se plantea lograr los aprendizajes esperados con el desarrollo de las secuencias para apoyar al maestro en su planeación anual.

EJE	TEMA	APRENDIZAJE ESPERADO	BLOQUE 1	BLOQUE 2	BLOQUE 3
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	Número	1. Convierte fracciones decimales a notación decimal y viceversa. Aproxima algunas fracciones no decimales usando la notación decimal. Ordena fracciones y números decimales.	<i>Secuencia 3</i> Fracciones y decimales 1	<i>Secuencia 14</i> Fracciones y decimales 2	
	Adición y sustracción	2. Resuelve problemas de suma y resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.	<i>Secuencia 1</i> Números enteros 1	<i>Secuencia 15</i> Fracciones y decimales positivos y negativos 1	<i>Secuencia 27</i> Fracciones y decimales positivos y negativos 2
			<i>Secuencia 2</i> Números enteros 2		
	Multiplicación y división	4. Determina y usa la jerarquía de operaciones y los paréntesis en operaciones con números naturales, enteros y decimales (para multiplicación y división, sólo números positivos).	<i>Secuencia 4</i> Jerarquía de operaciones 1	<i>Secuencia 16</i> Jerarquía de operaciones 2	
		3. Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales y de división con decimales.	<i>Secuencia 5</i> Multiplicación y división 1 <i>Secuencia 6</i> Multiplicación y división 2	<i>Secuencia 17</i> Multiplicación y división 3	
	Proporcionalidad	5. Calcula valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa, con constante natural, fracción o decimal (incluyendo tablas de variación).	<i>Secuencia 7</i> Variación proporcional directa 1	<i>Secuencia 18</i> Variación proporcional directa 2	
		6. Resuelve problemas de cálculo de porcentajes, de tanto por ciento y de la cantidad base.		<i>Secuencia 19</i> Porcentajes 1	<i>Secuencia 28</i> Porcentajes 2
	Funciones	8. Analiza y compara situaciones de variación lineal a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con estos tipos de variación.		<i>Secuencia 20</i> Variación lineal 1	<i>Secuencia 29</i> Variación lineal 2

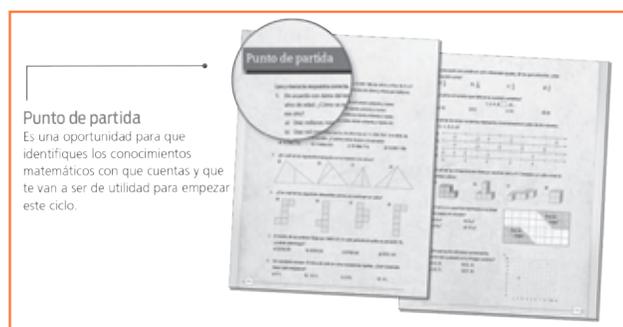
EJE	TEMA	APRENDIZAJE ESPERADO	BLOQUE 1	BLOQUE 2	BLOQUE 3
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	Ecuaciones	7. Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.	<i>Secuencia 8</i> Ecuaciones 1	<i>Secuencia 21</i> Ecuaciones 2	<i>Secuencia 30</i> Ecuaciones 3
	Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes	9. Formula expresiones algebraicas de primer grado a partir de sucesiones y las utiliza para analizar propiedades de la sucesión que representan.		<i>Secuencia 22</i> Sucesiones 1	<i>Secuencia 31</i> Sucesiones 2
FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	Figuras y cuerpos geométricos	10. Analiza la existencia y unicidad en la construcción de triángulos y cuadriláteros, y determina y usa criterios de congruencia de triángulos.	<i>Secuencia 9</i> Existencia y unicidad 1	<i>Secuencia 23</i> Existencia y unicidad 2	<i>Secuencia 32</i> Existencia y unicidad 3
	Magnitudes y medidas	11. Calcula el perímetro de polígonos y del círculo, y áreas de triángulos y cuadriláteros desarrollando y aplicando fórmulas.	<i>Secuencia 10</i> Perímetros y áreas 1	<i>Secuencia 24</i> Perímetros y áreas 2	<i>Secuencia 33</i> Perímetros y áreas 3
		12. Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero, desarrollando y aplicando fórmulas.	<i>Secuencia 11</i> Volumen de prismas 1	<i>Secuencia 25</i> Volumen de prismas 2	<i>Secuencia 34</i> Volumen de prismas 3
ANÁLISIS DE DATOS	Estadística	13. Recolecta, registra y lee datos en gráficas circulares.	<i>Secuencia 12</i> Gráficas circulares 1		<i>Secuencia 35</i> Gráficas circulares 2
		14. Usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana) y el rango de un conjunto de datos y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión.		<i>Secuencia 26</i> Medidas de tendencia central 1	<i>Secuencia 36</i> Medidas de tendencia central 2
	Probabilidad	15. Realiza experimentos aleatorios y registra los resultados para un acercamiento a la probabilidad frecuencial.	<i>Secuencia 13</i> Probabilidad 1		<i>Secuencia 37</i> Medidas de tendencia central 3
					<i>Secuencia 38</i> Probabilidad 2



II. Sugerencias didácticas específicas

Punto de partida (LT, pp. 10 y 11)

Con el fin de obtener elementos para valorar algunos de los aprendizajes logrados en la primaria y como un punto de partida para dar seguimiento al progreso de los alumnos, así como para orientar las estrategias de aprendizaje a implementar por parte del maestro, se proponen 12 reactivos.



Reactivo 1. La solución de este reactivo permite valorar la capacidad de lectura y escritura de números naturales de cualquier cantidad de cifras. Se espera que los estudiantes sean capaces de distinguir los periodos y clases que corresponden a las decenas de millón. La respuesta correcta es el inciso a).

Reactivo 2. Al resolver problemas de cálculo de porcentajes sencillos como 50%, 25%, 10% y 5% los alumnos muestran el conocimiento adquirido con respecto a este tema. Tal vez hayan calculado la mitad y la mitad de la mitad y la décima parte de la cantidad para sumar o restar hasta formar el tanto por ciento solicitado. Por ejemplo, para obtener 96% de una cantidad, pueden haber calculado la mitad y la décima parte de la cantidad,

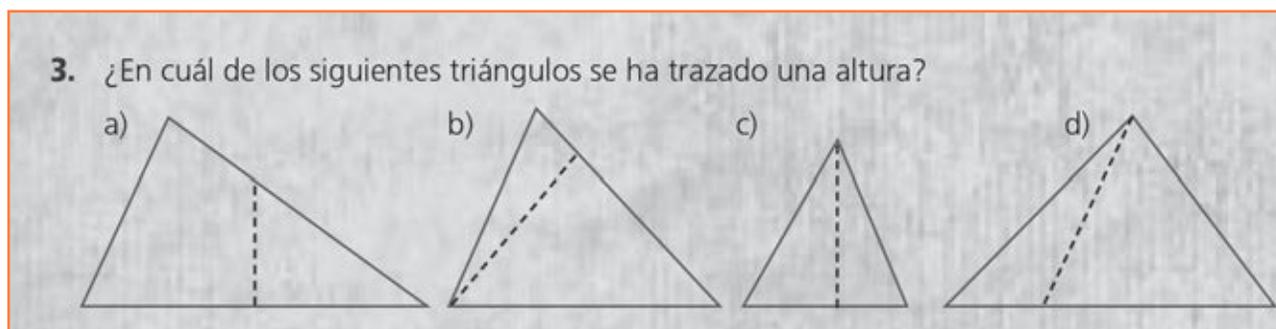
luego, a la mitad agregarle 4 veces el 10%, después dividir a la mitad el 10%, calcular el 10% del 10% (para obtener el 1%) y sumar todo. La respuesta correcta es el inciso b).

Reactivo 3. Con la resolución de este reactivo, los estudiantes evidenciarán su aprendizaje respecto a los triángulos y su conocimiento e identificación de las tres alturas; siendo en este caso la respuesta correcta el inciso c).

Reactivo 4. El reactivo valora el conocimiento adquirido en la construcción de prismas y pirámides rectos cuya base es un rectángulo o un triángulo a partir de su desarrollo plano. Si el alumno indica como respuesta el inciso a), demuestra el manejo de las características de un prisma con base cuadrangular, particularmente, de un cubo. Este reactivo también permite conocer la imaginación espacial de los estudiantes.

Reactivo 5. Al resolver de manera correcta este reactivo, los estudiantes demostrarán el nivel de dominio que poseen sobre problemas de suma y resta con números naturales y decimales. Al realizar los cálculos con números decimales, una de las principales dificultades de los alumnos es el manejo del punto decimal. La respuesta correcta es el inciso a).

Reactivo 6. Con este reactivo, se puede valorar la competencia de los estudiantes respecto de la resolución de problemas de división con cociente o divisores decimales. El reactivo se puede resolver mediante sumas repetidas o buscando el factor que, multiplicado por 5, dé como resultado 19. La respuesta correcta es el inciso c).



Reactivo 7. Al resolver este reactivo correctamente, los estudiantes mostrarán no sólo que pueden restar fracciones, sino que además dominan el concepto de fracciones equivalentes, en virtud de que la solución no está expresada con el resultado directo que se pide, sino mediante una fracción equivalente. La respuesta correcta es el inciso c).

Reactivo 8. Al dar respuesta a este inciso, los alumnos muestran su capacidad de análisis de sucesiones numéricas y de figuras con progresión aritmética a partir de explorar regularidades y describir las características y el comportamiento de los números 1, 2, 4, 8, ____, 32...; la respuesta correcta para completar la sucesión es 16.

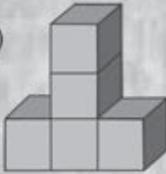
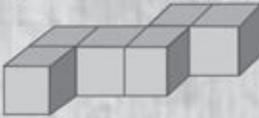
Reactivo 9. Se refiere a demostrar conocimiento con respecto al orden, comparación y representación de los números enteros. Si observa que algunos alumnos presentan dificultades al ordenar los números, pida que escriban por qué razón los ordenan o ubican de esa manera. Quizá aún no comprendan que el planteamiento no sólo trata de magnitud, sino también de sentido. La respuesta correcta es el inciso d).

Reactivo 10. El reactivo valora el conocimiento adquirido en la estimación, comparación y ordenamiento del volumen de prismas rectos rectangulares mediante el conteo de unidades, por lo cual la respuesta correcta es el inciso c).

Reactivo 11. En quinto grado los estudiantes calcularon el área de rectángulos a partir del conteo de unidades; por ello al resolver este reactivo se espera que no tengan dificultades cuando determinen la superficie que corresponde al cálculo de áreas de cuadriláteros mediante su transformación en rectángulos. En este caso, los romboides se pueden transformar de varias maneras en cuadrados y, luego, en un rectángulo; una vez convertidos se puede calcular su área; siendo la opción correcta el inciso c). Es importante mencionar que no es propósito de esta exploración el construir fórmulas.

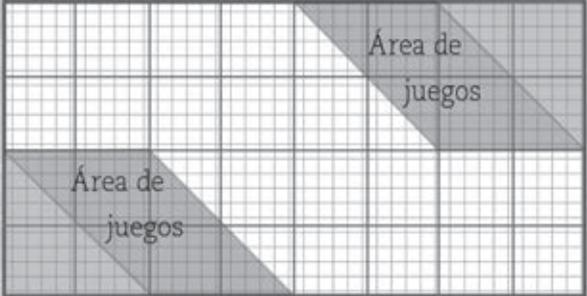
Reactivo 12. Con este reactivo los alumnos muestran su conocimiento respecto a la resolución de situaciones que impliquen la ubicación de puntos en el plano cartesiano y la manera convencional de identificarlos mediante coordenadas. La respuesta correcta es el inciso a).

10. ¿Cuál de las composiciones tiene un volumen de $6 u^3$? Considera un cubo como la unidad cúbica.

a)  b)  c)  d) 

11. ¿Cuál es la superficie destinada a las áreas de juegos en el patio?

a) $4 u^2$ b) $6 u^2$
c) $8 u^2$ d) $12 u^2$




Bloque 1

Secuencia 1

Números enteros 1 (LT, pp. 14-19)

Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Adición y sustracción.
Aprendizaje esperado	Resuelve problemas de suma y resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.
Intención didáctica	Que los alumnos resuelvan problemas que implican suma y resta de números enteros con el uso de recursos gráficos, y que utilicen la noción de valor absoluto y el número simétrico.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	Audiovisuales Sesión 1. <i>Origen de los números negativos</i> Sesión 3. <i>Valor absoluto y simétricos de números enteros</i> Informático Sesión 3. <i>Valor absoluto y simétricos de números enteros</i>
Materiales de apoyo para el maestro	Audiovisual <i>Suma y resta de números enteros en la recta numérica</i>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Ordenen y comparen números enteros a partir de su ubicación en la recta numérica.
- Sesión 2. Resuelvan situaciones que implican restar números enteros utilizando la recta numérica.
- Sesión 3. Comprendan el valor absoluto y el simétrico de un número entero.



C. Volcán Citlaltépetl
Entre Puebla y Veracruz.
Altitud: 5610 m
sobre el nivel del mar.



D. Pozo Nobilis 1
Costa de Tamaulipas.
Profundidad total de
6000 m bajo el nivel del mar.



E. Mexicali
Baja California.
Altitud: 3 m
sobre el nivel del mar.

Anoten y ordenen los lugares de acuerdo con sus alturas o profundidades.

Del más profundo

→ al más alto

--	--	--	--	--

Acerca de...

Esta secuencia es la primera de cuatro mediante las cuales se pretende que los alumnos resuelvan problemas de suma y resta de números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos. En primaria los alumnos estudiaron las operaciones básicas con números naturales y la suma y resta de fracciones y decimales positivos. Ahora deberán comprender las relaciones y propiedades que tienen los nuevos conjuntos de números: los enteros y los racionales. Es importante que no se trate como una simple extensión de los números que ya conocían. Esta secuencia está formada por tres sesiones donde la recta numérica es uno de los principales recursos gráficos que ayuda a la comprensión de las características y propiedades de estos números y de las operaciones de adición y sustracción, en contextos como la representación de temperaturas ambientales o la altura o profundidad de accidentes geográficos. Particularmente, en esta secuencia los estudiantes recordarán aspectos importantes y aplicarán ideas sobre los siguientes subtemas:

- La representación y comparación de los números enteros a partir de su ubicación en la recta numérica.
- La resolución de sumas y restas con apoyo de la recta numérica.
- La definición del valor absoluto de cualquier número entero positivo o negativo como la distancia que hay entre éste y el cero.
- La definición de los números simétricos como aquellos cuya suma es cero y que, representados en la recta numérica, se encuentran a la misma distancia del cero.

La comprensión de estas nociones es fundamental para que los alumnos puedan resolver problemas aditivos (de suma y resta) de números enteros.

Sobre las ideas de los alumnos

Algunos de los errores más comunes que los alumnos cometen al ubicar, ordenar y comparar números enteros en la recta numérica, o en cualquier otro recurso gráfico, son:

- Considerar que la relación de orden en los números negativos es igual que en los positivos, esto es, que -5 es mayor que -2 .
- Pasar por alto que el orden de los negativos, al ubicarlos en una recta numérica, vertical u horizontal, debe partir del cero hacia abajo o a la izquierda respectivamente.
- No considerar el punto cero en el conteo de unidades.

Estos errores muestran una falta de conceptualización de los números enteros, necesaria para efectuar operaciones de suma y resta con ellos. Una manera de guiar a los alumnos es a partir de preguntas que les ayuden a reflexionar sobre ese tipo de números. Por ejemplo: ¿un número positivo y otro negativo pueden estar en el mismo punto de la recta?; si comparamos dos números negativos, el número mayor está a la derecha del otro: ¿cuál es el número negativo con mayor valor?

¿Cómo guío el proceso?

Dado que es la primera secuencia del libro, se recomienda leer en clase la parte introductoria de la sesión, familiarizar al alumno con la estructura del libro, señalando la función de cada una de sus partes y después comentar la importancia de los nuevos números con que trabajarán.

En el inciso c) de la actividad 3 se puede preguntar cuál es el punto más profundo y qué entienden por el punto que está 3 000 m más arriba, para ver si suman o restan estas cantidades. Los alumnos deben elaborar la idea de que todos los negativos son menores que cualquier positivo; o bien, que todo número positivo es mayor que cualquier negativo.

En la sesión 2, los alumnos localizarán temperaturas ambientales máximas y mínimas; observarán que en la primera actividad la temperatura máxima es siempre positiva y la mínima es negativa, mientras que en la actividad 2, ambas temperaturas son menores que 0. Un punto central de la sesión es el llenado de la tabla del inciso b), que solicita la variación de la temperatura por día. Algunos alumnos se apoyarán en la representación gráfica y obtendrán la distancia entre las dos temperaturas, otros más sumarán los valores ab-



solutos cuando una temperatura sea positiva y la otra negativa; o restarán los valores absolutos cuando las dos temperaturas sean negativas.

La sesión 3 comienza con el estudio del valor absoluto de los números enteros. Apoye la comprensión de este concepto mediante la representación gráfica. Una pregunta pertinente es: ¿de dónde parten o a dónde llegan los diferentes segmentos? Para el tratamiento didáctico del valor absoluto, el dato relevante es la medida del segmento correspondiente al número y no el signo al que esté asociado según su posición en la recta numérica.

En la práctica pueden darse infinidad de parejas de números cuya distancia a cero es igual. Hay que asegurarse que los alumnos concluyan que los números opuestos son otra forma de llamar a los números simétricos. Estos números se usarán al estudiar la suma y la resta de cantidades que equidistan del cero, pero que tienen un sentido contrario entre sí.

Pautas para la evaluación formativa

Respecto de la sesión 1, es importante que el maestro observe que para ordenar y comparar números enteros es necesaria la ubicación espacial en la recta como un medio de representación y comparación; se debe garantizar que el alumno ubique el cero, con los positivos que corren de izquierda a derecha a partir de ese punto y los negativos corren en sentido contrario a partir del mismo cero. También es importante mencionar que si algún alumno no usa la recta para comparar números, seguramente significa que ya no la requiere.

En la segunda sesión se espera que los alumnos resten números enteros usando la recta numérica para encontrar las diferencias entre las temperaturas máximas y mínimas. Un procedimiento válido es considerar esta resta como: temperatura máxima *menos* temperatura mínima *es igual a* diferencia de temperatura. También debe considerar casos como $20 - (-3)$ o $-5 - (-9)$ y explicar cómo estas operaciones se pueden convertir en una suma al cambiar el sustraendo

por su simétrico. Las actividades 1 y 2 de la sesión 2 corresponden al mismo tipo de ejercicio: ordenar números y encontrar la variación entre la temperatura máxima y la mínima.

Por último, en la sesión 3, donde los alumnos analizarán el valor absoluto y los números simétricos, es importante observar si el alumno discrimina que el valor absoluto de un número es la distancia de éste al cero, sin importar si se ubica entre los positivos o entre los negativos.

¿Cómo apoyar?

Cuando existan errores en las representaciones de la recta numérica que elaboran los alumnos, por ejemplo: asignar distancias diferentes entre enteros sucesivos; ubicar erróneamente el cero o cualquier número (sea positivo o negativo), etcétera, guíe a los estudiantes para que encuentren el error con preguntas como: ¿por qué es importante que las distancias entre números consecutivos sean iguales?, ¿por qué en tu representación de la recta las distancias de los números -3 al cero y del 3 al cero son diferentes?, ¿puede haber tres números diferentes que tengan el mismo valor absoluto?

¿Cómo extender?

El uso de Geogebra (donde esté disponible) puede ser una fuente de extensión de lo aprendido; con este recurso se puede observar el valor absoluto y los simétricos con animación; proponga al alumno su uso de manera intuitiva.

Algunas reflexiones para los alumnos más aventajados son:

¿Por qué si $5 > -7$, el número -7 tiene mayor valor absoluto que 5 ?

¿Una fracción también tiene un simétrico?

Si un número y una fracción se ubican en el mismo punto, ¿tienen el mismo valor absoluto?

Estas preguntas se resolverán en secuencias posteriores, sin embargo los alumnos pueden hacer algunas reflexiones al respecto y retomarlas posteriormente.

Secuencia 2

Números enteros 2 (LT, pp. 20-25)

Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Adición y sustracción.
Aprendizaje esperado	Resuelve problemas de suma y resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.
Intención didáctica	Que los alumnos resuelvan problemas que implican suma y resta con números enteros y que utilicen el algoritmo de la suma y la resta.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	Audiovisuales Sesión 2. <i>Resta de números enteros</i> Sesión 3. <i>Problemas con números enteros</i> Informáticos Sesión 1. <i>Regla de los signos</i> Sesión 2. <i>Suma y resta de números enteros</i>
Materiales de apoyo para el maestro	Audiovisual <i>La resta de números negativos y sus dificultades didácticas</i>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Conozcan y apliquen el algoritmo de la suma de números enteros.
- Sesión 2. Resuelvan problemas que implican una sustracción de números enteros mediante la técnica de sumar el simétrico del sustraendo.
- Sesión 3. Resuelvan situaciones que implican sumar y restar números enteros.

Sesión
1

■ Para empezar



En todo campeonato de fútbol, ya sea en la Copa del Mundo o en un torneo de barrio de cualquier categoría, uno de los criterios de desempate entre los equipos es saber cuántos goles anotaron y cuántos goles recibieron. Aunque en el lenguaje coloquial se llama diferencia de goles, en realidad matemáticamente corresponde a una suma de goles. A lo largo de las sesiones te darás cuenta de la matemática que hay detrás de estos criterios y ampliarás tus conocimientos sobre los números positivos y negativos al resolver sumas y restas con este tipo de números.



Acerca de...

En la secuencia 1, los alumnos utilizaron recursos gráficos como la recta numérica para ubicar, comparar y resolver situaciones que implican suma y resta de números enteros. En esta conocerán y utilizarán el algoritmo convencional de la suma y la técnica de la sustracción como la suma del minuendo más el simétrico del sustraendo, así como la regla de los signos. Para ello se han seleccionado situaciones que implican resolver problemas de goles a favor y en contra, temperatura ambiental y estados de cuenta. Además de determinar el resultado de una suma utilizando el algoritmo convencional (sesión 1) en algunas de estas situaciones falta un sumando, lo cual sirve para introducir la resta como una operación inversa de la suma mediante la utilización de la técnica de sumar el minuendo más el simétrico del sustraendo (sesión 2).

Finalmente, se proponen diferentes problemas en los cuales se espera que los alumnos apliquen los algoritmos estudiados (sesión 3).

Sobre las ideas de los alumnos

En la secuencia anterior los alumnos estudiaron el valor absoluto de un número entero como la distancia que lo separa del cero. Ante una situación de suma de enteros, tal vez una de las dificultades que se les presente sea determinar cuándo el signo es negativo. En tal caso, es importante que analicen el algoritmo con preguntas como las siguientes: al efectuar una suma o resta, ¿de qué depende el signo del resultado?, ¿por qué, si la operación es de suma, en ocasiones se termina efectuando una resta?, ¿se puede plantear el cálculo de un sumando desconocido como una resta de números enteros? Con este tipo de preguntas se busca generar reflexión sobre qué se hace y por qué se hace cada fase de la operación.

Algunos de los errores previos a esta secuencia que los alumnos podrían manifestar son los siguientes:

- Asocian la suma de números enteros con la suma de los valores absolutos y operan sin considerar el signo del número; por ejemplo: $(-5) + (8) = 13$; porque $|-5| = 5$.

- Aplican el algoritmo de la adición de igual forma para una sustracción.
- Plantean erróneamente el procedimiento a efectuar, sea de suma o resta, de acuerdo con el contexto del problema.

Aproveche estas manifestaciones erróneas para el análisis de varias situaciones en diversos contextos y recurra a su representación gráfica, para que la comprensión de lo que se obtiene ayude a entender las reglas de los signos en la suma y resta de números enteros.

¿Cómo guió el proceso?

En todas las sesiones, es importante que no se expliquen los algoritmos de manera inicial, como una receta que deba aplicarse para todas las sumas o restas; sino que las reglas de los signos para la suma y la resta resulten de la reflexión del alumno al resolver los problemas que se plantean.

En la sesión 1, el alumno definirá el algoritmo de la suma después de haber completado las tablas de goles a favor y en contra. Es importante mencionar que en la tabla de la actividad 2 los alumnos encontrarán diferentes resultados correctos, aproveche la ocasión para comprobarlos en plenaria. En la actividad 3 el alumno deberá comparar los resultados de las cuatro combinaciones posibles entre positivos y negativos, lo que le llevará a analizar los casos semejantes y redactar una forma de resolución. Es importante guiar al alumno para que en dicha redacción aproveche la noción de valor absoluto que aprendió en la secuencia anterior.

En la sesión 2 se continuará con el contexto de los goles a favor y goles en contra para cuestionar al alumno acerca de la forma en que una situación puede generar una suma o una resta (en el caso de la falta de un sumando). La formalización que se debe alcanzar es que la sustracción de números positivos y negativos es equivalente a sumar el minuendo con el simétrico del sustraendo. Para comprobar esta formalización, guíe a todo el grupo en el análisis de las operaciones en las que falta un sumando que anotaron en la tabla de la actividad 1 b). Posteriormente, en la actividad 2, analicen dos situaciones para determinar por qué

las representaciones (de suma y resta) son equivalentes.

Por último, en la sesión 3, se proponen diversos contextos donde se requiere solucionar problemas aditivos, en los cuales los alumnos podrán aplicar tanto el algoritmo de la suma como la técnica de transformar restas en sumas.

Pautas para la evaluación formativa

Observe el lenguaje que usa el alumno al redactar las reglas para sumar dos positivos, para sumar dos negativos, y para sumar un negativo y un positivo.

También identifique la manera en que completa la tabla de diferencia de goles, cómo representa una resta de enteros y la resuelve, así como la práctica del procedimiento en la actividad 3 de la segunda sesión.

Compruebe que en la resolución de las situaciones problemáticas de la sesión 3 use los referentes estudiados: el planteamiento de acuerdo con el contexto, la operación a resolver y la resolución aplicando el algoritmo.

Registre si el alumno comprendió la relación entre los datos de un problema para determinar la operación que les permite darle respuesta.

¿Cómo apoyar?

Para los alumnos con dificultades en la asimilación del algoritmo para sumar números positivos y negativos, comience por plantear sumas de números naturales donde no intervengan los signos. Pregunte cuál es el procedimiento que realizaron y compárelo con la suma de dos positivos o dos negativos en la que se suman los valores absolutos y se conserva el signo de los sumandos. Cuando ya dominen esta parte del algoritmo, introduzca la suma de un positivo y un negativo; y vuelva a recordar la representación en la recta como un referente gráfico para que los alumnos observen que sus valores absolutos se restan y que el resultado lleva el signo del valor absoluto mayor.

El contexto que trata del dinero que se tiene y que se adeuda facilita la comprensión de la suma y resta de este tipo de números, sobre todo si se

realiza con representaciones concretas y gráficas como la recta numérica.

Las preguntas generadoras de reflexión son un apoyo importante; por ejemplo: ¿qué número tiene el mismo valor absoluto que el 3?, ¿por qué el resultado de sumar un positivo y otro negativo se encuentra restando?, ¿cuál es el procedimiento para transformar una resta en una suma?

Cuando introduzca el algoritmo para restar, plantee varios ejercicios muy sencillos, por ejemplo: $(\quad) + (-2) = -3$, donde falta un sumando; luego vuelva a las actividades del libro para formalizar este tipo de operaciones como una resta de negativos.

Respecto de la técnica para restar sumando el simétrico del sustraendo; realice con ellos varios ejemplos del uso de esta técnica y luego analicen la actividad 2 de la sesión 2; en la que se plantea la misma situación problemática, tanto con una suma como con una resta; y analicen cómo cambian los signos de una operación a otra.

En la sesión 3, en el inciso e) de la actividad 1, algunos alumnos pueden tener dificultad al calcular la distancia entre un helicóptero que está a una altura de 230 m y un submarino sumergido a 180 m; un error recurrente es proponer la operación: $(-180) + (230) = 50$.

El planteamiento correcto es: posición del helicóptero menos la ubicación del submarino, es decir: $230 - (-180) = \underline{\quad}$. La representación gráfica de esta situación apoya su comprensión.

¿Cómo extender?

Para continuar con el estudio de la adición y sustracción de números enteros puede proponer el uso de la calculadora con la tecla +/- y los paréntesis para comprobar y aplicar lo aprendido en series de sumas y restas de más de 3 elementos. También proponga varios retos como el siguiente: llena los espacios vacíos sólo con números positivos:

$$(\quad) - (\quad) + (\quad) = -2$$



Tiempo de realización	Seis sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Número.
Aprendizajes esperados	Convierte fracciones decimales a notación decimal y viceversa. Aproxima algunas fracciones no decimales usando la notación decimal. Ordena fracciones y números decimales.
Intención didáctica	Que los alumnos logren interpretar a la fracción como el resultado de una división y lo usen al resolver problemas. Que conviertan fracciones a números decimales y viceversa como recurso para resolver diversos problemas. Que identifiquen fracciones decimales y no decimales.
Vínculos con otras asignaturas	Biología: secuencia 19, Plato del Bien Comer.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	<p>Audiovisuales Sesión 1. <i>Las fracciones indican reparto</i> Sesión 2. <i>Otras situaciones que generan fracciones</i> Sesión 3. <i>Conversiones</i> Sesión 4. <i>Tipos de fracciones y decimales</i> Sesión 6. <i>La historia de las fracciones y los números decimales</i></p> <p>Informático Sesión 6. <i>Ubicación en la recta de números fraccionarios y decimales</i></p>
Materiales de apoyo para el maestro	<p>Audiovisual <i>Diferentes significados de las fracciones y los decimales</i></p> <p>Bibliográfico Streefland, L. (1993). Traducción de Nora Da Valle. "Las fracciones: un enfoque realista", en Carpenter, Th., et al., L. Erlbaum, ed., <i>Irrational Numbers: An Integration of Research</i>, Universidad de Utrecht, Países Bajos.</p>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Interpreten la fracción $\frac{a}{b}$ como el resultado de la división $a \div b$ y que anticipen cuándo $\frac{a}{b}$ será mayor, igual o menor que uno.
- Sesión 2. Relacionen las fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ con sus respectivas notaciones decimales, para compararlas.
- Sesión 3. Distingan fracciones decimales y no decimales.
- Sesión 4. Interpreten la fracción $\frac{a}{b}$ como el resultado de la división $a \div b$, y determinen si su resultado es una fracción decimal o no decimal.
- Sesión 5. Analicen las convenciones en torno a la representación de números en la recta numérica.
- Sesión 6. Interpreten la fracción $\frac{a}{b}$ como el resultado de la división $a \div b$, al dividir una longitud a en b partes iguales en la recta numérica.

Acerca de...

En esta secuencia los estudiantes concebirán a la fracción $\frac{a}{b}$ como una manera de expresar la división $a \div b$, y a la vez como el cociente de dicha división. Por ejemplo, la fracción $\frac{3}{4}$ es una manera de expresar la división $3 \div 4$, y al mismo tiempo es el resultado de esa división. Estas dos ideas les permitirán vincular a los números fraccionarios con sus expresiones decimales correspondientes, ya sean finitas o periódicas. En el ejemplo anterior, la expresión decimal que corresponde, 0.75, es una expresión finita porque después del 5 no hay más cifras decimales diferentes de cero.

El aprendizaje se desarrolla mediante tres tipos de situaciones: el reparto equitativo y exhaustivo, lo que significa en partes iguales y sin que sobre; el cálculo del espesor de un objeto que es parte de una pila de objetos iguales y la ubicación de números en la recta numérica.

2. La tabla contiene los datos de otros posibles repartos en partes iguales; anota lo que falta. No se vale usar calculadora.

Cantidad de tazas	Cantidad de bebés	¿Cuánto le toca a cada bebé?	Comprobación
1	2		
1	5		
1	8		

En los tres tipos de problemas se usan fracciones decimales y no decimales, menores y mayores que 1, pero sólo se definen en la segunda secuencia de este aprendizaje esperado.

Los alumnos ya han estudiado fracciones y decimales en la primaria, en este grado se pretende que profundicen esos conocimientos a través de la búsqueda de regularidades, la validación de conjeturas y la generalización de propiedades de los números.

Sobre las ideas de los alumnos

Considerar la fracción $\frac{3}{4}$ como el número que resulta de dividir $3 \div 4$ no es una idea simple y fácil de aceptar por los alumnos, entre otras razones por la tendencia de ver el $\frac{3}{4}$ como dos números naturales en vez de uno, por ello es necesario que al comenzar a resolver los problemas de reparto usen sus propios recursos, que en general son representaciones gráficas, para que “vean” y se convenzan del resultado.

Cuando los alumnos resuelven problemas de división con números naturales tienden a expresar el resultado o cociente con un número decimal, aun cuando éste sea un decimal periódico. Por ejemplo, al dividir una taza de papilla, leche, chocolate o cualquier otro alimento, entre tres niños, el resultado se expresa como 0.3, 0.33, 0.333, sin detenerse a pensar qué significan esos números.

De ahí que una de las intenciones de esta secuencia es hacer notar que los números fraccionarios pueden ser más útiles para expresar resultados como los anteriores, porque tiene más sentido pensar en $\frac{1}{3}$ de taza que en 0.3 tazas.

Tampoco les resulta clara la relación entre números fraccionarios y decimales, por eso, en la medida que logren ver esa relación se animarán a usar unos u otros, dependiendo del problema.

Así como al comparar dos fracciones los alumnos piensan que $\frac{17}{18}$ es mayor que $\frac{2}{3}$ “porque tiene números más grandes”, por la misma razón suelen pensar que 0.75 es mayor 0.8. La comparación de números da a los alumnos la oportunidad de fundamentar por qué un número es mayor que otro.

Para muchos alumnos no es claro que $0.8 = 0.80 = 0.800$, el problema de encontrar un número mayor que 0.7 y menor que 0.8 hace necesario extender a centésimos (0.70 y 0.80), para encontrar el número solicitado.

¿Cómo guió el proceso?

En el último renglón de la tabla de la actividad 2, sesión 1, es probable que surjan diferentes expresiones del resultado, tales como: $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$; $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ o simplemente $\frac{3}{4}$. Hay que resaltar que las tres expresiones son correctas puesto que representan la misma cantidad, es decir, son equivalentes.



En las actividades 3 y 4 de la misma sesión 1, se comparan fracciones con la unidad. Hay que analizar con profundidad los resultados de la tabla para que los alumnos concluyan que, si el numerador es mayor que el denominador, la fracción es mayor que 1. Si el numerador es menor que el denominador, la fracción es menor que uno; si ambos elementos de la fracción son iguales, la fracción equivale a uno. Esta misma idea es útil en la sesión 2, en la que se comparan dos fracciones que resultan de dos repartos. Si una fracción es mayor que uno y la otra menor que uno, evidentemente la primera es mayor.

Para los alumnos es difícil comprender que una fracción es una división y, más aún, que la fracción sea el resultado de la división. Poco a poco, al resolver problemas de reparto con la ayuda de representaciones gráficas, caen en cuenta que el resultado es la fracción que relaciona los términos del reparto, de manera general, $a \div b = \frac{a}{b}$

Cuando ambas fracciones son menores que 1 se puede analizar la fracción que le falta a cada una para llegar a la unidad; por ejemplo, si se quiere saber cuál fracción es mayor entre $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ se observa que a la primera le falta $\frac{1}{3}$ y a la segunda $\frac{1}{4}$ para completar la unidad y como $\frac{1}{3}$ es mayor que $\frac{1}{4}$, le falta más a $\frac{2}{3}$ y, por lo tanto, es menor.

Se puede también tomar como referencia $\frac{1}{2}$. Si una fracción es mayor que $\frac{1}{2}$ y la otra es igual o menor, entonces la primera es mayor. Por ejemplo, $\frac{3}{5}$ es mayor que $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{7}$ es menor que $\frac{1}{2}$. Por tanto, $\frac{3}{5}$ es mayor que $\frac{3}{7}$.

En otros casos, para poder comparar es necesario encontrar fracciones equivalentes o convertir las fracciones en números decimales.

La división con cociente decimal se trabajó ligeramente en sexto grado; es necesario volver a estudiarla y asegurar que quede clara la conversión de unidades en décimos, de décimos en centésimos, y así sucesivamente.

Una vez que los alumnos comprenden que el resultado de un reparto es la fracción cuyo numerador y denominador son los datos del reparto, se plantea el problema inverso: si a cada bebé le tocó $\frac{3}{5}$ de taza, ¿cuántas tazas se repartieron y entre cuántos bebés? Los alumnos podrán deducir que se repartieron 3 tazas entre 5 bebés, o cualquier par de cantidades que sean proporcionales a éstas, por ejemplo, 6 tazas entre 10 bebés.

El problema de calcular el espesor de una hoja de papel en la sesión 4 también es propicio para usar las fracciones como resultado de una división. Si 100 hojas apiladas alcanzan una altura de 8 milímetros, el espesor de una hoja es $\frac{8}{100} = 0.08$ mm (8 centésimas de milímetro). Es importante que los alumnos se familiaricen con la idea de que al dividir el numerador entre el denominador se obtiene un decimal, que puede ser finito o periódico.

Este problema se puede experimentar en clase con diferentes materiales, por ejemplo, se pueden apilar todos los libros de texto, se mide la altura que alcanzan y se calcula el espesor de un libro. También puede ser una pila de ladrillos, tablas, etcétera. La ventaja de abordarlo con las hojas de papel es que difícilmente se puede medir el espesor de una sola hoja y eso resalta el poder de la matemática.



5. Resuelvan los problemas.

- Calculen el espesor de una hoja de su libro de matemáticas. Anoten el resultado.
Fracción: _____ Decimal: _____
- Aproximadamente, ¿cuántas hojas de su libro de matemáticas equivalen a un milímetro de espesor?

- En un librero hay una colección de 15 libros iguales que ocupan 12 cm del estante. ¿Cuál es el espesor de un libro? _____
Fracción: _____ Decimal: _____

El trabajo sobre la recta numérica tiene dos partes, una en la que se considera lo estudiado en la primaria y se profundiza con la intención de que los alumnos puedan concluir que si ya están ubicados dos o más números, la longitud de la unidad está definida y hay que conservarla al ubicar otros números. Éste es el caso de la actividad 1 de la sesión 5.

Si sólo hay un número, la unidad no está definida y se puede ubicar otro número en el punto que convenga, con lo cual queda definida la longitud de la unidad. Éste es el caso de la actividad 3, incisos a), b) y c), de la misma sesión.

Si ningún número está ubicado, la unidad no está definida y se puede elegir cualquier punto para colocar el cero. Para delimitar la unidad hay que ubicar otro número. Éste es el caso de los incisos d) y e) de la actividad 3.

La segunda parte es más compleja, consiste en averiguar qué número corresponde a cada parte, dada una longitud de unidades, dividida en partes iguales. Se trata de un problema más en el que la fracción es el resultado de una división y, por lo tanto, se esperaría que la mayoría de los alumnos pudiera encontrar alguna vía de solución, sin embargo, muchos cometen el error de considerar sólo una unidad dividida en partes iguales en vez de unidades.

Pueden surgir dos procedimientos para resolver el problema. El primero consiste en pensar: si fuera una unidad dividida en b partes iguales, la longitud de cada parte sería $\frac{1}{b}$, como son unidades la longitud de cada parte es $a(\frac{1}{b})$ es decir, $\frac{a}{b}$. El otro procedimiento consiste en dividir directamente a entre b y obtener la fracción $\frac{a}{b}$.

Pautas para la evaluación formativa

Los problemas que se plantean en la secuencia tienen como sola intención que los alumnos logren ver a la fracción $\frac{a}{b}$, como la división $a \div b$ y a la vez como el resultado de esa división. Considerar a la fracción $\frac{a}{b}$ como la división $a \div b$ les permitirá encontrar el decimal que corresponde a dicha fracción.

Con base en la consideración anterior, la evidencia de que el estudio de esta secuencia ha rendido frutos es que ante un problema como el

que se encuentra en la actividad 5 de la sesión 4, "en un librero hay una colección de 15 libros iguales que ocupan 12 cm del estante, ¿cuál es el espesor de un libro?", los alumnos puedan responder rápidamente $\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ cm. Al requerir un resultado en notación decimal, los alumnos deben saber hacer la división y encontrar 0.8 cm.

¿Cómo apoyar?

Si en el problema inicial observa que algunos alumnos no saben qué hacer, sugiérales que representen de manera gráfica la situación, por ejemplo, cada taza con un cuadrado o un círculo, en seguida que hagan las particiones convenientes para poder repartir. Poco a poco dejarán de ser necesarias las representaciones gráficas y podrán expresar rápidamente el resultado de un reparto con una fracción.

Al comparar los resultados de dos repartos procure que se exploren varios procedimientos y que se vea cuál permite comparar más rápido.

En cuanto al problema del espesor de una hoja de papel, si lo considera necesario, ilustre la situación con otros materiales de igual grosor apilados, a fin de que comprueben que si se divide el espesor de la pila entre el número de objetos se obtiene el de un objeto.

En el trabajo con las rectas procure que haya claridad sobre los principios básicos: los números aumentan de izquierda a derecha; si un número es el doble que otro, su distancia a cero también es el doble; el cero no necesariamente debe ubicarse en el extremo izquierdo.

¿Cómo extender?

Ponga a consideración de los alumnos otros ejemplos en los que la representación gráfica resulte impráctica, por ejemplo, $\frac{8}{27}$, con el fin de obligarlos a ver la fracción como el resultado del reparto. Coménteles que otra manera de verificar que el resultado del reparto sea correcto, consiste en sumar 27 veces $\frac{8}{27}$ y verificar que la división o cociente es 8, (las ocho raciones que se repartieron). Pídeles que propongan otros ejemplos de repartos y que los resuelvan.



Secuencia 4

Jerarquía de operaciones 1 (LT, pp. 36-39)

Tiempo de realización	Dos sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Multiplicación y división.
Aprendizajes esperados	Determina y usa la jerarquía de operaciones y los paréntesis en operaciones con números naturales, enteros y decimales (para multiplicación y división, sólo números positivos).
Intención didáctica	Que el alumno conozca y utilice la jerarquía de las operaciones al resolver operaciones combinadas de suma, resta, multiplicación, división con números enteros, fracciones y decimales.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	<p>Audiovisual Sesión 2. <i>El orden de las operaciones</i></p> <p>Informático Sesión 2. <i>Aplica la jerarquía de operaciones</i></p>
Materiales de apoyo para el maestro	<p>Audiovisual <i>¿Qué y cómo jerarquizar operaciones?</i></p> <p>Bibliográficos Khan Academy (2019). <i>Ecuaciones, expresiones y desigualdades</i>. Disponible en https://es.khanacademy.org/math/pre-algebra/pre-algebra-equationsexpressions/modal/v/constructing-numerical-expressions-example Expil (2019). <i>Orden de operaciones</i>. Disponible en https://www.expil.com/t/order-of-operations-9121</p>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

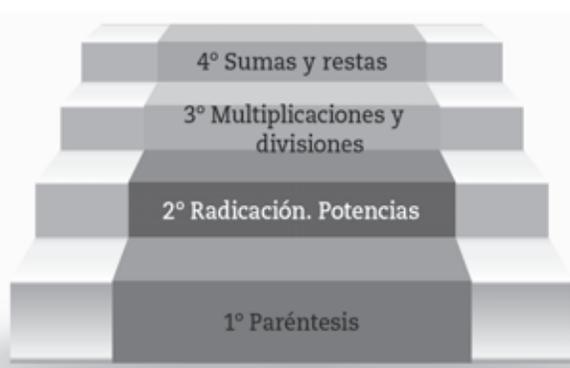
- Sesión 1. Usen la jerarquía de las operaciones cuando se presentan signos de agrupación.
- Sesión 2. Usen la jerarquía de operaciones cuando se presentan signos de agrupación.

Acerca de...

Ésta es la primera de las dos secuencias dedicadas al estudio sobre la jerarquía de las operaciones.

Es importante que los estudiantes contrasten los resultados que se obtienen en una cadena de operaciones con los que da una calculadora.

Sesión 1 ■ **Para empezar**



Ya has visto que $5 + 4$ tiene el mismo resultado que $4 + 5$. También sabes que $5 \times 4 = 4 \times 5$. Pero ¿tiene el mismo resultado $5 \times (4 + 5)$ que $(5 \times 4) + 5$? En las siguientes sesiones estudiarás que para realizar ciertas operaciones existe una convención llamada jerarquía de las operaciones; también verás cómo diversos signos de agrupación te permitirán obtener el resultado al seguir un orden determinado dentro de una cadena de operaciones.

Los estudiantes deberán saber que la jerarquía de operaciones es un conjunto de reglas que nos indican el orden en que se deben efectuar las operaciones y estas reglas son una convención, es decir, son un acuerdo. Esto permite desmitificar a la matemática como algo ya establecido y la presenta como una construcción humana y social.

Sobre las ideas de los alumnos

Es común que los alumnos resuelvan las cadenas de operaciones de manera lineal, es decir, en el orden en que van apareciendo de izquierda a derecha sin considerar si son multiplicaciones, divisiones sumas o restas así, por ejemplo, los alumnos podrían decir que: $9 \times 5 - 8 \div 2 = 18.5$, cuando el resultado, al considerar la jerarquía de las operaciones, es 41.

Debido a que la jerarquía de operaciones es una convención, es difícil que los alumnos comprendan que el orden de las operaciones está determinado, así que el uso de una calculadora que considera la jerarquía de operaciones es indispensable como un tercer elemento para validar el resultado más allá de la palabra del maestro, como generalmente sucede.

¿Cómo guió el proceso?

La primera actividad de la sesión 1 tiene la intención de que los alumnos identifiquen y realicen las operaciones de la manera en que consideren. Es posible que surjan como resultados 18.5 y 23, respectivamente, antes que 41.

En la actividad 2, es indispensable utilizar calculadora para efectuar las operaciones. Si tienen una calculadora científica a su alcance, permita que introduzcan las operaciones y comprueben el resultado que se obtiene. Pida que analicen los resultados obtenidos al seguir diferente orden hasta asociar el que corresponde con el que hizo la calculadora.

Tal vez algunas de las calculadoras que lleven no respeten la jerarquía de operaciones y obtengan los mismos resultados, mientras que en otros casos sí la respeten, y obtengan el valor de 41. De todos modos, el inciso b) les solicita buscar la manera de efectuar las operaciones en ambas cadenas para obtener como resultado 41.

Después de leer la tabla en que aparece la jerarquía de las operaciones en la actividad 3, pida que representen las dos cadenas de operaciones de la actividad 1 de la misma manera que el ejemplo.

En la actividad 4, los alumnos deberán colocar los símbolos de las operaciones en el orden en que se obtiene el resultado indicado, por lo que deberán realizar diversos cálculos; pida que los realicen en el cuaderno y permita que utilicen la calculadora. La intención es que continúen aplicando la jerarquía de las operaciones.

En la sesión 2 se han propuesto dos cadenas de operaciones semejantes a las de la sesión anterior, pero ahora se utilizan paréntesis para agrupar alguna de las operaciones y hacer evidente que el orden en que se efectúan las operaciones afecta el resultado.

De manera semejante a la sesión 1, se pide comparar resultados y se contrasta con respecto al recuadro de la actividad 3.

En la actividad 4 de la sesión 2 deberán aplicar la jerarquía y la agrupación de operaciones mediante el uso de paréntesis para encontrar cada resultado señalado, a fin de que se cumpla la igualdad. Es importante que concluyan que el uso de paréntesis da prioridad a las operaciones que encierran, más allá del orden establecido para las operaciones básicas.

En el caso de la actividad 5 se espera que surjan diferentes cadenas, el propósito es darles oportunidad a los alumnos de expresar sus propuestas y ser creativos, siempre y cuando cumplan con la jerarquía de las operaciones.

Observe que los alumnos utilicen las reglas de jerarquía de las operaciones al determinar el resultado o cuáles son las operaciones que se deben realizar para obtener un resultado específico.

Identifique a los alumnos que tienen dificultades para determinar la manera de agrupar una cadena de operaciones mediante el uso del paréntesis dado un resultado y pida que prueben paso a paso.

Pautas para la evaluación formativa

Observe si los alumnos:

- Colocan los símbolos de las operaciones en el orden convenido.



- Representan dos cadenas de operaciones para una operación.
- Utilizan paréntesis correctamente para agrupar operaciones a fin de encontrar los resultados señalados y que se cumpla la igualdad.
- Aplican la jerarquía de operaciones para resolver cadenas de operaciones de números enteros.

$$9 \times 5 - 8 \div 2 =$$

Luego, con una calculadora científica, permita que introduzcan las operaciones y comprueben el resultado que se obtiene. También pida que analicen los resultados obtenidos al seguir diferente orden hasta asociar el que corresponde con el que hizo la calculadora.

¿Cómo apoyar?

Si observa que algunos estudiantes enfrentan mayor dificultad para realizar las operaciones, invite a que las realicen paso a paso; por ejemplo:

$$\begin{aligned} 9 \times 5 - 8 \div 2 &= \\ 45 - 8 \div 2 &= \\ 45 - 4 &= 41 \end{aligned}$$

Si es necesario, pida que anoten algunos resultados en el pizarrón, y destaquen en qué orden convino resolver las operaciones cada pareja de alumnos, comparen con el resultado mostrado con la calculadora, para indagar en qué difiere con el orden que determinaron.

Otra opción es identificar con colores las operaciones que deben realizarse primero y los números que le corresponden, por ejemplo:

¿Cómo extender?

Para los alumnos más adelantados puede plantear otras cadenas de operaciones con números enteros más grandes o solicitarles que busquen y escriban otra cadena de operaciones que al aplicar la jerarquía de operaciones tenga como resultado 41.

También puede proponer cadenas de operaciones donde el resultado sea una suma o diferencia de números enteros, por ejemplo:

$$8 \div 2 - 9 \times 5 = 4 - 45 = -41$$

O donde sume o reste decimales. Por ejemplo:

$$9 \div 2 + 20 \times 4 = 4.5 + 80 = 84.5$$

4. Trabaja individualmente esta actividad y la siguiente. En las operaciones que siguen coloca los signos de agrupación necesarios para obtener el resultado indicado.

$$1 + 1 - 1 + 1 + 1 = 1$$

$$2 + 2 \times 2 \div 2 \div 2 = 2$$

$$3 \div 3 + 3 - 3 \times 3 = 3$$

$$4 + 4 + 4 + 4 \div 4 = 4$$

$$5 + 5 \div 5 + 5 \times 5 = 5$$

$$6 \times 6 \div 6 \times 6 \div 6 = 6$$

5. Combina 5 números (naturales y decimales). Luego, utilizando las operaciones básicas (+, -, x, ÷) y los signos de agrupación necesarios, determina tres cadenas de operaciones distintas cuyo resultado sea 25. _____



6. Compara tus respuestas con otros compañeros y verifiquen sus resultados con la calculadora.

Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Multiplicación y división.
Aprendizaje esperado	Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales y de división con decimales.
Intención didáctica	Que los alumnos usen el algoritmo de la multiplicación con números fraccionarios, al resolver problemas.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	<p>Audiovisuales</p> <p>Sesión 1. <i>Tutorial para calcular productos de fracciones en una hoja de cálculo</i></p> <p>Sesión 2. <i>Multiplicar por una fracción</i></p> <p>Sesión 3. <i>Interpretación grafica de la multiplicación de fracciones</i></p> <p>Informático</p> <p>Sesión 3. <i>Multiplicación de fracciones</i>, disponible en: <https://proyectodescartes.org/Telesecundaria/materiales_didacticos/1m_b02_t02_s01-JS/index.html>.</p>
Materiales de apoyo para el maestro	<p>Audiovisual</p> <p><i>La didáctica de la multiplicación de fracciones positivas y negativas</i></p>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Usen la suma iterada al resolver multiplicaciones de enteros por una fracción.
- Sesión 2. Interpreten la expresión $\frac{a}{b}$ de c como la operación $\frac{a}{b} \times c$.
- Sesión 3. Interpreten la aplicación doble de una escala $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ como una la aplicación directa de $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$

Acerca de...

En esta secuencia algunos de los aspectos a trabajar, son:

En primer término, aparece la suma iterada de fracciones para que el alumno la asocie con una multiplicación, que es un procedimiento abreviado de dicha iteración.

En segundo término, el alumno debe concebir la multiplicación $\frac{a}{b} \times c$ como una fracción

Sesión
1

■ Para empezar



sabrás responder: ¿qué tipo de número será el producto o resultado?, ¿continuará siendo fraccionario?, ¿será mayor o menor que las fracciones que se multiplicaron?



del entero c , al comprender que esta expresión significa " $\frac{a}{b}$ de c ". Para ello podrá recurrir a la técnica de multiplicar ac y luego dividir este producto entre b .

Luego, el uso de una fracción como un factor de escala propiciará la reflexión acerca de que una multiplicación por una fracción también reduce y se buscará encontrar la reducción resultante de aplicar una composición de dos factores fraccionarios consecutivos. Por último, a partir de estos acercamientos, los alumnos estarán en condiciones de concluir que la multiplicación de fracciones es una fracción cuyo numerador es el resultado de multiplicar los dos numeradores y que el denominador se obtiene al multiplicar los dos denominadores. Regla que ahora tendrá significado para ellos y que podrán reconstruir en caso de olvido.

Sobre las ideas de los alumnos

Algunos de los errores conceptuales que pueden presentar los alumnos son:

Una multiplicación siempre agranda, expande, amplifica. Hecho verificable cuando se multiplican números naturales; por lo que se hace necesario que los alumnos reflexionen que al multiplicar $\frac{1}{2} \times 5$, su producto será menor que 5.

Usar el algoritmo de la suma de fracciones en un problema de multiplicación. La reflexión en torno al problema puede ser una forma de evidenciar la inconsistencia del resultado.

¿Cómo guió el proceso?

El proceso de aprendizaje de la multiplicación con fracciones debe guiarse a partir de las reflexiones que se originen en el aula con el pretexto de analizar los problemas, los procedimientos y los resultados. Por ejemplo:

- Al completar la tabla de la sesión 1; el alumno puede optar por sumar reiteradamente $\frac{3}{4}$ para calcular el peso de 1, 2, 3, 5 paquetes; pero a medida que el número de paquetes aumenta se evidencia la necesidad de usar una multiplicación. Es importante que la formalización quede clara para el alumno: una multiplicación puede ser una suma repetida de la frac-

ción tantas veces como el número natural lo indique.

- Para resolver los problemas de la sesión 2, los alumnos multiplicarán enteros por fracción, el procedimiento que se debe resaltar es que multiplicar un entero por una fracción, equivale a multiplicar el entero por el numerador y dividir luego por el denominador. Esto debe surgir después de analizar el resultado de situaciones en diversos contextos y su representación numérica. Es importante generar una discusión a partir de la pregunta: ¿creen que el resultado será mayor, menor o igual que (x) ?, luego se puede pedir a los alumnos que verifiquen su predicción.
- En la sesión 3, al resolver la tabla de reducciones sucesivas aplicando factores de escala y después de que se confronten los resultados, explique a los alumnos que un factor de escala consiste en establecer una relación en donde por cada unidad le corresponde $\frac{3}{4}$ de unidad. Es necesario hacer hincapié en que nuevamente tendrá que hacerse una segunda reducción, pero con un factor de escala diferente al utilizado en la primera reducción. Guíe la discusión para que los alumnos encuentren la manera de usar un solo factor que permita pasar de la foto original a la segunda copia, hasta concluir que de la medida original a la segunda reducción se realizó una reducción de $\frac{3}{8}$; que equivale a multiplicar $\frac{3}{4}$ por $\frac{1}{2}$.
- En el problema de la actividad 3 de la sesión 3, se tienen que realizar cálculos directos para determinar la cantidad de terreno plantado con cierto cultivo, es determinante que se comprenda gráficamente y matemáticamente lo solicitado, para lo cual puede preguntar: ¿la fracción resultante para obtener el área del terreno es mayor o menor que los factores? Solicite a los alumnos que comprueben si la suma de las diferentes áreas de cultivo da la totalidad del terreno. Una representación gráfica que apoya en la comprensión del problema es la siguiente:

			Chile
	Frijol		

Pautas para la evaluación formativa

Para la evaluación del aprendizaje es preciso recuperar la comprensión del uso de las multiplicaciones por fracciones en el contexto del problema; por ejemplo:

En el producto solicitado en la sesión 1, que corresponde a la actividad 3, donde el alumno llenará una tabla de peso total de paquetes de $1\frac{1}{2}$ kg, recupere las diversas formas en que realizan sus cálculos; puede hacerlo a partir de multiplicar la parte entera y luego sumar la parte fraccionaria; o bien multiplicar por $\frac{3}{2}$ en cada ocasión.

En la actividad 4 de la sesión 2, además del cálculo numérico es importante valorar la respuesta a la pregunta: ¿cómo representarías la cantidad de cemento utilizado? Las diferentes representaciones gráficas le aportarán ideas para comprender el significado " $\frac{a}{b}$ de c ".

En la sesión 3, el producto de dos reducciones ayuda a entender el significado de usar un factor de proporcionalidad fraccionario. Además de la parte operacional, rescate las ideas de los alumnos respecto de la relación que encuentran entre los operadores fraccionarios intermedios y el final. Ponga especial atención al cuadro de fracciones de cultivos, ya que en él se manifiesta la apropiación del algoritmo para multiplicar fracciones.

¿Cómo apoyar?

Acérquese a los alumnos que tengan mayores dificultades mientras desarrollan la resolución, pídale que expliquen con sus palabras qué se pide en el problema planteado. Algunas actividades alternativas previas para estos alumnos son:

Describa el problema en términos de "la mitad de", "la tercera parte de", "las dos quintas partes de";

el uso del lenguaje sencillo acercará a los alumnos a conceptualizar las fracciones usadas: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$

Use representaciones gráficas antes de que el alumno resuelva los problemas; por ejemplo, para el problema de los paquetes de jamón apóyese en representaciones gráficas para representar $\frac{3}{4}$ de cada paquete.

Solicite a los alumnos que describan varios procedimientos a sus compañeros. Los alumnos que tengan dificultad seguramente comprenderán mejor la explicación que sus pares les den.

Brinde retroalimentación para que estos alumnos juzguen por sí mismos los resultados de sus procedimientos y establezcan relaciones entre la forma que lo resolvieron y el resultado obtenido.

Proponga más problemas de áreas. Use fracciones sencillas, por ejemplo $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$; y cerciórese que los alumnos comprenden la división de la base y la altura del rectángulo considerando que éste representa la unidad.

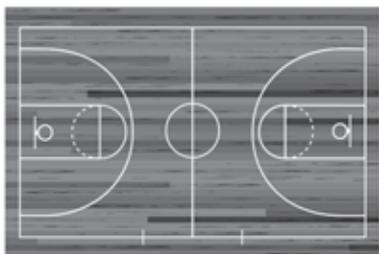
¿Cómo extender?

Proponga cuestiones para apoyar la metacognición de los alumnos, por ejemplo:

¿Qué fracción multiplicada por cualquier entero da como resultado la mitad del entero?

Encuentren una multiplicación de un entero por una fracción cuyo producto sea igual a 20. Después de aplicar dos reducciones el resultado es $\frac{1}{10}$ de la original, encuentren cuáles factores se utilizaron.

Dado que se propone el uso de las hojas de cálculo para esta secuencia, diseñe o busque problemas en los que se extienda el uso de factores fraccionarios. Será interesante permitir a los alumnos construir sus propias fórmulas para las celdas donde se obtendrá el producto.



- b) Los ingenieros determinaron que la medida del largo de la cancha de básquetbol es de 28 metros y la del ancho es $\frac{4}{7}$ del largo. ¿Cuál es la medida del ancho de la cancha? Escriban el procedimiento que usaron para obtenerla. ____



Tiempo de realización	Dos sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Multiplicación y división.
Aprendizaje esperado	Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales y de división con decimales.
Intención didáctica	Que los alumnos usen el algoritmo de la multiplicación con decimales al resolver problemas.
Vínculos con otras asignaturas.	Biología: se relaciona con el tema "La dieta correcta, ejercicio y salud".
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	Audiovisuales Sesión 1. <i>Para mover el punto</i> Sesión 2. <i>Algoritmo de la multiplicación con números decimales</i> Informático Sesión 2. <i>Multiplicación de números decimales</i>
Materiales de apoyo para el maestro	Audiovisual <i>Algoritmo de la multiplicación con decimales</i>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Encuentren la relación entre multiplicar un entero por un número decimal con la multiplicación por una fracción con denominador que sea potencia de 10, para comprender el algoritmo correspondiente.
- Sesión 2. Se familiaricen con el algoritmo de la multiplicación de números decimales.

Acerca de...

En esta secuencia se realiza el proceso siguiente:

Establecer una relación entre multiplicaciones de un entero por un número decimal con las de la forma $\frac{a}{b}$ por c que se estudiaron en la secuencia anterior; donde b es una potencia de 10.

Analizar la descomposición de los factores en la parte entera y la parte decimal, para sumar ambos productos.

1. Reúnete con un compañero para hacer las actividades de la 1 a la 3.

Itzel es nutrióloga y elabora un cartel para hacer conscientes a sus pacientes sobre el consumo de bebidas gaseosas. Ayúdale a completar la siguiente tabla:

Paciente	Tamaño de la porción (L)	Número de porciones que consume al día	Cantidad total de bebida que consume (L)
Elena	0.2	1	0.2
María	0.2	4	

Concluir el proceso con el análisis de la cantidad de cifras decimales que debe contener el resultado, con base en las que hay en los factores.

Sobre las ideas de los alumnos

Como ha señalado, los alumnos aprendieron que cuando se multiplican números naturales, el producto es mayor que los factores. Las actividades que se plantean en esta secuencia propician la reflexión en torno a que la multiplicación con números decimales no siempre “agrandan”.

Algunos de los errores comunes que se pueden observar durante esta secuencia son:

No discriminar la parte entera y la parte decimal en números con formato “entero decimal”.

Suponer que, por ejemplo, 0.75 es mayor que 0.8.

Errores de conversión en la equivalencia de decimales y fracciones con denominador potencia de 10; por ejemplo, $0.0015 = \frac{15}{100}$

¿Cómo guió el proceso?

La primera sesión se dedica a asociar la multiplicación aprendida en la secuencia anterior de la forma $\frac{a}{b} \times c$; cuando b es una potencia de 10, con la multiplicación de decimales.

El resolver el problema sobre bebidas gaseosas de la sesión 1 ayudará a que los alumnos pongan en juego sus conocimientos sobre decimales, sus equivalencias con las fracciones y la multiplicación. Puede aprovechar para reflexionar sobre las cantidades de refresco que pueden llegar a consumir los miembros del grupo y cuán dañino es este tipo de bebidas; los comentarios deben ser breves para no desviar la atención de los estudiantes de la intención didáctica. Luego, se debe identificar la equivalencia entre $\frac{6}{10}$ y 0.6, para poder darse cuenta que multiplicar por 0.6 es lo mismo que multiplicar por 6 y dividir entre 10. Se divide entre 10 porque $\frac{6}{10} = 6 \div 10$; esto se estudió en la secuencia 3.

Es importante que guíe la lectura del punto 6, donde se formaliza el procedimiento para multiplicar un entero por un decimal. Una vez que se haya leído en plenaria y que se hayan atendido

las dudas de todos los alumnos, puede proponer más ejemplos como el siguiente:

$$0.024 \times 8 = \frac{24}{1000} \times 8 = \frac{24 \times 8}{1000} = 0.192$$

Pregunte por qué en la expresión anterior las dos multiplicaciones son equivalentes. Así reafirmarán algunos aspectos del producto de una fracción por un entero y al mismo tiempo comprenderán por qué el resultado tiene tres cifras decimales.

El problema inicial de la sesión 2 implica la noción de proporcionalidad directa, donde el consumo de gasolina se mantendrá constante mientras el automóvil se use en la ciudad o en carretera.

Observe los procedimientos utilizados y analícelos en plenaria, para reforzar el uso de la multiplicación con decimales.

Al analizar el procedimiento de la actividad 3, en el que se multiplica por separado la parte entera y la decimal de 18.50; verifique que los alumnos comprenden que esta es una manera de facilitar los cálculos y que el resultado no cambia.

El procedimiento debe llevar al análisis de que el producto tiene tantas cifras decimales como las que tienen ambos factores. Esta es la síntesis del algoritmo, porque, por ejemplo, si en el primer factor hay décimos (una cifra decimal) y en el segundo factor hay centésimos (dos cifras decimales), en el producto debe haber milésimos (tres cifras decimales), pues décimos por centésimos da como resultado milésimos.

En el punto 4 el alumno tendrá la oportunidad de practicar multiplicaciones separando parte entera y decimal; para ello es importante propiciar el análisis de los cálculos que se realizan.

Es pertinente pedir a los alumnos que expliquen y ejemplifiquen el texto de las actividades 5 y 6. Por ejemplo:

$$24.1 \times 0.5$$

Paso 1: $241 \times 5 = 1205$.

Paso 2: 24.1 (1 cifra) + 0.5 (1 cifra) = 2 cifras decimales.

Paso 3: Por lo tanto, en 1205 se debe recorrer el punto, de derecha a izquierda 2 cifras = 12.05



Pautas para la evaluación formativa

Para la valoración del desempeño de los alumnos observe que:

- Reconozcan la equivalencia de decimales y fracciones al realizar multiplicaciones (actividades 2, 3 y 4 de la sesión 1).
- Comprendan y usen como un recurso el operar la parte entera, luego la decimal y por último la suma para obtener resultados (actividad 4 de la sesión 2).
- Comprendan el uso del algoritmo al desplazar el punto en las cifras decimales.

¿Cómo apoyar?

En el caso de alumnos a quienes se les dificulta la comprensión o con poca habilidad operatoria; se sugieren las siguientes actividades alternativas para mejorar su aprendizaje:

Proponga problemas con nivel de complejidad menor donde use equivalencias entre fracciones y decimales de fácil comprensión:

$$\frac{1}{2} = 0.5, \frac{1}{4} = 0.25, \frac{1}{5} = 0.2$$

Auxílese de algún recurso gráfico donde se muestren equivalencias entre fracciones y

decimales; puede utilizar la recta numérica o porciones de un entero con leyendas en fracción y decimal.

Proponga siempre la división de numerador entre denominador para comprobar la equivalencia con el decimal. Use la calculadora para este fin.

Una vez que los alumnos hayan realizado las actividades del libro:

- Utilice el pizarrón para que los alumnos realicen los procedimientos y permitir que sus compañeros los analicen y validen.
- Verifique que la comprensión de los alumnos con mayores necesidades se manifieste otorgándoles la oportunidad de revisar procedimientos incompletos o con errores.

¿Cómo extender?

Para los alumnos que han cubierto los requerimientos de la secuencia, proponga otros problemas con tres factores decimales o bien multiplicaciones donde falte un factor. Es importante que este último tipo de operaciones se resuelva antes de introducirlos a la división de decimales, de preferencia en contextos que les permitan comprobar sus razonamientos.

Decimal por decimal

Sesión
2

1. Reúnete con un compañero para hacer las actividades de la 1 a la 3.

La ficha técnica de un automóvil señala que el consumo de gasolina en carretera es de 17.7 kilómetros por litro, mientras que en la ciudad es de 14.7 kilómetros por litro. La capacidad máxima del tanque de gasolina es de 40 litros.



Ficha técnica del automóvil

Consumo de gasolina en carretera	17.7 km/L
Consumo en la ciudad	14.7 km/L
Tanque de gasolina	40 L



- a) Si el tanque está lleno, ¿cuántos kilómetros puede recorrer en carretera?



Variación proporcional directa 1 (LT, pp. 52-57)

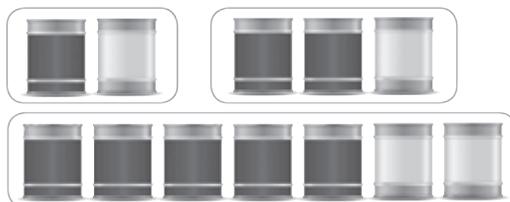
Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Proporcionalidad.
Aprendizajes esperados	Calcula valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa, con constante natural, fracción o decimal (incluyendo tablas de variación).
Intención didáctica	Que los alumnos resuelvan problemas de proporcionalidad directa con procedimientos propios y distingan tablas de variación proporcional directa de otras que no lo son.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	<p>Audiovisuales Sesión 2. <i>Diferentes mezclas</i> Sesión 3. <i>Tablas de variación proporcional directa</i></p> <p>Informático Sesión 1. <i>¿Cuál es su precio?</i></p>
Materiales de apoyo para el maestro	<p>Audiovisuales <i>Variación proporcional directa</i> <i>Un primer acercamiento a la proporcionalidad</i></p> <p>Bibliográfico Block, D. et al. (2010). <i>¿Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica</i>. Somos Maestr@s. México: Ediciones SM.</p>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Utilicen el razonamiento proporcional al tener que encontrar un valor faltante entre dos conjuntos de cantidades que son directamente proporcionales. Las cantidades son números naturales y la constante es fraccionaria.
- Sesión 2. Utilicen el razonamiento proporcional al tener que encontrar un valor faltante entre dos conjuntos de cantidades que son directamente proporcionales. Las cantidades son números naturales o fracciones y la constante es fraccionaria.
- Sesión 3. Identifiquen conjuntos de cantidades que son directamente proporcionales.

Coloreen y anoten en los botes vacíos la cantidad que se debe mezclar de pintura amarilla con los botes de pintura roja para obtener el mismo tono de color naranja en cada caso.



Acerca de...

En primaria los alumnos resolvieron problemas de proporcionalidad directa cuya constante era un número natural, ahora resolverán este tipo de problemas donde la constante de proporcionalidad es una fracción común o su equivalente decimal.

La secuencia está formada por tres sesiones, en las dos primeras se resuelven problemas de valores faltantes en contextos de venta de productos según su peso (sesión 1) y de mezclas para obtener ciertos tonos de pintura (sesión 2), en ambas la constante de proporcionalidad es una fracción. La última sesión se dedica al análisis de tablas para identificar si representan situaciones de proporcionalidad directa.

La regla de tres no es motivo de estudio en esta secuencia, se trabajará en la secuencia 18. Por lo tanto, aquí se espera que algunos de los recursos que los alumnos empleen sea el cálculo de dobles, triples, mitades, cuartos, o la combinación de éstos, cálculo del valor unitario, etcétera.

Sobre las ideas de los alumnos

El razonamiento proporcional es de tipo multiplicativo. No obstante, es común que muchos alumnos resuelvan problemas de proporcionalidad con un razonamiento aditivo, esto es, suman en lugar de multiplicar. Hay alumnos que consideran que en una relación de proporcionalidad directa entre dos cantidades basta con observar que si una cantidad aumenta la otra también para decir que es proporcional, lo cual es incorrecto (por ejemplo, la tabla de la edad de Juan y Paco de la página 56).

Es probable que los alumnos hayan trabajado en primaria algunos de los siguientes procedimientos: conservación de razones internas, suma o resta término a término, uso del valor unitario o de la constante de proporcionalidad (más adelante se dan ejemplos de cada uno).

¿Cómo guió el proceso?

Permita que los alumnos resuelvan los problemas con procedimientos propios, por ejemplo:

Razones internas. Si el precio de 250 gramos de queso es \$50, como 1000 gramos es 4 veces 250 gramos, entonces 1000 gramos cuestan cuatro veces 50, es decir \$200.

Gramos de queso	Precio (\$)
250	50
1000	200

$\times 4$ (indicado a la izquierda y derecha de la tabla)

Suma término a término. Si se mezclaron 6 botes de pintura roja con 2 de pintura amarilla:

Para 3 botes de pintura roja se requiere 1 de pintura amarilla.

Entonces: $6 + 3$ son 9 botes de pintura roja, que hay que mezclar con $2 + 1 = 3$ botes de pintura amarilla.

Botes de pintura roja	Botes de pintura amarilla
6	2
3	1
9	3

$6 + 3$ (indicado a la izquierda) y $2 + 1$ (indicado a la derecha)

Cálculo del valor unitario. Se calcula el costo de un gramo de queso y este costo se multiplica por el número de gramos cuyo costo se desea saber. El costo de un gramo de queso se obtiene dividiendo 50 entre 250, es $\frac{1}{5}$ o su equivalente 0.2. El costo de 665 gramos es $665 \times \frac{1}{5} = 133$ pesos.

Gramos de queso	Precio (\$)
250	50
1	0.2
665	133

$\div 250$ (indicado a la izquierda y derecha) y $\times 665$ (indicado a la izquierda y derecha)

Constante de proporcionalidad. Si por 6 botes de pintura roja se pusieron dos botes de pintura amarilla, la constante de proporcionalidad es 2 entre 6, $\frac{2}{6}$ o lo que es lo mismo $\frac{1}{3}$. Entonces, la cantidad de pintura amarilla siempre es la tercera parte de la cantidad de pintura roja. Así, para 2

botes de pintura roja se requiere la tercera parte de pintura amarilla, es decir, $\frac{2}{3}$ de bote.

$$\times \frac{1}{3}$$

Botes de pintura roja	Botes de pintura amarilla
6	2
2	$\frac{2}{3}$

Si en la puesta en común de resultados surge la regla de tres, se aceptará como un procedimiento más.

El uso de un procedimiento u otro varía según sean los números involucrados. En las puestas en común es importante analizar en cuáles casos conviene usar uno u otro. Es muy probable que surjan los números decimales que corresponden a las fracciones, esto será útil para continuar trabajando este tipo de números.

Pautas para la evaluación formativa

- Identifique el razonamiento que siguen los alumnos para resolver los problemas:
 - ✓ razones internas,
 - ✓ suma término a término,
 - ✓ valor unitario,
 - ✓ constante de proporcionalidad.
- Ubique a quienes aún no pueden resolver estos problemas porque no usan alguno de los procedimientos mencionados o porque usan un razonamiento aditivo (usan sumas o restas en lugar de multiplicaciones o divisiones). Los alumnos que aún usan un razonamiento aditivo son los que en la sesión 3 crearán, erróneamente, que la tabla de las edades de Juan y Paco es de proporcionalidad, apoye a estos alumnos con las recomendaciones del siguiente apartado.

Cómo apoyar

Para quienes consideran que la tabla de Juan y Paco es de proporcionalidad, puede preguntar:

cuando Juan tenga 10 años, ¿cuántos años va a tener Paco?, ¿y cuando Juan tenga el doble, es decir 20 años, Paco va a tener el doble? O bien, solicite que dividan las cantidades de la segunda columna entre su correspondiente en la primera: ¿da siempre el mismo número?

Para quienes les cuesta trabajo calcular el valor faltante, puede simplificar las cantidades. Por ejemplo, en la sesión 1 puede proponer primero números que sean múltiplos de 250 gramos (500 gramos, 750 gramos, 1000 gramos, 1500 gramos). Luego proponer los que son divisores (25 gramos, 50 gramos). En seguida, propóngales combinaciones de estos números, por ejemplo: 525 gramos, 75 gramos, 575 gramos, etc. Para los problemas de las mezclas de pintura puede proceder de una manera similar, proponiendo primero múltiplos o divisores del número de botes de una pintura y luego combinaciones de esos números.

¿Cómo extender?

Proponga otras cantidades que no sean múltiplos, ni divisores ni combinaciones de ellos. Por ejemplo: ¿cuánto costarán 701 gramos de queso?, ¿cuántos gramos puedo comprar con 39 pesos? En el caso de los botes de pintura proceda de manera similar: ¿cuántos botes de pintura amarilla le tengo que poner a 31 botes de pintura azul para obtener el mismo tono de pintura verde que obtuvo María?

Con el fin de que se aprecie la relación estrecha entre la matemática y la realidad, es importante hablar de la pertinencia de los cálculos anteriores.

Comente con los alumnos la importancia de hacer cálculos precisos: mientras que en el primero tal vez no afecte el precio de un gramo más, en el caso de la pintura esta variación puede influir en el tono que se obtiene. Incluso, se puede hablar acerca de que, con las básculas digitales, un gramo influye en el pago final.

■ Para terminar

Plantea una situación en la que haya dos cantidades cuya relación sea de variación directamente proporcional. Construye una tabla con otros valores que ejemplifiquen la situación y justifica que la tabla que construiste corresponde a la variación proporcional directa.



Tiempo de realización	Dos sesiones.
Eje temático	Número, algebra y variación.
Tema	Ecuaciones.
Aprendizajes esperados	Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.
Intención didáctica	Que el alumno represente las relaciones entre dos cantidades mediante ecuaciones e interprete la igualdad como equivalencia entre las expresiones encontradas.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	<p>Audiovisuales Sesión 1: <i>Ecuaciones a nuestro alrededor</i> Sesión 2: <i>Del lenguaje común al lenguaje algebraico</i></p> <p>Informático Sesión 2: <i>Exprésalo mediante una ecuación</i></p>
Materiales de apoyo para el maestro	<p>Bibliográficos <i>Orientaciones didácticas de SEP</i>, pp. 189-190. Khan Academy (2019). <i>Cómo escribir expresiones básicas con variables</i>. Disponible en https://es.khanacademy.org/math/algebra-basics/alg-basics-algebraic-expressions/modal/a/writing-basic-algebraic-expressions Expil (2019). Disponible en https://www.expil.com/t/describing-patterns-with-rules-4118?type=explanation Expil (2019). <i>Traducción de matemáticas a palabras</i>. Disponible en https://www.expil.com/t/math-to-words-4117</p>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

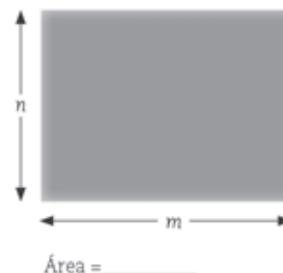
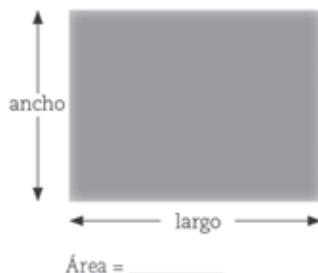
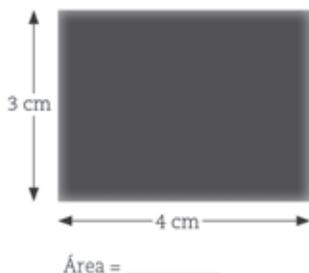
- Sesión 1: Usen lenguaje algebraico para expresar problemas en diversos contextos.
- Sesión 2: Representen con una ecuación problemas en los que se conoce el perímetro de una figura y una de las dimensiones, y la resuelvan con procedimientos propios.

Acerca de...

En primaria los alumnos tuvieron un primer acercamiento a las ecuaciones al resolver igualdades en las que se desconoce un valor que deben calcular, aunque en ese nivel escolar no se usa el término ecuación y no representan el valor desconocido con una literal.

1. Resuelve en pareja esta actividad y las cuatro siguientes.

En cada rectángulo completan lo que tienen que multiplicar para encontrar el área representada.



En esta secuencia se introduce la noción de ecuación a partir de situaciones que permitan:

- Identificar cantidades conocidas y desconocidas.
- Escribir una ecuación que modele o represente las relaciones entre dichas cantidades, así como interpretar la igualdad como la equivalencia entre las expresiones encontradas.

Se aborda el tema mediante el cálculo de áreas y perímetros de rectángulos debido a la familiaridad que los alumnos tienen con ellos.

Sobre las ideas de los alumnos

Es importante considerar que esta será la primera secuencia en la que los alumnos usen literales para representar cantidades desconocidas, asimismo empezarán a hacer sumas de literales al simplificar las expresiones que resulten en el cálculo de perímetros.

También empezarán a usar el signo "igual" de una manera distinta a la que generalmente usaron en primaria: para expresar la equivalencia entre dos expresiones.

El uso de literales, sumarlas y el significado del signo "igual" en las ecuaciones pueden representar un reto cognitivo importante para los alumnos: se pasa del ámbito aritmético al algebraico. A lo largo de estas sesiones, tómelolo en cuenta.

¿Cómo guío el proceso?

En la actividad 1 de la sesión 1, los alumnos primero calcularán el área de un rectángulo (3 cm × 4 cm), luego enunciarán con palabras la fórmula (largo por ancho) y, finalmente, representarán el área de un rectángulo con literales ($m \times n$). Es casi seguro que anotarán $\text{Área} = m \times n$ porque du-

rante su educación primaria para multiplicar dos cantidades usaron el signo \times como "por". Esto es correcto, no tiene que corregirlos, en la puesta en común podrá comentar lo enunciado en el recuadro de información acerca del uso del signo "por" entre dos literales.

En la actividad 2 entran ya, propiamente, al ámbito de las ecuaciones. Si bien se espera que al completar la expresión:

$$7 \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

Anoten:

$$7 \times a = 14$$

es muy probable que algunos alumnos anoten directamente:

$$7 \times 2 = 14$$

lo cual también es correcto. En la puesta en común podrá comentar ambas notaciones y mencionar que la primera recibe el nombre de ecuación y suele escribirse como $7a = 14$. No se espera que los alumnos apliquen alguna de las maneras convencionales de resolver esta ecuación, se trata de que empleen procedimientos propios (ensayo y error, cálculo mental, quizás operaciones inversas: dividir el área entre la dimensión que se conoce, etcétera). Lo anterior aplica para las actividades 3 y 4 de la misma sesión.

En la sesión 2, además de trabajar con ecuaciones se da otro paso hacia el álgebra: simplificar términos semejantes en casos sencillos. El contexto elegido es el perímetro, los alumnos han calculado perímetros (tanto sumando como multiplicando), así que el paso que ahora tienen que dar es expresar esas sumas y multiplicaciones usando primero números y luego literales (en los incisos a) y b) de las actividades 1 y 2). Las otras preguntas de esta sesión van encaminadas a la resolución de ecuaciones. Si los alumnos no representan las situaciones usando una ecuación

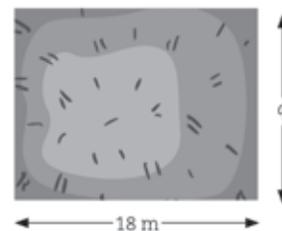
4. Un terreno mide 18 metros de largo y tiene un área de 126 metros cuadrados. Si representamos con la letra q el ancho:

- a) Completen las siguientes expresiones:

$$\text{largo} \times \text{ancho} = \underline{\quad}$$

$$18 \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

- b) ¿Cuánto vale q ? $\underline{\quad}$



no los fuerce: usted puede hacerlo en la puesta en común si nadie más las propone. Recuerde que es un primer acercamiento.

Pautas para la evaluación formativa

Observe el trabajo de los alumnos para detectar sus dificultades o errores, por ejemplo, si no recuerdan cómo calcular el área de un rectángulo o el perímetro de las figuras que se trabajan en la sesión 2. En este caso pueden recordar en grupo cómo se calculan estas dos magnitudes.

Las dificultades acerca del planteamiento de las ecuaciones o de simplificar literales son inherentes al estudio de este contenido, no espere que todos los alumnos puedan trabajar con literales de manera correcta desde la primera ocasión, esto se logrará a lo largo de las secuencias en las que se trabajan contenidos algebraicos.

¿Cómo apoyar?

Si observa que algunos estudiantes no saben qué hacer, puede sugerir que identifiquen las dimensiones que tienen que multiplicar o sumar, para que a partir de ahí puedan plantear el área o el

perímetro de las figuras usando las literales correspondientes.

Apóyelos comentándoles que para referirse a un valor desconocido se usan literales y que como no saben su valor reciben el nombre de **incógnitas**. También es recomendable darles más ejercicios numéricos porque están más familiarizados con el trabajo con números que con letras y cuando note que han obtenido mayor dominio y confianza para expresar perímetros o áreas con números, entonces pase al uso de literales.

¿Cómo extender?

Puede solicitar que creen y combinen expresiones sencillas como: cuatro veces un número ($4x$), el producto de dos números (kz), un número aumentado en tres unidades ($f + 3$) o un número disminuido en dos unidades ($g - 2$); etcétera.

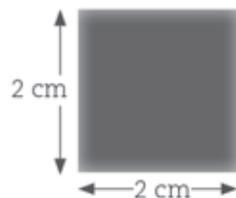
Además de ello, puede organizar al grupo en equipos de tres o cuatro integrantes y organizar una competencia, indíquele a cada equipo que formulen cuatro o cinco expresiones verbales y algebraicas diferentes para que los otros equipos traten de traducirlas, ya sea al lenguaje algebraico o al verbal, dependiendo de cada caso.

Sesión
2

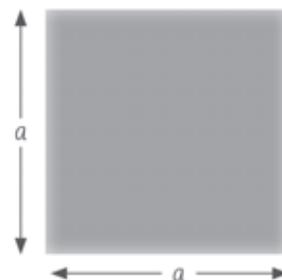
Perímetros y ecuaciones

1. Resuelve en pareja esta actividad y las siguientes.

a) En cada cuadrado anoten la suma que se tiene que hacer para calcular el perímetro.



Perímetro = _____



Perímetro = _____

Secuencia 9

Existencia y unicidad 1 (LT, pp. 62-67)

Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Forma, espacio y medida.
Tema	Figuras y cuerpos geométricos.
Aprendizajes esperados	Analiza la existencia y unicidad en la construcción de triángulos y cuadriláteros, y determina y usa criterios de congruencia de triángulos.
Intención didáctica	Que los alumnos hagan razonamientos deductivos acerca de las relaciones de igualdad de los ángulos opuestos por el vértice cuando dos rectas se cortan y de los ángulos correspondientes, alternos internos y alternos externos que se forman cuando dos rectas se cortan por una transversal.
Materiales impresos u objetuales para el alumno	Juego de geometría y tijeras.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	<p>Audiovisuales Sesión 1. <i>Geometría</i> Sesión 2. <i>Ángulos entre paralelas</i> Sesión 3. <i>Cómo probar hipótesis</i> Sesión 3. <i>Geogebra</i></p> <p>Informático Sesión 2. <i>Ángulos entre paralelas</i></p>
Materiales de apoyo para el maestro	<p>Audiovisual <i>Ángulos entre paralelas cortadas por una recta</i></p> <p>Bibliográfico García, S. y López O. (2008). <i>La enseñanza de la geometría</i>. México, INEE (Disponible en www.inee.edu.mx)</p>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

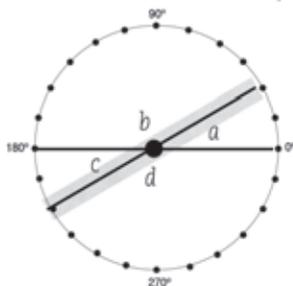
- Sesión 1. Deduzcan la igualdad de los ángulos opuestos por el vértice.
- Sesión 2. Deduzcan la igualdad de los ángulos correspondientes, alternos internos y alternos externos que se forman cuando dos rectas se cortan por una transversal.

1. Reúnete con otro compañero para efectuar todas las actividades de esta sesión.

Para comprobar su hipótesis anterior realicen lo siguiente.

a) Recorten una tira de papel que mida 8 cm de largo por 0.5 cm de ancho.

Tracen una recta que la divida en dos partes a lo largo. Marquen el centro con un punto, tal como se ilustra a continuación.



b) Para llevar a cabo lo que se pide en el inciso c), van a colocar en la imagen de la siguiente página la tira en el transportador, de tal manera que formen cuatro ángulos *a*, *b*, *c* y *d*, como se muestra en esta imagen.



- Sesión 3. Resuelvan situaciones problemáticas que implican hacer razonamientos deductivos.

Acerca de...

Esta secuencia es la primera de tres correspondientes a Geometría. En todas las de esta rama de las matemáticas se trabajan dos aspectos importantes: el informativo y el formativo. Con respecto al aspecto informativo, los objetos geométricos a trabajar en esta primera secuencia son ángulos opuestos por el vértice, correspondientes entre paralelas, alternos internos y alternos externos. En el aspecto formativo se pretende que los alumnos se inicien en el razonamiento deductivo, haciendo sencillas deducciones que involucran este tipo de ángulos. Aprenderán a hacer hipótesis y a tratar de probarlas, en algunas ocasiones con procedimientos empíricos como medir o superponer figuras y en otras, con razonamientos deductivos.

En primaria los alumnos usaban pruebas empíricas para comprobar algunas de sus hipótesis, por ejemplo, si pensaban que dos figuras eran iguales bastaba con medir sus lados, sus ángulos o recortarlas y ponerlas encima una de la otra para probar la igualdad. En esta secuencia los alumnos darán un paso más: podrán hacer uso de pruebas empíricas en un primer momento, pero poco a poco las abandonarán en favor del desarrollo de razonamientos deductivos para probar sus hipótesis.

Sobre las ideas de los alumnos

Los alumnos han trabajado en primaria la noción de ángulo y su medida. Es un error común pensar que la medida de un ángulo depende de la longitud de sus lados, piensan por ejemplo que el ángulo de la izquierda es menor que el de la derecha,



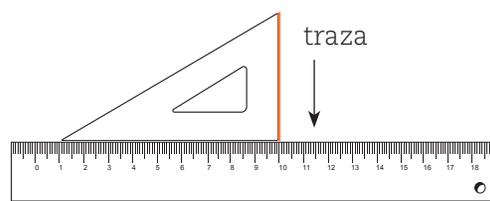
cuando en realidad son de la misma medida porque en un ángulo lo que se debe considerar es la abertura entre los lados.

Cómo guío el proceso

Como recomendación general para toda la secuencia, es importante que los alumnos adquieran la costumbre de comenzar con una hipótesis: ¿qué piensas acerca de...? ¿qué crees...? ¿serán iguales o no?, y que después argumenten sus respuestas. Las tres sesiones que son parte de la secuencia así se conformaron.

En la sesión 1 se pide que hagan una hipótesis acerca de la relación entre las medidas de los ángulos opuestos por el vértice; puede anotar la hipótesis de los alumnos en el pizarrón, luego invitarlos a que realicen la actividad del transportador y vean si se cumple. Observe que esta es una comprobación empírica (miden); no será sino hasta la tercera sesión cuando conocerán otra forma de probar que los ángulos opuestos por el vértice son iguales, pero por el momento es suficiente con la medida.

Para la sesión 2, verifique que, efectivamente trazan las rectas paralelas y la transversal, hacen el corte que se pide y superponen los ángulos correspondientes. Una dificultad que pueden enfrentar los alumnos es que no recuerden cómo se trazan las rectas paralelas, en grupo puede recordarles cómo se hace; se sugiere que las tracen con una escuadra que se desliza sobre la regla.



En la sesión 3, los alumnos pasarán de los casos particulares que trabajaron en las primeras dos sesiones a casos generales, donde para probar las relaciones entre las medidas de los ángulos ya no miden, ni recortan y superponen sino que dan argumentos geométricos. Es probable que para muchos de ellos no sea algo sencillo, también es factible que ellos no vean la necesidad de probar algo "que ven"; es una idea normal que forma parte del proceso para desarrollar el razonamiento deductivo, no espere que desde el principio todos puedan hacer este tipo

de razonamientos y encontrarles sentido, poco a poco lo lograrán.

Pautas para la evaluación formativa

Observe si los alumnos pueden:

- Trazar rectas paralelas o medir ángulos.
- Comunicar cómo deducir la igualdad de los ángulos opuestos por el vértice.
- Plantear problemas a partir de casos en los que se dan las medidas de los ángulos.
- Trabajar con casos generales en los que en lugar de medidas de ángulos, los nombra con letras o números y prueba la relación entre ellos.
- Comunicar cómo deducir la igualdad de los ángulos correspondientes, alternos internos y alternos externos que se forman cuando dos rectas se cortan por una transversal.
- Resolver situaciones problemáticas que impliquen hacer razonamientos deductivos.

Cómo apoyar

En los casos en que la dificultad está en un saber previo que los alumnos no han dominado, como trazar rectas paralelas o usar el transportador para medir ángulos, se recomienda recordar en grupo cómo se trazan paralelas y cómo se miden ángulos.

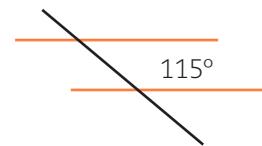
En el caso de los errores aritméticos puede permitir el uso de la calculadora, pues el propósito de esta sesión no es que los alumnos se pierdan en esos cálculos.

Más complejo es intervenir cuando el problema se halla en las deducciones. Una posible acción

puede ser que formen parejas con un alumno a quien se le facilite este tipo de razonamientos para que explique lo que hace al compañero a quien se le dificulta, muchas veces la comunicación entre pares es más efectiva que la de maestro-alumno.

También puede plantear problemas de casos concretos, es decir, casos en que se dan las medidas de los ángulos. Por ejemplo, primero casos de dos rectas que se cortan, se da el valor de uno de los ángulos y los alumnos calculan los otros tres. Luego se pasa a ejercicios como el siguiente:

Anota la medida de todos los ángulos.

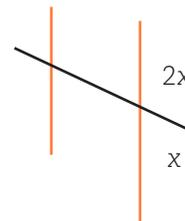


Y finalmente trabajar el caso general en el que en lugar de medidas de ángulos estos se nombran con letras o números y se pide a los alumnos que prueben la relación entre los ángulos.

Cómo extender

Proponga ejercicios donde los alumnos apliquen sus conocimientos de ecuaciones, ya sea verbalmente o con diagramas, por ejemplo:

Encuentra la medida de todos los ángulos.



7. Comparen sus razonamientos con los de otros en el grupo. Analicen y comenten en grupo la siguiente información.

Una manera de probar si dos ángulos son iguales es poniendo uno encima de otro para ver si coinciden. Otra manera es midiéndolos. En ambos casos hay imprecisiones y además sólo se está probando la igualdad para ese par de ángulos en particular. Cuando haces razonamientos como los que hiciste en esta sesión pruebas la igualdad para cualquier medida de los ángulos; observa que no fue necesario saber cuánto medían para probar que son iguales.



Secuencia 10

Perímetros y áreas 1 (LT, pp. 68-75)

Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Forma, espacio y medida.
Tema	Figuras y cuerpos geométricos.
Aprendizajes esperados	Calcula el perímetro de polígonos y del círculo, y áreas de triángulos y cuadriláteros desarrollando y aplicando fórmulas.
Intención didáctica	Que los alumnos deduzcan y expresen las fórmulas para obtener el perímetro de figuras geométricas.
Materiales impresos u objetuales para el alumno	Juego de geometría, hojas y <i>software</i> geométrico.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	Audiovisuales Sesión 1. <i>Obtención del perímetro en la antigüedad</i> Sesión 2. <i>Concepto de perímetro</i> Sesión 3. <i>Conocer el número π</i>
Materiales de apoyo para el maestro	Audiovisual <i>El perímetro en las figuras geométricas</i>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Reconozcan la conservación del área en figuras geométricas y calculen el área a partir de una unidad de medida arbitraria. Calculen el área de una figura geométrica a partir de recubrirla con unidades de área determinadas.
- Sesión 2. Construyan fórmulas para calcular el área del romboide y rombo a partir de la fórmula del área del rectángulo.
- Sesión 3. Construyan fórmulas para calcular el

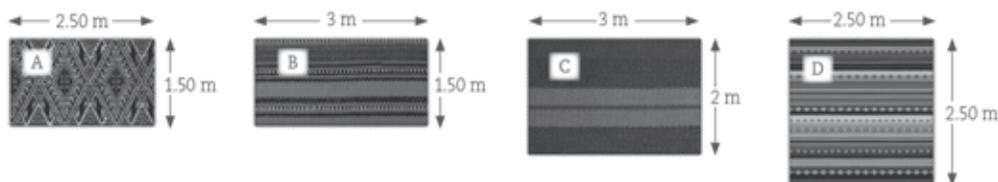
área del trapecio a partir de la fórmula del área del rectángulo o del romboide.

Acerca de...

En primaria los alumnos usaron procedimientos para estimar, comparar y determinar el perímetro de cuadrados, rectángulos, triángulos, rombos, romboides y trapecio. En este grado los alumnos deberán deducir la forma de determinar el perímetro de cualquier polígono y expresarlo de manera general, lo cual se vincula con el eje de Número,

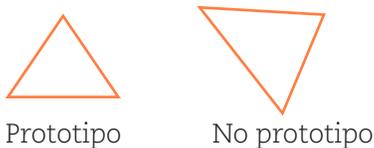
1. Resuelve individualmente.

Laura va a poner un tapete en la sala de su casa. Aún no decide de qué tamaño lo quiere y va a probar con varias medidas. Utilizó una cintilla engomada para marcar el límite que ocuparía cada tapete.



álgebra y variación, de modo que en esta secuencia el contenido se aborda así:

Al inicio de cada sesión el estudiante explorará la obtención o cálculo del perímetro en cada tipo de figura –triángulo, cuadrado, rectángulo, rombo, romboide, trapecio, pentágono, hexágono y círculo– y además se pretende que, a partir de las dimensiones de los lados, identifique regularidades. En las actividades posteriores se busca que pueda hacer una generalización a través de expresar la fórmula del perímetro para cada tipo de figura que se aborda. Dos variables están en juego: las dimensiones de los lados y la posición de las figuras geométricas; esta última busca romper con los prototipos con los que se asocia a las figuras y generar una imagen conceptual completa de cada una de ellas. Las figuras prototipo que comúnmente se trabajan en el aula siempre están apoyadas sobre uno de sus lados, éstas sirven como imágenes de referencia con las que el alumno puede comparar imágenes nuevas. Por tal razón, es de suma importancia incorporar y ofrecer una variedad de imágenes conceptuales **no prototipo**. Las figuras que se trabajan en la secuencia son no prototipo.



Al representar las dimensiones de los lados de las figuras geométricas con literales y no con números se propone el tránsito de la representación numérica a la algebraica. Después se da paso a la deducción de una expresión general (fórmula) para obtener el perímetro de las diversas figuras geométricas.

Sobre las ideas de los alumnos

Las concepciones erróneas con relación al perímetro son:

- Confundir el perímetro de una figura geométrica con su área.
- Tomar la altura del triángulo como su lado.
- Confundir las características de una figura geométrica con otra.

- Emplear fórmulas que no corresponden con la figura geométrica.
- Inventar fórmulas considerando los elementos geométricos que se encuentren presentes.
- Emplear lenguaje verbal en discordancia con la expresión algebraica que representa al perímetro.

¿Cómo guío el proceso?

Inicie la secuencia preguntando a los alumnos: ¿Qué es el perímetro? Puede referir ideas como: la palabra perímetro proviene del griego peri (alrededor) y metro (medida). El perímetro implica medir el contorno de una forma.

Sesión 1. En la actividad 2 haga notar al alumno, que cuando el largo y ancho del rectángulo son iguales, se forma un cuadrado. El alumno debe identificar que en este caso existe el acuerdo de que los lados se denoten por l , que corresponde a la dimensión del lado, pues la base y el ancho tienen la misma medida. El cuadrado es un caso particular del rectángulo.

Ponga especial cuidado en los siguientes aspectos:

- Las dimensiones de las figuras geométricas se representan por literales. Si bien pueden emplear cualquier literal, se busca que sea una que se relacione con lo que representa. Ejemplo: b para la base o a de ancho. No obstante, los alumnos deben comprender que no importa la literal sino lo que se está representando.

Omitir algunas dimensiones de la figura geométrica y sólo considerar aquellas que tienen asociada una literal.

Representar de diferentes formas el perímetro de las figuras geométricas. Ejemplo: **Rectángulo**: $b + b + a + a$, $2(b + a)$, $2(l + a)$, $2b + 2a$, $2l + 2a$; **Cuadrado**: $4l$, $4 \times l$, $l + l + l + l$, $2a + 2b$, con a y b iguales, entonces es igual a $4a$ o $4b$. Haga mención que estas formas de representación son equivalentes, y se denominan expresiones equivalentes.

Sesión 2. En la actividad 4, permita que los alumnos exploren cuáles expresiones son equivalentes entre sí. Analice cuáles son las relaciones que existen entre los lados de los cuadriláteros para que las expresiones sean equivalentes.



Sesión 3. Se obtiene el perímetro de figuras de cinco o más lados, manteniendo la misma longitud en todos los casos. Con ello, el alumno puede observar que el perímetro aumenta porque aumenta el número de lados cuando la longitud del lado se mantiene constante. Cuando el número de lados en el polígono regular aumenta, tiende a la forma de un círculo. De esta manera se introduce el círculo. También, se conoce el número pi (π) como la razón entre el perímetro y el diámetro de circunferencia. Elemento necesario para construir una expresión general que defina el perímetro del círculo. La circunferencia se define como el contorno del círculo, o bien como su perímetro.

Pautas para la evaluación formativa

Considere si los alumnos:

- Identifican los elementos geométricos involucrados en una determinada figura, y los interpretan en la fórmula del perímetro que le corresponde.
- Interpretan las expresiones verbales usadas en diversos ámbitos de la vida cotidiana que hacen referencia al perímetro.
- Emplean diversas literales para representar las dimensiones y perímetro de las figuras geométricas.
- Argumentan y describen los procedimientos empleados en la deducción de fórmulas del perímetro de cada figura geométrica.

¿Cómo apoyar?

Si los alumnos no saben qué hacer, pida que identifiquen los elementos geométricos de cada

figura y que los comparen, observarán cuales son las características que tiene cada figura y eso les permitirá comprender la manera de obtener su perímetro. De ello, depende la interpretación de dichos elementos en la fórmula.

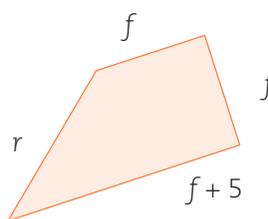
No basta con que el estudiante diga el nombre de la figura, sino que reconozca el aspecto que la caracteriza, como la forma, la longitud de lados, la medida de ángulos, o las propiedades y relación de sus lados.

Revise y analice continuamente con los alumnos las expresiones generales que se deduzcan para el perímetro de las figuras. Por ejemplo: propicie que los alumnos expresen de manera coloquial las diferentes fórmulas. Determinen cuáles expresiones puede emplearse para diferentes tipos de figuras.

¿Cómo extender?

Plantee problemas verbales como:

Observa la figura.



- ¿Qué representa $f + 5$ en la figura?
- ¿Cuál es la expresión que representa su contorno?
- Si $f = 2.5$ m y $r = 7.3$ m, ¿cuánto mide el contorno de la figura?

Las expresiones generales o fórmulas para obtener el perímetro de los cuadriláteros que tienen sus cuatro lados iguales, como el cuadrado o el rombo, es:

$$P = l + l + l + l = 4l$$



Secuencia 11

Volumen de prismas 1 (LT, pp. 76-81)

Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Forma, espacio y medida.
Tema	Magnitudes y medidas.
Aprendizajes esperados	Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero, desarrollando y aplicando fórmulas.
Intención didáctica	Que los alumnos construyan y usen la fórmula para calcular el volumen de prismas rectos rectangulares.
Materiales impresos u objetuales para el alumno	Juego de geometría, plastilina, tijeras y pegamento.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	Audiovisuales Sesión 1. <i>El volumen</i> Sesión 2. <i>¿Por qué el cubo?</i> Sesión 3. <i>El volumen de prismas rectangulares</i> Sesión 3. <i>Métodos para calcular el volumen</i>
Materiales de apoyo para el maestro	Audiovisuales <i>Volumen.</i> <i>La enseñanza del volumen. ¿Por dónde empezar?</i> Bibliográfico Sáiz Roldán, M. <i>El volumen. ¿Por dónde empezar?</i> Disponible en http://www.matedu.cinvestav.mx/~maestriaedu/docs/asig4/ConfMagist.pdf

¿Qué busco?

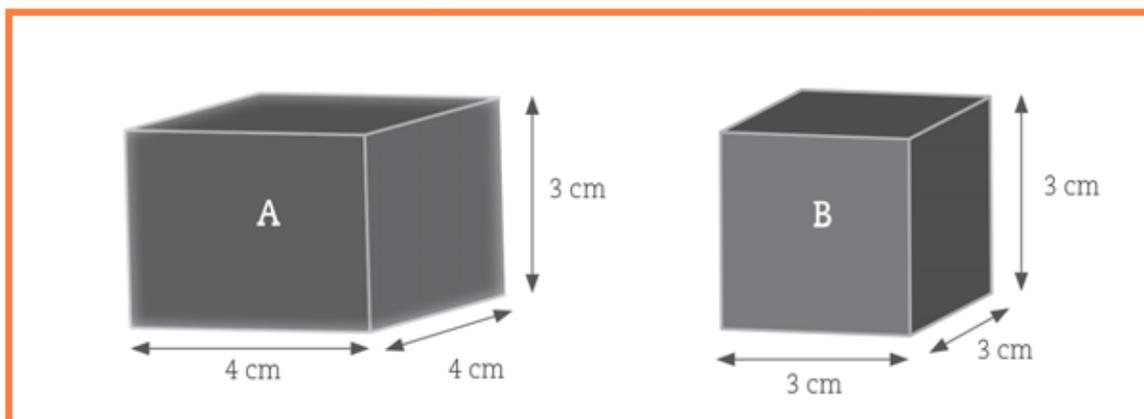
Que los alumnos:

- Sesión 1. Explore la noción de volumen y la distingua de la de peso.
- Sesión 2. Comparen volúmenes y determinen cuál es mayor o menor a partir de la transformación de un prisma en otro o del conteo de las unidades cúbicas que lo forman.

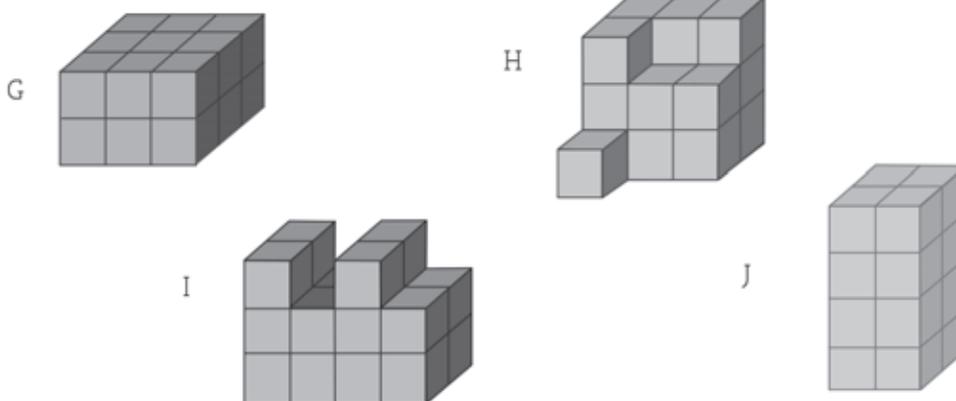
- Sesión 3. Deduzcan y usen la fórmula para calcular el volumen de prismas rectos rectangulares.

Acerca de...

Es muy importante que antes de que los alumnos construyan fórmulas y calculen volúmenes de prismas trabajen el concepto de volumen y lo diferencien de otras cualidades de los objetos.



2. Los siguientes cuerpos están hechos con cubos del mismo tamaño.



Las cualidades de un objeto que son susceptibles de medirse reciben el nombre de **magnitudes**, el volumen es una magnitud como lo son la longitud, la superficie, el peso y la capacidad. En esta secuencia los alumnos trabajarán la percepción del volumen de los objetos en general y de los prismas en particular. En las actividades de la primera y segunda sesiones los alumnos pondrán en juego los saberes previos acerca de la comparación de objetos por su volumen y de la determinación de éste por conteo de unidades cúbicas.

En la tercera sesión conocerán el centímetro cúbico como una unidad para medir volúmenes y calcularán el volumen de prismas rectos rectangulares, tanto por conteo de unidades cúbicas como por medio de la fórmula.

Sobre las ideas de los alumnos

Algunos alumnos pueden confundir el volumen de un cuerpo con su peso, por ejemplo, pensar que si un cuerpo tiene mayor volumen que otro también pesa más, sin considerar el material del que están hechos. También pueden confundir el volumen con la capacidad, si bien estas dos magnitudes están íntimamente relacionadas, no son lo mismo. Mientras que todos los objetos tienen volumen (porque ocupan un espacio) no todos tienen capacidad, esta cualidad sólo la tienen cuerpos que son recipientes, es decir, que pueden contener algo. La capacidad se estudiará en la secuencia 34.

En los dibujos de prismas formados por cubos, es muy común que los alumnos sólo cuenten los cubos que se ven en el dibujo y no tomen en cuenta los que están, pero no se ven; tenga en mente este factor al resolver las actividades con este tipo de dibujos.

¿Cómo guió el proceso?

En la sesión 1, vea si los alumnos ordenan los objetos correctamente de acuerdo con su volumen.

Cuando tengan dos objetos cuyo volumen sea semejante, propicie el diálogo acerca de cómo determinar cuál tiene mayor o menor volumen. No obstante, no es objetivo de esta primera sesión medir ni calcular volúmenes, se trata de estimarlos para que los alumnos perciban esta magnitud y la diferencien de otras cualidades de los objetos.

En la sesión 2, analice si cuentan los cubos considerando también los que no se ven.

Es muy importante que los alumnos efectivamente construyan sus cubos y se reúnan en equipo para armar los prismas propuestos. El trabajo en concreto con los cubos ayuda a formar el concepto de volumen antes de pasar a la abstracción de los dibujos (representación plana de prismas) y, sobre todo, de las fórmulas. Es necesario que los alumnos tengan la experiencia de construir prismas con los cubos.

En la tercera sesión los alumnos darán un paso difícil: transitarán del conteo de cubos a la determinación de la fórmula. Si bien, al trabajar con cubos,

han tenido la experiencia de observar que el volumen de los prismas rectos rectangulares se puede calcular contando el número de cubos por piso y multiplicando este número por el número de pisos, es importante tener en cuenta que la fórmula tiene un grado de abstracción mucho mayor porque ahora están multiplicando tres medidas lineales para obtener el volumen, cuestión que no es sencilla de comprender. Tome en cuenta esto cuando los alumnos están resolviendo la actividad 3. Valore si llegan al procedimiento pedido en la actividad 4, de no ser así, pida que lean la información del recuadro, que le comenten lo que entendieron y que den ejemplos que ellos mismos propongan.

Pautas para la evaluación formativa

Observe que los alumnos puedan:

- Construir fórmulas y calcular volúmenes de prismas.
- Entender el concepto de volumen y lo diferencien de otras cualidades de los objetos.
- Comparar objetos por su volumen y de la determinación de éste por conteo de unidades cúbicas.
- Conocer el centímetro cúbico como una unidad para medir volúmenes y calcular el volumen de prismas rectos rectangulares, por conteo de unidades cúbicas y por medio de fórmula.

¿Cómo apoyar?

En la sesión 1 puede iniciar con objetos cuyo volumen sea notoriamente diferente e ir in-

corporando objetos con volumen parecido; no obstante, recuerde que se trata de un trabajo de estimación, los alumnos **no** deben tomar medidas ni calcular volúmenes todavía. Por otra parte, si observa que tienen dificultad para comprender la diferencia entre el volumen y el peso de los cubos, haga una demostración con objetos reales, de tal manera que se percaten que un objeto de menor volumen puede ser más pesado que otro de mayor volumen, por lo que el volumen no está directamente relacionado con el peso.

En la sesión 2 los alumnos deben considerar los cubos que no son visibles, si esto no se logra será necesario que se recurra a material concreto para reproducir los cuerpos dibujados.

Con base en este trabajo los alumnos podrán llegar con mayor facilidad a la obtención de la fórmula en la sesión 3.

¿Cómo extender?

Proponga ejercicios donde sólo se den las medidas de los prismas rectos rectangulares en centímetros y que los alumnos calculen su volumen. También puede proporcionar el volumen y dos dimensiones y que los alumnos calculen la otra dimensión, por ejemplo:

Una caja en forma de prisma rectangular tiene un volumen de 56 cm^3 , si el ancho mide 2 cm y el largo 4 cm, ¿cuánto mide de altura?

3. Considera los siguientes prismas.

The diagram shows four rectangular prisms labeled K, M, L, and N. Prism K is a 3x3x3 cube. Prism M is a 3x2x1 prism. Prism L is a 3x2x2 prism. Prism N is a 2x2x2 cube.



Tiempo de realización	Dos sesiones.
Eje temático	Análisis de datos.
Tema	Estadística.
Aprendizajes esperados	Recolecta, registra y lee datos en gráficas circulares.
Intención didáctica	Leer, interpretar y registrar datos presentados en gráficas circulares.
Vínculos con otras asignaturas	Geografía. Se relaciona con el tema "Explotación y aprovechamiento de los minerales".
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	<p>Audiovisual Sesión 1. <i>Elementos de una gráfica circular</i></p> <p>Informático Sesión 2. <i>Lectura e interpretación de gráficas circulares</i></p>
Materiales de apoyo para el maestro	<p>Audiovisual <i>Lectura e interpretación de gráficas circulares</i></p> <p>Bibliográficos Arteaga, P., et al. (2011). "Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales", en <i>Números</i>, vol. 76, núm. 1, pp. 55-67. Batanero, C. et al. (2010). "Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas", en <i>Enseñanza de las Ciencias</i>, vol. 28, núm. 1, pp. 141-154.</p>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Lean e interpreten los datos que se presentan en gráficas circulares.
- Sesión 2. Completen la construcción de gráficas circulares.

Acerca de...

Existe la necesidad actual de que las personas sean capaces de manejar y tratar con diversos tipos de datos estadísticos y sus representaciones, las cuales están presentes en distintos medios con los que tienen contacto.

Por ello, es deseable que los estudiantes sean capaces de interpretar y evaluar críticamente datos estadísticos, así como utilizar argumentos apoyados en ellos o en los resultados de fenómenos aleatorios. También es importante que sean capaces de analizar o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas. En

esta secuencia los alumnos deben realizar actividades de lectura de gráficas circulares, las cuales inician con la identificación del tema al que refieren los datos, a partir de interpretar el significado del título y las etiquetas, luego se interpretan las características representadas y sus escalas, para finalmente hacer una correspondencia entre el valor de cada característica, propiedad o atributo representado y sus relaciones con los otros. En general, observamos que la lectura del gráfico también implica una actividad de traducción.

En la primaria los estudiantes han leído e interpretado información en gráficas circulares y también han leído y construido tablas de frecuencias absolutas y relativas.

Sobre las ideas de los alumnos

Una de las principales dificultades al leer gráficos circulares y construirlos se presenta entre la relación de proporcionalidad de los datos con respecto a los 360° de la circunferencia que se tiene

que establecer para representar correctamente los datos en la gráfica circular. Por ejemplo, establecer que en la gráfica circular de la población de México, la superficie del círculo representa el todo, es decir, los 120 millones de mexicanos.

En busca de una mejor comprensión de esta situación se propone abordarla desde la lectura e interpretación de las gráficas de sectores considerando contextos sociales y personales que pudieran ser de interés para los estudiantes, como es el tipo de música que escuchan o el número de usuarios de teléfono celular.

En esta secuencia confluyen el uso de números naturales, enteros, fracciones y decimales, así como el cálculo de porcentajes y trazo de ángulos, de manera que si a los alumnos se les dificultan estos contenidos, podrían encontrar obstáculos en la lectura, la interpretación y, especialmente, la construcción de una gráfica circular.

Por ejemplo, en la actividad 1 de la sesión 1, se requiere de un cálculo aritmético que implica aplicar la proporcionalidad. Una dificultad para los estudiantes es identificar que van a calcular el 75% de 80 millones de usuarios.

¿Cómo guió el proceso?

Las actividades de la sesión 1 se centran en la lectura, interpretación y cálculo. En "Para empezar" se presentan dos gráficos circulares que muestran la población mundial y nacional. Cada gráfica muestra la distribución de dos datos, en la primera, están representados por su frecuencia absoluta, particularmente, el número de millones de hombres y mujeres. En la segunda gráfica, los datos corresponden a la población de nuestro país expresados en porcentajes a partir de indicar el total de la población. Será importante destacar cómo aproximadamente el 50% de la población mundial y de la mexicana es mujer (o es hombre), aunque en cada caso son cantidades absolutas diferentes, las gráficas y sus sectores tienen la misma forma porque para construir cada gráfica se estableció la relación de **proporcionalidad** de los datos con respecto a los 360° de la circunferencia y, en esta situación, la proporción de mujeres con respecto a

cada total es aproximadamente igual en ambos casos (50%).

La segunda actividad consiste en leer la gráfica sobre los usuarios de teléfono celular y comprender que está subdividida, pero para contestar las preguntas planteadas no se requiere esa información, sin embargo, sí es parte de la lectura que puede hacerse del gráfico.

En este caso una dificultad para los estudiantes es reconocer que el sector correspondiente a las personas sin celular es la tercera parte de la población total y está vinculado al manejo del área del círculo y a la representación de fracciones.

En la sesión 1 se presentan diferentes datos comparados con respecto a 100 habitantes como total, y se pretende que los estudiantes propongan de manera intuitiva la manera en que cada dato se debe mostrar en una gráfica circular y después reflexionen sobre el tema. Quizá algunos estudiantes establezcan la relación de proporcionalidad y posiblemente utilicen la regla de tres. Se espera que aparezcan expresiones en forma de fracción como $\frac{20}{100}$ o $\frac{25}{100}$, a partir de ellas puede pedir que consideren cómo se representarían en el círculo recordando cómo se hace con las fracciones. Puede ser que alguien mencione que la fracción $\frac{25}{100}$ es equivalente a $\frac{1}{4}$, en ese caso pregunte cómo representar un cuarto en el círculo o cuál es el área del círculo que le corresponde. En cuanto al tercer dato, puede pedir que piensen en el complemento, que en este caso es 80 de 100. Reflexione con ellos sobre el hecho que al representar un dato cualquiera, en realidad se presentan en la gráfica dos datos. En este caso, 20 de 100 personas hablan lengua indígena y 80 no lo hacen. Anímelos a buscar y recolectar otros datos para ser representados en gráficas circulares.

En la actividad 4, para definir y ejemplificar una gráfica circular, analice elemento por elemento para destacar, por ejemplo, que las etiquetas o rótulos de los sectores muestran el valor de la porción (en términos de frecuencia relativa) o porcentaje que corresponde a los atributos, características o propiedades a presentar. Es conveniente comparar y verificar que las gráficas de la actividad 2 y 3 contengan estos elementos, de lo contrario, hay que pedir que los integren.



La sesión 2 se inicia también con una actividad de lectura, interpretación y comparación de gráficas circulares. La principal intención de la sesión es construir este tipo de gráficas. Una de las principales dificultades para hacerlo es establecer la medida de los ángulos de los sectores circulares que se trazarán y que corresponden a los datos a presentar. Sin duda representar 50% o las cantidades que corresponden a la mitad del total por comparar no causará problema, ni las que corresponden al 25%, por ser la cuarta parte del círculo. En cambio, para representar cualquier otra cantidad o porcentaje se requiere establecer la equivalencia entre el 100% de los datos y los 360° de la circunferencia. Como puede observar los porcentajes a trabajar son 75%, 50%, 30%, 20% y 5% para que les sea fácil establecer la relación de proporcionalidad que debe existir entre la medida del ángulo del sector que le corresponde.

%	75	50	30	20	5	1
° (grados)	270	180	108	72	18	3.6

Es conveniente que reconozcan estos valores para que puedan establecer la medida de los ángulos de otros sectores circulares que vayan a representar, por ejemplo, a 35% (30% + 5%) en un gráfico circular le corresponde un ángulo de 126°; a 40% (20% + 20%) le corresponden 144°, e incluso calcular mediante la sustracción el de 15% (20% – 5%) que es de 54°.

Ese es el propósito de la tabla del inciso c) de la actividad 2 y la puede completar con los valores aquí presentados.

Tras haber ejemplificado se propone aplicar la encuesta que generó las primeras gráficas para recopilar datos en su entorno y completar la gráfica circular de la actividad 7.

Pautas para la evaluación formativa

Es importante que observe si los alumnos pueden determinar la parte del círculo que corresponde a los datos que se piden representar en la actividad 2 de la sesión 1. Por ejemplo:

- Identifican un título apropiado.
- Determinan las medidas del ángulo de cada

sector circular que representa proporcionalmente a cada valor por presentar en el gráfico circular, ya sea que estén expresados en frecuencia absoluta, relativa o porcentaje.

¿Cómo apoyar?

Al revisar las respuestas de los estudiantes y observar que tienen dificultades en la lectura y traducción de la información, como puede ocurrir en la actividad 2 de la sesión 1, es posible plantear situaciones cercanas, por ejemplo: del total de alumnos que asiste a su escuela, cuántos tienen 12 años de edad o cuántos nacieron en la misma población, entre otras preguntas; luego puede pedirles que consideren a cuántos les gusta leer en un grupo de 100 alumnos. La cuestión es que para la construcción de una gráfica circular se realicen las mencionadas equivalencias.

Si se pretende completar la construcción de una gráfica circular, como ocurre en la actividad 2 de la sesión 1, y al inicio observa que algunos alumnos no saben qué hacer, para propiciar que actúen pregunte sobre lo que dicen el título de la gráfica y las etiquetas de los rótulos.

Si observa que los alumnos tienen dificultades para trazar los sectores circulares, pida que elaboren tablas que muestren las relaciones proporcionales y tablas de frecuencias absolutas y relativas. Por ejemplo, si el total de alumnos de un grupo a quien se le preguntó el tipo de género musical que le gusta escuchar es de 25, esto implica calcular el ángulo del sector que le corresponde a los 10 alumnos que contestaron o determinar la parte de la superficie del círculo que le corresponde, se verá que es menos de la mitad.

¿Cómo extender?

Sería interesante observar cómo se comporta la gráfica de la población por género en su estado y en sus municipios, para extender o ampliar la primera reflexión de la secuencia y permitir que reconozcan tendencias.

Después podrían leer y contestar los datos referentes a la gráfica que muestra la cantidad de personas que tienen o no celular, a fin de calcular el porcentaje de usuarios que utilizan teléfono.

Tiempo de realización	Dos sesiones.
Eje temático	Análisis de datos.
Tema	Probabilidad.
Aprendizajes esperados	Realiza experimentos aleatorios y registra los resultados para un acercamiento a la probabilidad frecuencial.
Intención didáctica	Conocer diferentes situaciones en las que interviene el azar y realizar algunos experimentos aleatorios para registrar sus resultados y analizar su frecuencia.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	<p>Audiovisuales Sesión 1. <i>¿Qué es el azar? ¿Qué es aleatorio?</i> Sesión 2. <i>Juegos de azar y Matemáticas</i></p> <p>Informático Sesión 2. <i>¿Cuántas veces ocurre?</i></p>
Materiales de apoyo para el maestro	<p>Audiovisuales <i>Incertidumbre, azar y aleatoriedad</i> <i>Utilización de la hoja de cálculo en la probabilidad</i></p>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Distingan situaciones en las que interviene el azar de otras en las que no interviene. Anticipar resultados de una situación aleatoria.
- Sesión 2. Realicen experimentos aleatorios, registren y analicen sus resultados como un acercamiento a la probabilidad frecuencial.

Acerca de...

En esta secuencia se destaca el significado de **azar** y **aleatoriedad**, se establecen diferentes formas de recolectar datos, como la observación, la encuesta y la experimentación para analizar los resultados posibles de una situación o fenómeno azaroso.

También se considera la intuición de los alumnos sobre los posibles resultados antes de realizar las observaciones o experimentos aleatorios, por ejemplo, ¿saben si lloverá hoy? Se reúnen datos a partir de la observación.

Por lo que se refiere a otros eventos propuestos para determinar la escala en que ocurren: poco probable, probable, etcétera, tal vez haya que recopilar datos por medio de una encuesta, como

ocurre con la actividad 3. Y finalmente una manera de hacerse de datos por medio de la experimentación es lo que ocurre en la sesión 2, al lanzar repetidamente un dado y registrar los resultados.

Los alumnos ya han realizado experimentos aleatorios sencillos y han recolectado y registrado los datos. Ahora se busca introducir a los alumnos a la probabilidad frecuencial y la importancia de registrar adecuadamente los datos. Esta secuencia se relaciona con los contenidos de fracciones y decimales, suma y resta de fracciones y decimales positivos, porcentajes, gráficas circulares y proporcionalidad.

Sobre las ideas de los alumnos

Algunos alumnos creen que lo que ocurre en situaciones como las planteadas en la actividad 1 de la sesión 1 son "por suerte o destino". Sin embargo, se espera que sean capaces de comprender que, a pesar de no poder garantizar la ocurrencia de un resultado en particular, sí es posible conocer cuáles son los resultados que pueden ocurrir y cuáles jamás ocurrirán o no se relacionan con el experimento, fenómeno o situación aleatoria. Por

eso se pide al alumno que primero haga predicciones, porque éstas muestran el tipo de ideas que los alumnos tienen del azar.

Otra dificultad que puede presentarse es que consideren sólo una parte de los resultados posibles de un experimento o situación, por eso es importante que realicen los experimentos o juegos de azar propuestos, registren los resultados, los reúnan y los comparen.

¿Cómo guió el proceso?

En la sesión 1, se inicia con el planteamiento de diversas acciones que pueden ocurrir en la vida cotidiana, como en la conducción de un automóvil o en el transcurso de un día, y en las que interviene el azar. Usted además puede plantear una reflexión sobre el tipo de población que está implicada en esta situación (la población con automóvil), sobre los datos que se pueden obtener y de qué forma es conveniente registrarlos. Con esta reflexión también tiene la oportunidad de conocer la intuición de los alumnos ante este tipo de experiencias. Por ejemplo, en el caso de la actividad 1, pueden comentar qué tipo de población podrían estudiar y cuáles son las respuestas posibles; también es conveniente que los alumnos dialoguen sobre sus propias experiencias.

En la sesión 2, la actividad inicial propuesta consiste en que los alumnos realicen un juego de azar, en el que primero ellos predicen el resultado de acuerdo con lo que su sentido común les dicta y a continuación se propone que lo realicen.

Antes de iniciar el juego, se les pregunta: "¿Creen que el resultado del juego será tal o tal otro? ¿Por qué?"

Al terminar el juego se pide que confronten su opinión *a priori* con el resultado que se obtuvo de la experimentación.

Como cierre de las dos sesiones se recomienda comentar con los alumnos en qué consiste cada método de obtención de datos y que den algunos otros ejemplos.

Otro aspecto que es conveniente considerar es el manejo de frecuencias absolutas y relativas de los resultados expresados en forma de fracción, decimal y porcentaje. Estos resultados pueden ser presentados en un diagrama de árbol.

Pautas para la evaluación formativa

Se trata de un primer acercamiento al razonamiento probabilístico, por lo que las actividades se centrarán en que los alumnos observen la diferencia entre una situación de azar y una determinista.

En esta última, el resultado se puede predecir con certeza; en la de azar, aunque se sabe cuáles pueden ser los resultados posibles, no hay la certeza de cuál de ellos se obtendrá. En la actividad 7 de la sesión 1 se explica este hecho.

En las actividades 4 y 5 de la sesión 2 se pide elaborar una gráfica circular que muestre los resultados obtenidos en el experimento de azar. Se espera que no tengan problemas en elaborarla; es parte de la integración de contenidos.

¿Cómo apoyar?

Al comparar los resultados de dos o más realizaciones del experimento procure que lo analicen y exploren mediante las frecuencias relativas en forma de fracción, pues en ocasiones esta expresión resulta más comprensible que la forma decimal, por ejemplo, decir que de los lanzamientos de dados cae 2 en lugar de 0.333... de los lanzamientos cae 2.

Para algunos alumnos puede aún no ser clara la relación entre expresar la frecuencia con números fraccionarios y decimales; en la medida en que logren ver esa relación se animarán a usarlos. En el análisis de los resultados de los experimentos de azar debe fomentarse la comprensión de dicha relación.

¿Cómo extender?

Puede proponer que trabajen en la hoja electrónica de cálculo para resaltar las diferencias entre una situación aleatoria de otra que no lo es, para ello use la función ALEATORIA (RAND, en inglés).

Pida que registren y organicen los resultados obtenidos en la actividad 2 de la segunda sesión y que elaboren la gráfica de barras o circular con las frecuencias absolutas y relativas del experimento e incluso que incluyan los resultados de la actividad 4.

Evaluación (LT, pp. 94-95)

Reactivos 1 y 2. Sumas y restas con números enteros.

Con estos reactivos se busca evidencia del grado de adquisición de conocimientos y habilidades para la representación operacional en sumas y restas con números enteros: una herramienta esencial para plantear y simbolizar situaciones problemáticas. Los problemas de aprendizaje que se pueden reconocer en el primer reactivo –donde se usa la recta numérica– es que los alumnos aún no dominen las reglas de representación en la recta numérica (qué tipo de números están representados a la izquierda del cero, o qué significado tiene la direccionalidad de los vectores para conocer el signo de los sumandos). En el caso del reactivo 2, observe si los alumnos usan los paréntesis y los signos de los sumandos para diferenciarlos de la operación suma.

Reactivo 3. Jerarquía de las operaciones.

La jerarquía de operaciones, estudiada en este bloque, está implicada en este reactivo al igual que en el **reactivo 13** de esta evaluación. Es importante observar que en el reactivo no se usan paréntesis y el alumno evidencia con ello su saber sobre el orden jerárquico de las operaciones de suma, resta, multiplicación y división de números naturales y suma y resta de números enteros. En el caso del segundo reactivo podemos constatar que el alumno agrupe por medio de paréntesis y realice las operaciones de dentro hacia afuera para obtener el resultado correcto.

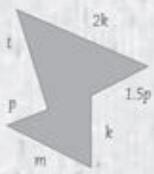
Reactivos 4, 5 y 6. Multiplicación de fracciones y decimales.

Los reactivos en mención se inscriben en el aprendizaje esperado relacionado con la multiplicación de fracciones y decimales. En el primer reactivo se valora el aprendizaje de multiplicar una fracción por un entero, donde $\frac{4}{7}$ de 42 es igual a $\frac{4}{7} \times 42$; que equivale a multiplicar 42 por 4 y luego dividir entre 7. En el segundo reactivo el alumno manifiesta su aprendizaje respecto de la multiplicación de un decimal por un entero, donde las cifras decimales del factor decimal deben ser las mismas que las del producto. Por último, al multiplicar $\frac{3}{8}$ por 453.59, el alumno evidencia su saber sobre la multiplicación de decimales por enteros, al multiplicar 463.59×3 ; y también evidencia el conocimiento que posee sobre la división de un decimal por un entero al dividir el resultado entre 8.

Reactivo 7. Ecuaciones.

Tanto la traducción al lenguaje algebraico de una situación, como el planteamiento por medio de una ecuación están manifiestos en este reactivo, los cuales son requisitos para usar las ecuaciones al resolver problemas. Es importante observar los problemas de aprendizaje de los alumnos que no traducen bien “el doble de un número” opciones a) y b); y la resta de 16, opciones a) y c).

14. Anota la expresión con la que puedes calcular el perímetro de la figura. _____



15. En la tabla se muestra la distribución de alumnos de secundaria para el estado de Tlaxcala.

Secundaria	Alumnos
General	31 128
Técnica	26 787
Telesecundaria	16 903
Comunitaria	364
Total	75 182



a) Construye su gráfica circular.
b) ¿Qué tanto por ciento le corresponde al servicio que más estudiantes atiende? _____



9. El haz de luz de una lámpara forma un triángulo con la horizontal de la calle, como se muestra en la figura 2, ¿cuánto mide el ángulo α ?
- a) 16.2° b) 32.5° c) 65° d) 115°



Reactivo 8. Proporcionalidad directa.

El alumno debe diferenciar situaciones en las que esté implícita la proporcionalidad directa de las que no lo esté. Esto implica que puede comprobar si una magnitud está en función de otra y si sus incrementos son proporcionales. Por medio de este reactivo, observe si los alumnos tienen problemas con alguna de estas condicionantes, por ejemplo, aquellos que señalan como relación proporcional la edad con la estatura.

Reactivo 9. Triángulos.

Se valora el conocimiento que tienen los alumnos sobre el teorema de la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo, que precede a los criterios de congruencia. En particular se evidencian las relaciones entre los ángulos de un triángulo isósceles; donde dos de ellos miden lo mismo.

Reactivo 10. Cálculo de volúmenes de prismas.

Con este reactivo se puede observar tanto la imaginación espacial (lo que implica "llenar" con cubos de 1 cm^3 un prisma cuyas medidas se conocen); como el desarrollo y la aplicación de la fórmula para calcular el volumen de dicho prisma (que implica desechar la estrategia de conteo de unidades por un procedimiento más rápido y eficiente).

Reactivos 11 y 12. Conversión de fracciones a decimales.

Estos reactivos corresponden al aprendizaje espe-

rado relativo a conversión de fracciones comunes a decimales y viceversa y determinar el orden de los mismos. En el primer reactivo es importante observar si el alumno distingue las fracciones que se convierten en decimales finitos ($\frac{3}{6}, \frac{1}{5}, \frac{3}{8}$) de aquellas que tienen un periodo infinito ($\frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{4}{15}$). Para el segundo reactivo es importante observar si el alumno realiza el análisis de dividir 7 enteros entre 4 tramos ($\frac{7}{4}$ = medida de cada tramo), para ordenar los puntos intermedios $\frac{7}{4}, \frac{14}{4}, \frac{21}{4}$

Reactivo 14. Perímetros de polígonos.

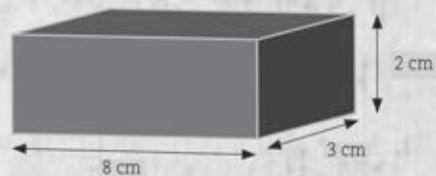
En el cálculo de perímetros de polígonos estudiado en este periodo, es importante desarrollar la habilidad del alumno para representar al perímetro como la suma de sus lados aun cuando éstos se hayan dado en una expresión algebraica. Esta habilidad también está relacionada con el planteamiento de ecuaciones.

Reactivo 15. Gráficas circulares.

En la construcción de gráficas circulares que se evalúa aquí es importante observar cómo el alumno mide los ángulos centrales para representar una cantidad en relación con el total. También es importante observar si la suma de las partes graficadas resulta en la totalidad del círculo, si existe un sector "sobrante" o bien si alguna parte no pudo graficarse por falta de espacio (grados); lo cual mostraría errores en el cálculo.

10. ¿Cuántos centímetros cúbicos se necesitan para armar un prisma con las medidas indicadas?

- a) 96 b) 48 c) 44 d) 24



Bloque 2

Secuencia 14

Fracciones y decimales 2 (LT, pp. 98-109)

Tiempo de realización	Siete sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Número.
Aprendizajes esperados	Convierte fracciones decimales a notación decimal y viceversa. Aproxima algunas fracciones no decimales usando la notación decimal. Ordena fracciones y números decimales.
Intención didáctica	Que los alumnos usen números fraccionarios o decimales al resolver problemas que impliquen comparar, ordenar, identificar o comunicar cantidades en distintos contextos. Que conozcan y usen la propiedad de densidad de los números fraccionarios y decimales al intercalar números.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	Audiovisuales Sesión 2. <i>Escritura decimal y escritura mixta de una fracción impropia</i> Sesión 4. <i>De fracción común a fracción decimal y viceversa</i> Sesión 5. <i>¿Dónde lo ubico?</i> Sesión 6. <i>Propiedad de densidad</i> Informático Sesión 6. <i>¿Qué número hay entre estos dos?</i>
Materiales de apoyo para el maestro	Audiovisual <i>La propiedad de densidad en los números fraccionarios y decimales</i> Bibliográfico Ávila, A., S. García, (2008) <i>Los decimales: más que una escritura</i> . México, Publicaciones INEE.

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Relacionen números fraccionarios con sus correspondientes expresiones decimales en una escala dividida en décimos.
- Sesión 2. Relacionen números fraccionarios con sus correspondientes expresiones decimales en una recta numérica.
- Sesión 3. Usen la equivalencia y la división como recursos para determinar si una fracción es decimal o no.
- Sesión 4. Expresen, mediante fracciones y decimales la relación que guardan una parte y el todo.
- Sesión 5. Conviertan fracciones en decimales y viceversa, al tener que ubicar números en intervalos de la recta.
- Sesión 6. Conozcan la propiedad de densidad de los números fraccionarios y decimales.

- Sesión 7. Utilicen la conversión de fracciones a decimales y viceversa, al resolver diversos problemas.

Acerca de...

En esta secuencia se consolida lo que se estudió en la secuencia 3, Fracciones y decimales 1, mediante la resolución de problemas en contextos de medición y con el uso de la recta numérica.

Se estudia la propiedad de densidad en los números fraccionarios y decimales, según la cual, a diferencia de los números naturales, entre dos números fraccionarios o decimales siempre hay otro número fraccionario o decimal. Por ejemplo, $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{3}$ está $\frac{3}{6}$. Entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{3}{6}$ está $\frac{5}{12}$.

En relación con las fracciones no decimales, los alumnos sabrán expresarlas mediante decimales periódicos, que al igual que las decimales, provienen de un número fraccionario, pero,



mientras los decimales finitos son exactos, los periódicos son aproximaciones.

Sobre las ideas de los alumnos

No es común que cuando se lee un número decimal se diga el orden al que corresponde la última cifra (décimos, centésimos, milésimos...) y esto hace más difícil interpretar el significado del número. Para el número 0.6, en general se dice "cero punto seis", en vez de "seis décimos". Si fuera 0.6 m, sería necesario agregar la unidad de referencia para tener una idea más clara de la cantidad, "seis décimos de metro", que significa un metro dividido en 10 partes iguales, de las cuales se consideran seis.

Cabe destacar que entender una cantidad como 0.6 m encierra varios elementos a tomar en cuenta; un error común es interpretar 0.6 m como 6 cm, cuando se trata de 60 cm. La clara comprensión de estos conceptos debe consolidarse en esta segunda secuencia sobre números fraccionarios y decimales. Actividades como las número 1 y 2 de la sesión 4, son útiles para avanzar en el significado de los números.

Por otra parte, los alumnos suelen preguntar: ¿cómo se hace para convertir un número mixto en una fracción? ¿Cuál se multiplica por cuál? Ante tales preguntas, es conveniente evitar el uso de algoritmos y pedirles que hagan la conversión de manera razonada. Si, por ejemplo, se trata de expresar con una fracción el número $5\frac{2}{3}$, se les puede apoyar con preguntas tales como, ¿cuántos tercios hay en un entero? ¿Y en cinco enteros? ¿Cuántos tercios son en total? De esta manera pueden llegar a ver que la fracción buscada es $\frac{17}{3}$, quince corresponden a los cinco enteros, más otros dos.

Al ubicar números en la recta numérica muchos estudiantes no consideran el intervalo en el que se encuentran. Por ejemplo, si el punto se encuentra entre 3 y 4, a tres marcas de una unidad dividida en cinco partes iguales, es común entre los alumnos poner $\frac{3}{5}$ en vez de $3\frac{3}{5}$. El concepto de intervalo se profundiza con actividades como las dos primeras de la sesión 5.

Muchos alumnos piensan que, por ejemplo, entre $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{5}$ o entre 0.7 y 0.8, no hay otros núme-

ros. Para salvar este obstáculo hay que insistir en la noción de equivalencia, de manera que en un número como $\frac{2}{5}$ los alumnos puedan ver muchas otras representaciones del mismo, tales como $\frac{4}{10}$, $\frac{6}{15}$, etcétera.

¿Cómo guió el proceso?

Un buen punto de partida de la primera actividad de la sesión 1 es que los alumnos sepan leer la escala de los recipientes y lo que significa cada número, pídeles que la lean en voz alta. Si dicen "cero punto uno", "cero punto dos" ..., pídeles que digan el orden que le corresponde a la última cifra a la derecha del punto. Por ejemplo, "un décimo", "dos décimos", etcétera, e insista en esto para que se acostumbren. Deben saber que un décimo es una de diez partes iguales en que se divide la unidad, en este caso, un litro.

Es probable que los alumnos no tengan dificultad para reconocer a 0.5 (cinco décimos), como $\frac{1}{2}$, pero quizá sí la tengan en la primera botella cuya marca está a la mitad entre 0.3 (tres décimos) y 0.4 (cuatro décimos). ¿Tienen claro que $0.3 = 0.30 = 0.300...$? Si no, un cuadrado unidad dividido en 100 partes iguales puede ser útil para distinguir los décimos, centésimos e incluso los milésimos.

La actividad 3 está pensada para que los alumnos verifiquen sus respuestas de las actividades 1 y 2, afirmando la idea de que una fracción es una manera de expresar una división y esta operación permite encontrar la expresión decimal que corresponde.

La información que contienen algunas recetas de la sesión 2 favorece el uso de la escritura mixta, pero puede suceder que algunos alumnos usen fracciones mayores que 1 o impropias. Si esto sucede, favorezca el diálogo para que todos sepan cómo se obtuvieron las fracciones impropias. Procure que las explicaciones se orienten a convertir el entero en una fracción y luego sumarle la fracción adicional. Por ejemplo, en $2\frac{3}{8}$, el razonamiento puede ser: en 2 enteros hay 16 octavos, más 3 octavos es igual a $\frac{19}{8}$. Este tipo de reflexión será importante en la actividad 5.

Si se parte de la escritura decimal, por ejemplo, 1.25 (un entero 25 centésimos), el razonamiento

es similar. Un entero equivale a 100 centésimos, más 25 centésimos, es igual a $\frac{125}{100}$, o bien, $1\frac{25}{100}$

El esquema de las tiras de la sesión 4 contribuye a consolidar la idea de fracción como parte de un todo. Se sugiere dibujar el esquema en el pizarrón o en una cartulina para llevar a cabo lo que indica la actividad 1. Hay que hacer notar que algunas fracciones son decimales y otras no.

El esquema permite realizar algunas comparaciones, por ejemplo, se puede ver que $\frac{2}{3}$ es menor que $\frac{3}{4}$ e igual que $\frac{4}{6}$. Observe cómo realizan la actividad 2, lo más probable es que tomen la medida del segmento con algún objeto y la trasladen al esquema para ver con cuál fracción coincide.

La actividad 3 permite ver que la fracción $\frac{a}{b}$ también sirve para comparar una parte representada por a con el todo representado por b . Por ejemplo, ¿qué parte es 45 cm de un metro? Dado que $1\text{ m} = 100\text{ cm}$, 45 cm es $\frac{45}{100}$ de metro, que equivale a 0.45

En la sesión 5 nuevamente se aborda el trabajo en la recta numérica, con la idea de ubicar números, pero no en puntos específicos sino en ciertos “tramos” de la recta. El primer tramo señalado es de cero a dos décimos, se ubican allí todos los números que son mayores que 0 y menores que 0.2

Esta actividad obliga a expresar números de distintas maneras. Por ejemplo, para saber en qué parte se ubica $\frac{2}{5}$ fue necesario expresarlo como 0.4, así se puede ver que está entre 0.2 y 0.5, en la parte B.

En la sesión 6 se formaliza la propiedad de densidad de los números fraccionarios y decimales, según la cual, entre dos números fraccionarios o decimales cualesquiera, siempre hay un número fraccionario o decimal. La primera actividad ayuda a pensar que un segmento de recta se puede ir dividiendo a la mitad y siempre habrá un número que corresponda al punto medio. Aun cuando físicamente ya no sea posible, numéricamente se puede hacer una cantidad infinita de veces. Algunos problemas que llevan a usar esta propiedad tienen que ver con la medición. Por ejemplo, un clavo mide más de $\frac{2}{5}$ de pulgada, pero menos de $\frac{3}{5}$. ¿Cuál puede ser la medida del clavo?

La séptima sesión repasa los aspectos principales que se estudiaron en las dos secuencias que corresponden al primer aprendizaje esperado del programa. Se recomienda volver a trabajar los asuntos que no hayan quedado suficientemente claros.

Pautas para la evaluación formativa

Escriba en el pizarrón números al azar, fraccionarios, decimales, mixtos. Pida que identifiquen el mayor de todos, luego el menor, alguno que sea mayor que uno, alguno que sea menor que un medio; finalmente pida que los ordenen.

Observe si saben convertir números fraccionarios en decimales y a la inversa, si han memorizado la equivalencia de algunos números, como $0.5 = \frac{1}{2}$, $0.25 = \frac{1}{4}$

Escriba diferentes intervalos de números, por ejemplo, los representados en la recta de la actividad 1, sesión 5. Pida que encuentren números situados en esos intervalos.

¿Cómo apoyar?

Un apoyo importante consiste en insistir en la lectura correcta de los números. Otro más, en que el paso de una escritura a otra sea suficientemente claro y no se limite a memorizar una regla que se olvidará fácilmente. Un tercer punto es ayudarlos a concluir que, en general, los números pueden representarse de distintas maneras. Es necesario conocerlas porque para realizar distinto tipo de cálculos, a veces unas convienen más que otras.

¿Cómo extender?

Plantee preguntas diversas para que los alumnos piensen en las propiedades de las diferentes clases de números. Por ejemplo:

- ¿Qué número natural hay entre 26 y 30? La respuesta puede ser 27, 28, o 29.
- ¿Qué número natural hay entre 48 y 49? La respuesta es ninguno.
- ¿Qué número hay entre 4.5 y 4.6? Hay infinitud de números, uno de ellos es 4.57, que es mayor que 4.5 y menor que 4.6
- ¿Qué número hay entre $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{3}$? Hay infinitud de números, uno de ellos es $\frac{3}{6}$ o $\frac{1}{2}$ o 0.5



Secuencia 15

Fracciones y decimales positivos y negativos 1 (LT, pp. 110-115)

Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Adición y sustracción.
Aprendizaje esperado	Resuelve problemas de suma y resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.
Intención didáctica	Que los alumnos resuelvan problemas en situaciones que implican sumar y restar con números fraccionarios y decimales, positivos y negativos.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	<p>Audiovisuales</p> <p>Sesión 1. <i>¿Cómo sumar números fraccionarios con signo?</i></p> <p>Sesión 2. <i>Ahora la resta</i></p> <p>Sesión 3. <i>¿Cómo sumar y restar números fraccionarios y decimales con signo?</i></p> <p>Informático</p> <p>Sesión 3. <i>Algoritmo para sumar y restar números fraccionarios y decimales con signo</i></p>
Materiales de apoyo para el maestro	<p>Audiovisual</p> <p><i>Conceptos erróneos usuales de la suma y resta de fracciones y decimales positivos y negativos</i></p>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Resuelvan problemas o situaciones que implican una adición con números fraccionarios positivos y negativos.
- Sesión 2. Resuelvan problemas que implican una sustracción con números fraccionarios positivos y negativos.

- Sesión 3. Resuelvan problemas que implican una adición o una sustracción de números decimales positivos y negativos.

Acerca de...

En las secuencias anteriores relativas a este Aprendizaje esperado se analizó la ubicación, comparación y representación de números posi-

Suma de fracciones positivas y negativas

1. De manera individual analiza la situación y contesta las preguntas.

El depósito de leche de una compañía pasteurizadora recibe y vende leche. Los números de la tabla indican la cantidad que recibe o vende, con relación a la capacidad de litros que puede almacenar.

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
$\frac{7}{8}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$



tivos y negativos por medio de recursos gráficos; posteriormente, se operó con ellos y se formalizó el algoritmo para sumar y restar números enteros; dándole significado a partir del estudio del valor absoluto y los números simétricos. Ahora los alumnos se enfrentarán a problemas en los que las cantidades son fracciones y números decimales positivos y negativos. Se presentan contextos donde los números naturales ya no son suficientes y se debe hacer uso de este tipo de números, tema que en esta secuencia se aborda:

- Suma de fracciones positivas y negativas, donde se enfrenta a los alumnos a situaciones en las que buscan diferentes estrategias para sumar y restar estos números hasta llegar a la regla ya antes estudiada: para los sumandos con signos iguales (sumar los valores absolutos y conservar el signo de los sumandos) y para los sumandos con signos diferentes (restar los valores absolutos y poner en la suma el signo del número con mayor valor absoluto). Esta situación implica además referentes previos sobre la suma de fracciones con diferente denominador.
- Restar fracciones positivas y negativas a través de situaciones que exigen reflexionar el significado de "restar un número positivo" o "restar un número negativo" si se tiene una cantidad positiva o negativa; para concluir que restar un número negativo equivale a sumar su simétrico.
- Sumar y restar números decimales positivos y negativos, que requiere, además de aplicar la regla de los signos, usar los referentes de ubicación del punto decimal al realizar sumas o restas.

Es importante que los alumnos conciban estas reglas como universales, en tanto se aplican para

cualquier tipo de números positivos y negativos, sean enteros, fracciones o decimales.

Sobre las ideas de los alumnos

Al integrar las reglas para sumar y restar fracciones y decimales con las reglas de los signos es común que los alumnos se respeten una de ellas olvidando la otra. Algunos de los errores o nociones equivocadas que tienen los alumnos en estas temáticas son:

- Percibir siempre la fracción $\frac{a}{b}$ como una parte a de un todo b . Lo que ocasiona que no se comprenda el significado de las fracciones negativas. El signo negativo (dado a toda la fracción) no "cabe" en una relación parte-todo.
- Concebir a las fracciones y los decimales negativos sin ubicación en la recta numérica o en alguna otra representación. En la mayoría de los casos, los enteros aparecen identificados en una recta numérica (porque ésta ha sido graduada en esos términos y se escriben o rotulan) más no las fracciones y los decimales.
- Errores de equivalencia de fracciones entre sí y entre fracciones y decimales.
- Equivocaciones al aplicar los algoritmos de suma y resta con fracciones de diferente denominador.
- Fallas en la simplificación de fracciones.
- Los alumnos saben que entre los números naturales, el que tiene más cifras es mayor que otro con menos cifras, por lo que extienden esta propiedad de los naturales a los números decimales y consideran, por ejemplo, que 0.3 es menor que 0.129, o que 0.478 es mayor que 0.6

Estas situaciones son una oportunidad de aprendizaje en tanto el maestro convierta los

3. Completen las siguientes sumas de números fraccionarios con signo.

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{15} + \text{---} = \text{---}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right) = \left(-\frac{8}{12}\right) + \left(-\frac{3}{12}\right) = \text{---}$$

$$\left(\frac{1}{7}\right) + \left(-\frac{3}{9}\right) = \left(\frac{9}{63}\right) + \left(-\frac{21}{63}\right) = \text{---}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{2}{11}\right) = \left(-\frac{11}{22}\right) + \left(-\frac{4}{11}\right) = \text{---}$$



errores en una fuente de reflexión en torno a la razón por la cual los resultados no tienen consistencia lógica a partir del contexto usado en los problemas.

¿Cómo guió el proceso?

Respecto de la sesión 1, cuando los alumnos resuelvan la situación de la compañía pasteurizadora, analizarán dos procedimientos para la misma pregunta del inciso c). Asegúrese que comprendan cada uno de ellos con preguntas como: ¿por qué en el primer procedimiento se hace la operación $\frac{7}{8} - \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$?, ¿de dónde resulta $\frac{5}{8}$?

Es importante que los alumnos adviertan que se llega al mismo resultado por cualquiera de los procedimientos.

Si los alumnos no pueden realizar las operaciones de la actividad 3, no les indique cómo hacerlo y aproveche la actividad 4, de cierre, para confrontar lo que hicieron y para formalizar la información de la tabla. Solicite a algunos alumnos que escriban para todos sus compañeros sus procedimientos y observen si se cumplen las reglas de los algoritmos. Es oportuno también que revisen el procedimiento para obtener el común denominador y el uso de fracciones equivalentes.

En la sesión 2 se usa como contexto calcular el valor de una caja con base en el valor de las tarjetas que contiene. Lo anterior implicará que el alumno realice sumas y restas con fracciones comunes. En caso de que tengan nociones y procedimientos equivocados, por ejemplo, que consideren que como resultado de la resta de un número negativo a otro negativo, la cantidad disminuye: $[-\frac{1}{4} - (-\frac{1}{4}) = -\frac{2}{4}]$; aproveche la confrontación para, con ayuda de todos los alumnos, construir la forma de resolver estas operaciones, que está sintetizada en el inciso d) de la actividad 4: Restar equivale a sumar el opuesto. Al monitorear el trabajo de los alumnos, ponga atención en sus errores; observe cuáles son sus intuiciones al llenar el cuadro de la actividad 2, y cuando contrasten realizando la operación del cuadro de la actividad 3, observe si operan siguiendo las reglas.

Otro aspecto al que se debe poner atención es a la idea errónea de que el aumento o disminu-

ción en el valor (ejercicio de la caja en la sesión 2) depende más de la fracción que de su signo. Los alumnos deben concluir que cualquier número positivo es mayor que cualquier número negativo; y viceversa, cualquier número negativo es menor que cualquier número positivo. El contexto de sumar y restar números debe generar lo anterior.

Es importante que el alumno comience a validar sus concepciones e ideas en torno al significado de restar un número negativo, que es equivalente a sumar un positivo.

Por último, en esta sesión guíe la discusión para que las preguntas de la actividad 5 sean claras y comprendidas por todos los alumnos. De ser necesario, haga referencia a las secuencias anteriores donde se estudió el valor absoluto y los números opuestos o simétricos.

En la sesión 3, es posible que en los procedimientos para sumar y restar decimales los alumnos conviertan los números a fracciones, puesto que es lo que estudiaron en la sesión anterior; lo cual es conveniente para relacionar ambos saberes.

En el cuadro de la actividad 1 observe si los alumnos combinan la regla para operar con números con signo, con la regla para operar con el punto decimal. Es importante visualizar dónde están sus problemas de aprendizaje para intervenir de manera directa.

En la actividad 2 observe con atención cómo resuelven la tercera línea del cuadro; donde a un negativo se le resta otro negativo:

$$(-1.006) - (-29.1) = 28.094$$

Una conclusión importante es que la variación entre dos temperaturas siempre es un número positivo, puesto que es la distancia entre ellos.

Pautas para la evaluación formativa

Use las siguientes estrategias de evaluación para cumplir con las intenciones didácticas.

- En la sesión 1 observe el procedimiento que usan los alumnos para la resolución de las operaciones del cuadro de la actividad 3. El procedimiento se complementa con los pasos siguientes:

- ✓ Encontrar el común denominador.
 - ✓ Encontrar fracciones equivalentes.
 - ✓ Decidir el procedimiento para operar con los valores absolutos (sumar o restar los numeradores).
 - ✓ Decidir el signo de la suma, de acuerdo con el algoritmo.
- En la sesión 2 verifique la actividad 3, tendrán que comprobar por medio de sumas y restas sus hipótesis de cómo la caja aumenta o disminuye su valor al agregar o quitar fracciones positivas o negativas. La parte operatoria es importante, sin embargo, la noción que se debe rescatar es la idea central de que restar un negativo, equivale a sumar el simétrico del sustraendo (su opuesto). Una rúbrica de evaluación puede incluir lo siguiente:
 - ✓ Planteamiento de la suma o resta.
 - ✓ Transformación de la resta en una suma.
 - ✓ Operar la suma con los aspectos definidos en la sesión 1.

En la sesión 3 considere observar las operaciones de la actividad 4, donde se combinan sumas y restas usando decimales positivos y negativos. Una vez más observe si los algoritmos se usan adecuadamente, sobre todo la transformación de una resta (intermedia o final) en una suma del opuesto del sustraendo.

Aun cuando los ejercicios y la parte operatoria tienen en sí mismos un valor en la evaluación; complemente su resultado con las explicaciones y justificaciones que realicen los alumnos al resolver los problemas.

¿Cómo apoyar?

Para contribuir en la comprensión de los alumnos, use las siguientes actividades alternativas:

En el problema de la compañía pasteurizadora (sesión 1) se pueden proponer todas las fracciones con igual denominador para que el alumno centre su atención en el manejo de los signos.

Antes de que resuelvan las operaciones de la actividad 3 de la sesión 1, proponga otras con igual denominador.

Realice de manera grupal el ejercicio de la caja, primero usando números enteros positivos y negativos; luego siguiendo las instrucciones del libro de texto.

Proponga ejercicios previos a la realización de las sumas y restas combinadas de la actividad 4 de la sesión 3; primero con enteros, luego con el mismo número de cifras decimales en los números usados; y por último los ejercicios propuestos en el libro.

¿Cómo extender?

En el caso de alumnos que tengan facilidad para operar y resolver los problemas, encuentre variantes a los mismos de acuerdo con lo siguiente:

- Que las adiciones tengan más de 3 sumandos.
- Combinar las operaciones.
- Usar otros denominadores.

También puede proponer algunos problemas donde se combinen el tipo de números (fracciones y decimales), tanto positivos como negativos; aun cuando en una próxima secuencia se analizará este tipo de problemas.

4. Realiza de manera individual las siguientes operaciones en tu cuaderno. Aplica correctamente los algoritmos estudiados.



$$(-0.45) + (1.1) - (-1.0002) =$$

$$(3.01) - (0.04) + (-0.004) =$$

$$(5.0001) - (0.3) - (0.43) =$$

$$(-0.0004) + (-1.2) + (0.34) =$$

$$(-0.003) - (1.99) + (-22) =$$

$$(0.0034) - (-22.03) - (4.1) =$$



Jerarquía de operaciones 2 (LT, pp. 116-121)

Tiempo de realización	Cuatro sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Multiplicación y división.
Aprendizajes esperados	Determina y usa la jerarquía de operaciones y los paréntesis en operaciones con números naturales, enteros y decimales (para multiplicación y división, sólo números positivos).
Intención didáctica	Que los alumnos reafirmen sus conocimientos sobre jerarquía de operaciones y uso de paréntesis con operaciones con números naturales, enteros y decimales. Asimismo, que apliquen la jerarquía de operaciones y uso de paréntesis con expresiones algebraicas.
Materiales para el alumno	Sesiones 1 y 2. Hojas blancas tamaño carta (una por equipo).
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	Audiovisuales Sesión 3. <i>¡Jerarquía por aquí y por allá!</i> Sesión 4. <i>¿Jerarquía en expresiones algebraicas?</i> Informático Sesión 4. <i>Jerarquizando ando</i>
Materiales de apoyo para el maestro	Audiovisual <i>La jerarquía de operaciones en el aula</i>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Apliquen la jerarquía de operaciones y el uso de paréntesis al realizar cálculos con decimales.
- Sesión 2. Apliquen la jerarquía de operaciones y el uso de paréntesis al realizar cálculos con fracciones.
- Sesión 3. Apliquen la jerarquía y el uso de paréntesis al realizar cálculos con números positivos y negativos.

- Sesión 4. Usen la jerarquía de operaciones y los paréntesis al traducir enunciados en lenguaje verbal a lenguaje algebraico.

Acerca de...

Los alumnos estudiaron la jerarquía de operaciones en la secuencia 4, ahora se trata de reafirmar lo aprendido y de aplicarlo a las operaciones de suma y resta de números positivos y negativos y a expresiones algebraicas.

■ Manos a la obra

Un juego con decimales

1. Con dobleces divide una hoja tamaño carta en octavos. Anota los siguientes números. Después recórtalos; son las cartas para un juego.

2	1	0.25	1.5
0.5	0.1	10.0	0.2

3. Las siguientes son operaciones que anotaron tres alumnos en una ronda del juego. Completen la tabla.

Alumno	Operaciones	Resultado
Paty	$0.2 \times 2 + 0.25 \times 0.1$	
Lilia	$2 \div 0.1 \div 0.2 \div 0.25$	
José	$2 \times 0.1 \times 0.2 \times 0.25$	

¿Quién ganó? _____

En las dos primeras sesiones los alumnos jugarán haciendo cadenas de operaciones tratando de obtener el resultado mayor. Al mismo tiempo que reafirman la jerarquía de operaciones, desarrollarán su sentido numérico con los decimales y las fracciones, de esta forma podrán darse cuenta de que al dividir entre un número decimal menor que 1 el resultado será mayor que si multiplicaran ambos; esto, a su vez, contribuye a profundizar la noción que los alumnos tienen sobre este tipo de números y sus operaciones. En el juego de la segunda sesión se excluye la división de fracciones porque esta operación se estudiará en segundo grado.

En matemáticas es importante emplear diferentes representaciones de una misma situación; es por ello que en la tercera sesión tendrán que expresar en lenguaje numérico (usando jerarquía de operaciones y paréntesis) situaciones geométricas o expresadas en lenguaje verbal y en la sesión cuatro harán lo mismo en lenguaje algebraico.

Sobre las ideas de los alumnos

Una idea muy arraigada en los alumnos, es creer que las operaciones se resuelven de izquierda a derecha en el orden en que aparecen. Por ejemplo, en:

$$7 + 5 \times 2 =$$

Creen que primero se suma $7 + 5$ y que el 12 se multiplica por 2. No obstante que en la secuencia 4 ya estudiaron la jerarquía de operaciones, es probable que algunos alumnos sigan cometiendo errores de este tipo.

También es probable que haya alumnos que no usen paréntesis cuando deben hacerlo para indicar el orden en que se deben realizar las operaciones. Por ejemplo, quizá al expresar el área de un cuadrado cuyo lado es $m - 3$, anoten erróneamente:

$$m - 3 (m - 3)$$

En lugar de:

$$(m - 3) (m - 3)$$

O bien, que crean que tienen que usar paréntesis donde no es necesario. Por ejemplo, en $4 - 5 \times 6$ anoten:

$$4 - (5 \times 6)$$

Poner paréntesis en esta expresión no es erróneo, pero sí es innecesario.

¿Cómo guió el proceso?

Asegúrese de que los alumnos comprenden las instrucciones de los juegos. Escuche y observe constantemente el trabajo que realizan los equipos para asegurarse de que aplican correctamente la jerarquía de las operaciones (primero hacen multiplicaciones y divisiones, luego sumas y restas) y que usan los paréntesis cuando son necesarios y no los usan cuando no se necesitan.

Si observa que durante el juego en equipo algún alumno resuelve mal la operación propuesta y los demás no se dan cuenta, puede pedirles que verifiquen con su calculadora el resultado. Ahora bien, hay que tener cuidado de que la calculadora



respete la jerarquía de operaciones pues algunas no lo hacen; las calculadoras científicas sí respetan la jerarquía, mientras que las aritméticas, en su mayoría no lo hacen. En el caso de las calculadoras que vienen programadas en los teléfonos celulares también se dan estos dos casos. Es importante tener esto en cuenta al trabajar la jerarquía de las operaciones con calculadora.

También podrán usar la calculadora en el juego de la primera sesión cuando propongan alguna división entre un número con punto decimal (caso que estudiará en la secuencia 17).

Se sugiere que cuando esté observando el trabajo de los alumnos anote aquellas operaciones que considere interesantes para la puesta en común que se haga al finalizar el juego, por ejemplo: errores que cometen varias veces, uso innecesario de paréntesis, casos en que lograron obtener un resultado considerablemente bajo o alto, etcétera. No es pertinente que evidencie a los alumnos que cometieron los errores, sólo comente el error sin mencionar quién lo cometió.

Durante las sesiones 3 y 4, si nota que algunos subrayan expresiones equivocadas, no los corrija y mucho menos les diga cuál es la respuesta correcta, si en la puesta en común ya todos tienen las mismas respuestas correctas, la discusión se empobrece. La idea es que permita que subrayen la respuesta que consideran correcta y en la puesta en común se dialogue en torno a las diferencias y cómo llegaron a ellas.

Pautas para la evaluación formativa

Durante el trabajo de las sesiones observe si los alumnos:

Usan correctamente la jerarquía de operaciones: resuelven primero multiplicaciones y divisio-

nes, después sumas y restas; si hay dos operaciones con la misma jerarquía resuelven primero la que está a la izquierda.

Usan correctamente los paréntesis: hacerlo cuando es necesario y no usarlos cuando no se requieren.

Resuelven correctamente las operaciones. Observe si saben sumar, restar y multiplicar fracciones y decimales y las divisiones que han estudiado anteriormente. Es probable que hayan comprendido la jerarquía y el uso de paréntesis, pero que el problema esté en el manejo de las fracciones y los decimales.

¿Cómo apoyar?

No obstante que los números elegidos para los juegos son relativamente fáciles de manejar (decimales y fracciones de uso frecuente: medios, cuartos, octavos), es posible que haya problemas al operar las fracciones y los decimales. En este caso puede repasar con los alumnos las operaciones con estos números, ya que de otra manera no se puede avanzar. Otra estrategia de tipo didáctico es incluir en cada equipo al menos un estudiante que usted observe trabaja bien con decimales y fracciones, este alumno podrá ser monitor en el equipo para validar las respuestas y explicar cuando note que alguno está resolviendo mal una operación.

¿Cómo extender?

La siguiente cadena de operaciones da como resultado uno:

$$4 + \frac{4}{4} - 4 = 1$$

Proponga que con cuatro cuatros y las operaciones básicas formen los números del 2 al 9.

2. ¿Cuál expresión corresponde al área del cuadrado verde?

$m - 3(m - 3)$



$(m - 3)(m - 3)$

$(m - 3) m - 3$

Multiplicación y división 3 (LT, pp. 122-129)

Tiempo de realización	Cinco sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Multiplicación y división.
Aprendizajes esperados	Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales y de división con decimales.
Intención didáctica	Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen dividir números decimales donde el dividendo o el divisor tienen punto decimal. Asimismo, que profundicen en sus conocimientos sobre la división de números decimales.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	<p>Audiovisuales Sesión 1. <i>Sumar o restar para dividir</i> Sesión 4. <i>Divisiones con el mismo resultado</i> Sesión 5. <i>El algoritmo de la división para números decimales</i></p> <p>Informáticos Sesión 4. <i>Recorrer el punto y dividir</i> Sesión 5. <i>¡A seguir dividiendo!</i></p>
Materiales de apoyo para el maestro	<p>Audiovisual <i>La enseñanza de la multiplicación y división de números decimales</i></p> <p>Bibliográfico Ávila, A. y S. García, (2008). <i>Los decimales, más que una escritura</i>. México, INEE (Disponible en https://www.inee.edu.mx/wp-content/uploads/2019/01/PID402.pdf).</p>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Resuelvan problemas que impliquen división de números decimales con procedimientos propios.
- Sesión 2. Resuelvan problemas que impliquen una división cuyo divisor sea un número natural y el cociente tenga punto decimal, usando primero procedimientos propios y después el algoritmo convencional de la división.
- Sesión 3. Construyan técnicas para multiplicar mentalmente por 10, 100, 1 000, etcétera, números con o sin punto decimal. Esto servirá como antecedente para abordar la división cuyo divisor tenga punto decimal.
- Sesión 4. Resuelvan problemas que impliquen divisiones cuyo divisor tenga punto decimal, usando inicialmente procedimientos propios y transformando la división en otra equivalente sin parte decimal en el divisor.

2. Escriban en cada caso para cuántos vasos alcanza la cantidad de agua que hay en la botella.

1 L
0.25 L



_____ vasos

1 L
0.2 L



_____ vasos

1.5 L
0.25 L



_____ vasos

1.8 L
0.3 L



_____ vasos



- Sesión 5. Profundicen en el conocimiento sobre la división con números decimales. Conozcan el algoritmo convencional para resolver divisiones con divisor decimal.

Acerca de...

Esta secuencia está dividida en 5 sesiones. Es una recomendación didáctica que al trabajar con las operaciones básicas, los alumnos se enfrenten a los problemas que implican dichas operaciones, aun cuando no sepan el algoritmo convencional. Es por ello que en la primera sesión los alumnos resolverán problemas en los que el divisor es un número con punto decimal, caso que no han estudiado en la primaria, pero que los saberes previos permiten abordar. En la segunda sesión se trabaja con problemas donde el dividendo es un número decimal, pero el divisor no; si bien este caso sí es considerado en el programa de primaria, se introduce en la lección como un recordatorio de los saberes previos de los alumnos, incluyendo el algoritmo convencional.

Para comprender la división cuando el divisor es con punto decimal, es importante que los alumnos sepan multiplicar rápidamente un número decimal por 10, 100 o 1000, es por ello que la tercera sesión se dedica a construir la regla para multiplicar por estos números y es lo que sirve como antecedente para comprender el algoritmo de la división cuando el divisor tiene punto decimal.

El estudio de la división de números decimales no quedaría completo si los alumnos no exploran la idea de que dividir entre un número equivale a multiplicar por su recíproco, si bien no se menciona así en el libro del alumno (porque no es necesario) se espera que se den cuenta de que, por ejemplo, dividir entre 0.5 equivale a multiplicar por 2. Este tipo de saberes desarrolla el sentido numérico de los alumnos al ofrecer estrategias de cálculo mental.

Sobre las ideas de los alumnos

Debido a que los alumnos notarán que la secuencia se llama "Multiplicación y división" y dadas las creencias que probablemente tengan, segura-

mente recurrirán a estas operaciones para resolver los problemas que se plantean. Es importante que promueva en sus alumnos que no necesariamente tienen que resolver los problemas de la secuencia con una multiplicación o una división, invítelos a que prueben otros procedimientos.

Otra creencia común entre los alumnos es pensar que, al hacer una división, el resultado siempre va a ser menor que el dividendo, en esta secuencia se darán cuenta de que no siempre es así, por ejemplo, al dividir 8 entre 0.5 el resultado es 16.

Es probable que algunos alumnos asocien la división con los problemas de reparto, si bien esto es parcialmente verdadero, se darán cuenta de que hay problemas de división en los que el reparto no tiene sentido, por ejemplo, dividir 8 entre 0.5 no puede interpretarse como reparto (¿se podrían repartir 8 manzanas entre 0.5 niños?). Al estudiar esta secuencia podrán dar respuesta a la pregunta, ¿cuántas veces cabe un número en otro? tiene más sentido cuando se abordan problemas de división entre un número con punto decimal, así 8 entre 0.5 puede interpretarse como: ¿cuántas veces cabe 0.5 en el 8?, cabe 16 veces.

¿Cómo guío el proceso?

Una recomendación general para toda la secuencia es que sólo permita el uso de la calculadora para verificar resultados que hayan encontrado por otros procedimientos. La razón es que en esta secuencia se pretende que los alumnos desarrollen su sentido numérico al trabajar con números decimales y profundicen en el conocimiento de este tipo de números.

Verifique que los alumnos resuelvan los problemas de la primera sesión con procedimientos propios, pues **no** es necesario ni recomendable que usted sugiera que los resuelvan con una división. Los procedimientos que pueden emplear los alumnos son: sumas de sumandos iguales, restas sucesivas y búsqueda del factor faltante en una multiplicación. Por ejemplo, para saber cuántas jarras de 1.75 L se pueden llenar con el agua del garrafón de 5 litros, los alumnos pueden recurrir a:

- *Sumas de sumandos iguales.* Sumar
 $1.75 + 1.75 = 3.50$ L,
 se llenan 2 jarras y sobran 1.50 L
- *Restas sucesivas.* Se llena una jarra y esto numéricamente equivale a restar $5 - 1.75$, quedan 3.25 L. Se llena una segunda jarra:
 $3.25 - 1.75 = 1.50$ L.

Lo que resta ya no alcanza para más jarras, entonces se llenaron 2 jarras y sobraron 1.5 litros de agua.

- *Búsqueda del factor faltante* en una multiplicación. Como en el bloque 1 estudiaron la multiplicación de decimales, pueden buscar un número que multiplicado por 1.75 dé 5, o lo más cercano a 5.

$$1.75 \times 2 = 3.50$$

Se llenan 2 jarras (factor faltante) y $5 - 3.50$ es lo que quedó en la jarra (1.50 L).

Si llegara a surgir el algoritmo convencional 5 entre 1.75 se aceptará como un procedimiento más, que no es el único ni necesariamente es el mejor.

En los problemas de la sesión 2 (reparto de la leche en vasos y cortar listones para hacer moños) se trabaja la división de un número decimal entre uno natural, debido a que este caso ya lo estudiaron en primaria es muy probable que surja el algoritmo convencional, esto es permisible y en la puesta en común puede comentarse. También es probable que surjan fracciones como respuesta en lugar de decimales, por ejemplo, para repartir un litro de leche en cuatro vasos es más común que la respuesta sea $\frac{1}{4}$ de litro que 0.25 litros, durante toda la secuencia aproveche el surgimiento de fracciones y decimales para seguir trabajando la equivalencia entre este tipo de números.

En la sesión 3 se trabaja un aspecto que servirá de apoyo para construir el algoritmo de la división cuando tiene como divisor un número decimal, procure que al finalizar el trabajo de esta sesión los alumnos multipliquen mentalmente por 10, 100 y 1000.

Si bien se espera que en las sesiones 4 y 5 los alumnos construyan el algoritmo de la división para dividir entre un número decimal, es importante que no todas las divisiones de este tipo se resuelvan con el algoritmo; promueva el cálculo

mental en los casos en que sea posible, por ejemplo, para dividir entre 0.5 no es necesario el algoritmo pues, como se mencionó anteriormente, dividir entre 0.5 equivale a multiplicar por 2. Es importante promover este tipo de estrategias en los alumnos.

Pautas para la evaluación formativa

En todos los casos, observe si los alumnos pueden manejar números con punto decimal y qué es lo que realizan al efectuar las operaciones. Por ejemplo, un garrafón de 20 L y jarras de 2 litros, de 3 L, etcétera.

Cuando los alumnos hayan comprendido la relación entre los datos puede introducir números con punto decimal pero que sean sencillos de sumar o multiplicar, por ejemplo 0.5, 1.5, 2.5, etcétera.

¿Cómo apoyar?

Observe si los alumnos tienen dificultades para el manejo de las fracciones o los decimales, es probable que entiendan los problemas, pero no dominen aún las operaciones con estos números y por ello no puedan resolverlos.

Proponga problemas como, por ejemplo, cuántas jarras de 2 L o de 3 L pueden llenarse con un garrafón de 20 L, donde tienen que dividir números naturales, y, cuando los alumnos hayan comprendido la relación entre los datos, puede introducir números con punto decimal pero que sean sencillos de sumar o multiplicar, por ejemplo 0.5, 1.5, 2.5, etcétera.

¿Cómo extender?

Haga preguntas de reflexión a los alumnos, por ejemplo:

- ¿Por qué dividir entre 0.5 equivale a multiplicar por 2?
- ¿Por qué dividir entre 0.1 equivale a multiplicar por 10?
- ¿Cómo puedo resolver la división 2 entre 0.001 sin hacer división?, ¿la puedo resolver con una multiplicación?, ¿por cuánto tengo que multiplicar el 2?



Variación proporcional directa 2 (LT, pp. 130-139)

Tiempo de realización	Seis sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Proporcionalidad.
Aprendizajes esperados	Calcula valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa, con constante natural, fracción o decimal (incluyendo tablas de variación).
Intención didáctica	Que los alumnos resuelvan problemas de proporcionalidad directa con procedimientos propios y con la regla de tres. Asimismo, que distingan tablas de variación proporcional directa de otras que no lo son.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	<p>Audiovisuales Sesión 1. <i>Dibujos a escala</i> Sesión 2. <i>Constante de proporcionalidad</i> Sesión 6. <i>La regla de tres</i></p> <p>Informático Sesión 3. <i>Conversión de monedas</i></p>
Materiales de apoyo para el maestro	<p>Audiovisual <i>¿Cómo trabajar la regla de tres en clase?</i></p> <p>Bibliográfico Block, D., et al. (2010). <i>¿Al doble le toca el doble? La enseñanza de la proporcionalidad en la educación básica</i>. México, Ediciones SM (somos maestros).</p>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Resuelvan problemas de proporcionalidad directa que involucran cantidades enteras y la constante es una fracción no unitaria (numerador diferente a uno).
- Sesión 2. Resuelvan problemas de proporcionalidad directa que involucran cantidades fraccionarias y la constante es una fracción no unitaria (numerador diferente a uno).
- Sesión 3. Resuelvan problemas de proporcionalidad directa que involucran cantidades decimales y la constante es un número decimal.
- Sesión 4. Identifiquen relaciones de proporcionalidad directa en contextos de perímetros y áreas.
- Sesión 5. Identifiquen la igualdad de productos cruzados en cantidades que presentan variación directamente proporcional.
- Sesión 6. Resuelvan problemas de proporcionalidad directa usando la regla de tres.

Acerca de...

Desde los últimos grados de la escuela primaria y en la secuencia 7, los alumnos se han enfrentado a diversos problemas de proporcionalidad que han resuelto con diversos procedimientos como razones internas, sumas término a término, valor unitario y constante de proporcionalidad, y lo que ha cambiado es el tipo de números que están involucrados en los problemas. En la primaria fueron constantes de proporcionalidad naturales y en la secuencia 7 se inició con constantes fraccionarias que probablemente los alumnos expresaban con decimales. En las primeras 4 sesiones de esta secuencia se continúa el trabajo con problemas de valor faltante, ahora extendidos a otros contextos como las escalas, los cambios de moneda, el perímetro y el área de figuras. Así mismo se amplía el tipo de números al trabajar con fracciones y decimales, no sólo en las constantes sino también en las cantidades involucradas. En la sesión 5 se exploran los productos cruzados en cantidades que

varían proporcionalmente como un antecedente para abordar la regla de tres en la sesión 6.

Sobre las ideas de los alumnos

Es común que en los problemas de escalas que se abordarán en la sesión 1, los alumnos empleen un razonamiento aditivo. Por ejemplo, al pedir que los lados que en el original miden 4 unidades en la copia a escala midan 3 unidades, es probable que los alumnos resten 1 a todas las medidas de la figura. La actividad por sí misma retroalimenta a los alumnos porque con esta estrategia no obtienen el dibujo a escala.

¿Cómo guió el proceso?

Permita que resuelvan los problemas con procedimientos que se describieron en la secuencia 7, a continuación se describen brevemente con ejemplos tomados de las sesiones de esta secuencia.

Razones internas. Si un segmento en el original mide 5 y en la copia mide 2, ¿cuánto medirá en la copia un segmento que en el original mide 1? Este problema corresponde a la segunda tabla de la sesión 1.

	Medidas en el original	Medidas en la copia
$\times \frac{2}{5}$	5	1
	2	$\frac{2}{5}$
		$\times \frac{2}{5}$

Suma término a término. Para preparar una mezcla de leche se deben poner 5 onzas de agua con 4 medidas de leche. Completar la tabla. Este problema corresponde a la actividad 2 de la sesión 2.

	Onzas de agua	Medidas de leche
	5	4
$1 + \frac{1}{2}$	1	$\frac{4}{5}$
	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$
	$1\frac{1}{2}$	$\frac{6}{5}$
		$\frac{4}{5} + \frac{2}{5}$

Valor unitario. Si 5 pesos argentinos equivalen a 4.50 pesos mexicanos, ¿a cuánto equivalen 2 pesos argentinos? Este problema corresponde a la primera actividad de la sesión 3.

Se calcula el valor de un peso argentino y luego el de 2.

	Pesos argentinos	Pesos mexicanos
	5.00	4.50
$\div 5$	1.00	0.90
$\times 2$	2.00	1.80
		$\div 5$
		$\times 2$

Constante de proporcionalidad. Se busca el número por el que se multiplica la primera cantidad para obtener la segunda. La siguiente tabla corresponde a la primera actividad de la sesión 4. Dada la medida del lado de un cuadrado se pide calcular el perímetro y el área y luego determinar si hay relación de proporcionalidad.

Medida del lado	1	2	3	4
Perímetro (cm)	4	8	12	16
Área (cm ²)	1	4	9	16

En la secuencia 7 los alumnos aprendieron a identificar si una tabla relaciona dos cantidades de manera directamente proporcional, una de ellas consiste en que dividan cada cantidad entre su correspondiente en la tabla, si el resultado es constante entonces la tabla es de variación proporcional. En este caso se cumple que el perímetro del cuadrado es proporcional a la medida de su lado, pero el área no es proporcional a la medida del lado. Una pregunta que les puede hacer es: ¿por qué el perímetro sí es proporcional y el área no?

Uno de los procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad es la llamada regla de tres. En la sesión 5 se trabaja la igualdad de productos cruzados que es un antecedente para la regla de tres que trabajarán en la sesión 6. Se trata de una regla relativamente fácil de aplicar, pero difícil de entender por qué funciona,



es por ello que se debe trabajar después de que los alumnos han resuelto problemas de proporcionalidad con otros procedimientos, como los mencionados anteriormente. Puede observarse en la sesión 6 que se usan las ecuaciones lineales del tipo $ax = b$, es por ello que también esta regla se trabaja después de que los alumnos saben resolver estas ecuaciones. Otra cuestión importante es trabajar con los alumnos cuándo puede usarse y cuándo no, se espera que el trabajo con el razonamiento proporcional que han hecho en esta secuencia y en la 7 sirva de apoyo para lograr este propósito.

En "Para terminar" los alumnos llevarán a cabo una actividad para diferenciar las situaciones en las que puede o no usarse la regla de tres.

Pautas para la evaluación formativa

El aprendizaje esperado indica que los alumnos deben resolver problemas de proporcionalidad directa con números naturales, fraccionarios y decimales. Para lograrlo, es posible que los alumnos enfrenten algunas dificultades; observe si los alumnos pueden:

- Determinar la constante de proporcionalidad o el valor unitario al hacer divisiones como 2 entre 5 (no saben cómo obtener el resultado).
- Una vez que tienen el valor unitario o constante de proporcionalidad y se trata de una fracción o un decimal que tienen que multiplicar por otro número, no saben cómo hacerlo.
- Para emplear el procedimiento de suma término a término, no saben cómo sumar dos fracciones o dos decimales.

En el caso de las sesiones 5 y 6, identifique si los alumnos tienen dificultad para:

- Plantear la ecuación que resulta de los productos cruzados.
- Resolver la ecuación, incluso cuando la plantearon bien.

Con respecto a la resolución de los problemas identifique a los alumnos que aún tienen proble-

mas para encontrar valores faltantes o identificar tablas que son de proporcionalidad.

¿Cómo apoyar?

Si la dificultad está en el manejo de las fracciones o los decimales, permita que quienes tienen este problema usen la calculadora y en la puesta en común, invite a algún alumno que haya trabajado sin calculadora a que muestre a sus compañeros cómo lo hizo y verifiquen que lleguen al mismo resultado.

Si son varios los alumnos que tienen problemas con el planteamiento de las ecuaciones o con su resolución, puede hacer un alto grupal en el trabajo y entre todos y con su apoyo repasar el tipo de ecuaciones que resultan de la regla de tres.

Cuando la dificultad esté en la resolución del problema, forme parejas o equipos donde incluya alumnos que han desarrollado bien su razonamiento proporcional para que apoyen a sus compañeros.

Recuerde también que las puestas en común que se sugieren generalmente al final de cada sesión son de gran ayuda para retroalimentar a los estudiantes que tienen dificultades, procure incluir los diferentes procedimientos con que pueden resolverse los problemas de proporcionalidad (razones internas, sumas término a término, valor unitario, constante de proporcionalidad y regla de tres) con el fin de que los alumnos tengan una amplia gama para elegir los que mejor comprenden.

¿Cómo extender?

Puede poner problemas más complejos, por ejemplo:

- a) Ramsés cambió 2 000 libras egipcias por rupias indias, ¿cuántas rupias le dieron? _____
- b) Akira cambió 10 000 yenes por pesos argentinos. ¿Cuántos pesos argentinos le dieron? _____

Tiempo de realización	Cuatro sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Proporcionalidad.
Aprendizajes esperados	Resuelve problemas de cálculo de porcentajes, de tanto por ciento y de la cantidad base.
Intención didáctica	Que los alumnos resuelvan problemas que implican el cálculo de porcentajes tomando como base el 50%, 25%, 10% y 1%.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	Audiovisuales Sesión 2. <i>Porcentajes</i> Sesión 4. <i>Cualquier porcentaje</i> Informáticos Sesión 3. <i>Cálculo de porcentajes</i>
Materiales de apoyo para el maestro	Audiovisual <i>Los porcentajes</i>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Resuelvan problemas que implican el uso de la expresión "por ciento" y lo simbolicen con %.
- Sesión 2. Resuelvan problemas que implican el cálculo del 50% y 25% como la mitad y la cuarta parte respectivamente de la cantidad.
- Sesión 3. Resuelvan problemas que implican el cálculo del 10% y el 1 % como la décima y la centésima parte respectivamente de la cantidad.
- Sesión 4. Resuelvan problemas que implican el cálculo de porcentajes con base en porcentajes conocidos (50%, 25%, 10% y 1%).

Acerca de...

La resolución de problemas que necesitan el cálculo de porcentajes integra varios contenidos antes vistos: proporcionalidad, el uso de fracciones y decimales y las operaciones básicas con este tipo de números. Es por ello que para algunos alumnos suele ser compleja.

En el cálculo de porcentajes se involucran tres cantidades, por ejemplo, en la expresión:

El 10% de 360 es 36

Se tiene el tanto por ciento (10%), la cantidad base (360) y el porcentaje (36). Los problemas que se plantean pueden implicar el cálculo de

Comisiones por ventas

1. Trabaja de manera individual todas las actividades de esta sesión.

Juan trabaja como vendedor. Le dan de comisión \$10 por cada \$100 que vende; en caso de que no complete los \$100, recibe solamente la parte proporcional. Anota cuánto le dieron de comisión cada día.



cualquiera de estos tres datos cuando se conocen los otros dos.

En esta secuencia, formada por 4 sesiones, se trabaja sólo el cálculo de porcentajes cuando se conoce la cantidad base y el tanto por ciento. Los otros casos se trabajarán en la secuencia 28.

En la sesión 1 se hace un repaso de lo que probablemente los alumnos trabajaron en sexto grado, se introduce la expresión “tantos de cada 100” y su símbolo “%”. En la sesión 2 los alumnos calcularán el 50% de una cantidad como la mitad de la misma y el 25% como la cuarta parte. En la sesión 3 se hará lo mismo con el 10% (décima parte) y 1% (centésima parte). La secuencia termina en la sesión 4 donde los alumnos calcularán cualquier tanto por ciento tomando como base los porcentajes que ya saben calcular.

No es propósito de esta secuencia el cálculo de porcentajes multiplicando por el decimal que representa el tanto por ciento, este algoritmo se trabajará en la sesión 28. Por el momento lo más importante es que los alumnos conceptualicen la noción de porcentaje y empleen otros recursos para calcularlo.

Sobre las ideas de los alumnos

Entre los saberes previos que es importante que los alumnos recuperen está el uso de fracciones y el razonamiento proporcional. Los alumnos tendrán que expresar “ n de cada 100” como la fracción $\frac{n}{100}$.

¿Cómo guió el proceso?

En la sesión 1 introduce el tanto por ciento como una razón del tipo “35 de cada 100”, su expresión “35 por ciento” y su símbolo 35%.

En la sesión 2 es importante que los alumnos conceptualicen la cantidad total como 100% y con base en ello calculen 50% y 25% como la mitad y la cuarta parte de la cantidad, respectivamente. No se trata de aplicar el algoritmo para calcular el porcentaje (por ejemplo multiplicar por 0.50 o 0.25). En aquellos casos en que sea posible promueva que calculen los porcentajes

mentalmente, por ejemplo el 50% de 280 es la mitad de 280, es decir, 140.

Con la misma idea, en la sesión 3 los alumnos calcularán el 10% y el 1% de diversas cantidades. Es importante reiterar que no se trata de aplicar el algoritmo de multiplicar por el decimal 0.1 o 0.01, sino de promover una forma rápida de encontrar estos porcentajes dividiendo entre 10 (para el 10%) o entre 100 (para el 1%). Nuevamente, promueva el cálculo mental para encontrar estos porcentajes.

Cuando los alumnos inicien la sesión 4 se espera que puedan calcular el 50%, el 25%, el 10% y el 1% y que con base en ellos puedan calcular cualquier otro porcentaje. En seguida se muestra un ejemplo; se presenta en tablas para mayor claridad, pero no necesariamente deben hacerse así, los cálculos pueden ser mentales o escribiendo algunos resultados parciales. Para calcular el 26% de 240 los alumnos pueden:

- Calcular 25% de 240, luego 1% de 240 y sumar ambos resultados.

25% de 240 Es la cuarta parte de 240	60
1% de 240 Es la centésima parte de 240	2.4
Se suman ambos resultados (60 + 2.4)	62.4

- Calcular 10% y 1% de 240. Después, multiplicar el primero por 2, el segundo por 6 y sumar ambos resultados.

10% de 240 Es la décima parte de 240	24
Multiplicar por 2 Para tener 20%	48
1% de 240 Es la centésima parte de 240	2.4
Multiplicar por 6 Para tener 6%	14.4
Sumar los dos productos 48 + 14.4	62.4

- Calcular el 1% y multiplicar el resultado por 26.

1% de 240 Es la centésima parte de 240	2.4
Multiplicarlo por 26 Para tener 26%	62.4

Procure incluir en la puesta en común a alumnos que hayan seguido diferentes procedimientos para el cálculo de porcentajes, para que todos se den cuenta que hay diferentes maneras de hacerlo. Si llegara a surgir el algoritmo de multiplicar por un número decimal porque quizás lo aprendieron en primaria, acéptelo como un procedimiento más y comente que en la secuencia 28 se profundizará su conocimiento.

Pautas para la evaluación formativa

En cuanto a la noción de porcentaje, observe si los alumnos:

- Calculan bien las comisiones pedidas y las expresan correctamente usando el símbolo %, sobre todo en aquellas en que la razón está dada como 60 por cada 200 (corresponde a 30%).
- Pueden pasar de la expresión "tantos de cada 100" al uso del símbolo %.

- Interpretan 50% como la mitad, 25% como la cuarta parte, 10% como la décima y 1% como la centésima.
- Calculan correctamente las fracciones pedidas de las cantidades (mitades, cuartos, décimos y centésimos).
- Resuelven correctamente las operaciones necesarias.
- Utilizan diversos procedimientos para el cálculo de porcentajes.

¿Cómo apoyar?

Si la dificultad está en la noción de porcentaje, proponga más situaciones contextualizadas con expresiones como "34 de cada 100 participaron", "por cada 100 personas, 34 participaron", "el 34% participó", "participaron $\frac{34}{100}$ ".

Si la dificultad está en operar con las fracciones o decimales puede permitir que usen calculadora para hacer las operaciones, aunque promueva que traten de hacer sin calculadora las que son sencillas.

¿Cómo extender?

Proponga cálculos más complejos, por ejemplo: ¿cómo calcularías el 0.1% de 3 400?, ¿qué significa 0.1%?, ¿qué significa la décima parte de la centésima parte?

1. Forma un equipo para trabajar esta actividad y las tres siguientes.

Una marca que vende chocolate en polvo está dando el 10% del contenido del bote de regalo. Completen los datos que se piden.



Contenido original: 500 gramos

Gramos de regalo: _____

Contenido total: _____



Contenido original: _____

Gramos de regalo: _____

Contenido total: _____



Contenido original: _____

Gramos de regalo: _____



Contenido original: _____

Gramos de regalo: _____



Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Funciones.
Aprendizaje esperado	Analiza y compara situaciones de variación lineal a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con estos tipos de variación.
Intención didáctica	Que los alumnos comparen situaciones de variación lineal y no lineal, analizando sus representaciones tabular, gráfica y algebraica.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	<p>Audiovisuales Sesión 1. <i>¿Qué son las gráficas?</i> Sesión 2. <i>Gráficas de los movimientos</i></p> <p>Informático Sesión 1. <i>¿Dónde va el punto?</i></p>
Materiales de apoyo para el maestro	<p>Audiovisual <i>Funcional lineal y proporcionalidad directa</i></p>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Analicen la gráfica asociada a una situación de variación que relaciona dos conjuntos de cantidades, y determinen otros puntos.
- Sesión 2. Identifiquen que la gráfica de una relación de variación lineal es una línea recta.
- Sesión 3. Diferencien situaciones que son de variación lineal de otras que no lo son.

Acerca de...

En esta secuencia los estudiantes resolverán problemas que, en diversos contextos, requie-

ran comparar situaciones de variación lineal y no lineal.

Se inicia con el análisis de la información contenida en una gráfica, para estudiar la relación que existe entre las variables representadas y relacionar los puntos graficados con las tablas de datos correspondientes. Como parte de este análisis, se definen los conceptos de plano cartesiano, abscisa, ordenada y origen de las coordenadas.

Un tema central es el uso de las representaciones gráfica, tabular y algebraica para modelar situaciones de variación provenientes de distintos contextos. Tales representaciones permiten comparar y distinguir situaciones de variación lineal de aquellas que no lo son.

Sesión
1

■ Para empezar



Algunas situaciones de la vida relacionan dos cantidades; por ejemplo: el *número de paletas* con su *precio*, la *distancia* que recorre un ciclista con el *tiempo* que tarda en recorrerla, las *ventas* que logra un vendedor con la *comisión* que le dan. Estas relaciones pueden ser de muchos tipos, pero algunas son de un tipo especial que se llama *variación lineal*. En estas sesiones estudiarás este tipo de variación.

Otras actividades se centran en la identificación de situaciones de variación lineal a partir de analizar la forma de la gráfica. Así, se define la gráfica de una relación de variación lineal como los puntos que están sobre una misma recta.

De igual forma se identifican las situaciones de variación lineal al representarlas mediante expresiones de la forma $y = ax$ y $y = ax + b$. En secuencias anteriores, se estudiaron las expresiones algebraicas asociadas a situaciones de proporcionalidad directa, lo cual servirá de referente previo para definir las características de la expresión de una relación funcional de variación lineal.

Se concluye con actividades que requieren analizar la información contenida en tablas de datos y gráficas de diversos tipos, e identificar las que corresponden a situaciones de variación lineal.

Sobre las ideas de los alumnos

- Al resolver las actividades es importante que los alumnos sepan que las coordenadas de los puntos graficados en el plano cartesiano se definen como un par ordenado de la forma (x, y) , donde x es el valor de la abscisa y y es el valor de la ordenada.

Es importante que identifiquen que en las situaciones planteadas existe una relación de variación entre dos conjuntos de cantidades, donde el valor de una variable depende del valor que tenga la otra.

Algunos de los obstáculos que pueden enfrentar los alumnos son:

- Dificultades para interpretar el enunciado del problema y traducirlo a las representaciones gráfica y algebraica.
- Dificultad para distinguir una relación de variación lineal de una de proporcionalidad directa. Se debe aclarar que una relación de proporcionalidad directa es un caso particular de variación lineal.
- Dificultades para encontrar la relación entre las diferentes representaciones asociadas a una situación problemática. Esto significa que pueden cometer errores al transitar de una representación a otra, sobre todo de la gráfica a la expresión algebraica. Al respecto, la representación tabular puede servir como apoyo

para vincular los otros dos tipos de representación.

- Errores en el cálculo aritmético al efectuar las operaciones básicas de forma manual. Se recomienda el uso de la calculadora como recurso para el cálculo aritmético y para la comprobación de resultados.

¿Cómo guío el proceso?

En las sesiones 1 y 2 de esta secuencia, los estudiantes resolverán problemas de movimiento con velocidad constante, uno de los contextos de uso más extendido para el estudio de la variación lineal en este nivel, debido a que es un fenómeno relativamente fácil de entender y describir por su carácter intuitivo.

El problema 2 de la sesión 1 consiste en interpretar la información contenida en una gráfica que muestra la relación de las distancias recorridas por un ciclista en cierto tiempo. La gráfica corresponde a una situación de proporcionalidad directa; por tanto, los estudiantes pueden hallar el valor faltante con regla de tres, como procedimiento de resolución.

Destaque con el grupo que el problema que resolvieron tiene características que definen una relación de variación lineal: 1) la razón de la distancia al tiempo, en cada punto, es constante; y 2) los puntos trazados en la gráfica están sobre una misma recta.

Para completar el punto 3 de esta sesión, pida a los alumnos que elaboren una tabla de datos antes de construir la gráfica, de esta manera pueden obtener los puntos con mayor precisión.

En la sesión 2, los estudiantes compararán las gráficas que relacionan la distancia y el tiempo de tres autobuses, e identificarán cuál representa una situación de variación lineal. Para identificar cuál mantuvo una velocidad constante, sugiera que obtengan el valor de la razón en cada punto, dividiendo la distancia entre el tiempo. Una vez obtenida la razón constante, podrán determinar cuál es la expresión algebraica correspondiente.

La actividad de la sesión 3 consiste en comparar dos tablas de datos que muestran la relación entre el precio y la cantidad de lápices comprados al mayoreo o al menudeo. Como



parte de la actividad, los estudiantes deben identificar la situación que corresponde a una variación lineal.

Con lo visto en la secuencia, al resolver el punto 3 de esta sesión resultará relativamente sencillo a los alumnos identificar las gráficas que representan una variación lineal entre dos conjuntos de cantidades; no obstante, puede ser que no reconozcan que una recta con pendiente negativa también es de variación lineal.

Como cierre de la secuencia, en plenaria respondan preguntas como las siguientes: ¿cómo es la expresión algebraica de una relación de variación lineal?, ¿cómo es su gráfica, qué forma tiene?, ¿representa variación lineal una recta que no pasa por el origen de coordenadas?, ¿qué forma tiene la gráfica de una expresión de variación lineal con una razón constante negativa?

Pautas para la evaluación formativa

La intención de esta secuencia es identificar situaciones de variación lineal a partir de comparar situaciones de variación en diversos contextos y analizando las representaciones gráficas, tabular y algebraica. Por tanto, la evaluación del desempeño de los alumnos debe observar lo siguiente:

- Verificar que comprenden el concepto y las características de una relación de variación lineal, en sus distintas representaciones.
- Comprobar que en la representación gráfica reconocen que en un punto de coordenadas (x, y) de una recta, a cada valor de la abscisa x

le corresponde un único valor de la ordenada y .

- Comprobar que en la representación tabular reconocen que a cada valor de una variable le corresponde un único valor de la otra.
- Comprobar que en la representación algebraica identifican la regla o fórmula que define la relación de variación lineal entre las cantidades involucradas.

¿Cómo apoyar?

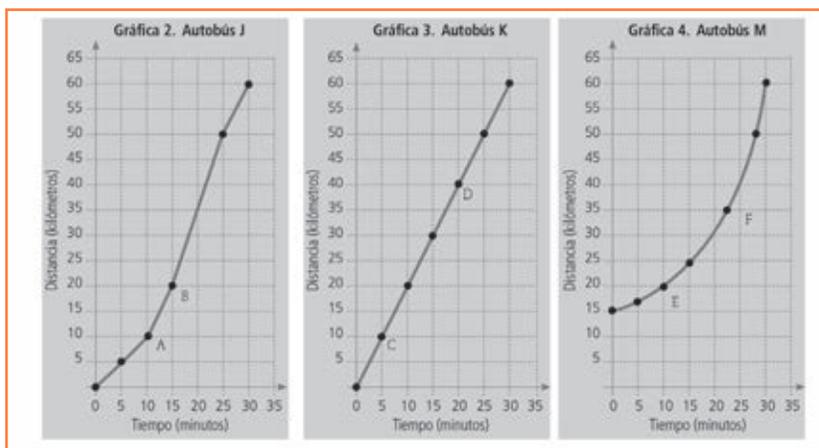
En todo momento, promueva la comunicación y el diálogo mediante el trabajo en equipo y la puesta en común grupal para consolidar la comprensión de procedimientos y conceptos, así como para superar dudas y errores.

Si hay alumnos con dificultades para identificar una relación de variación lineal en su representación gráfica, tabular o algebraica, orientelos para que precisen las características principales de este tipo de relaciones:

- La razón entre las variables es constante.
- La gráfica es una recta.
- La expresión es de la forma $y = ax + b$, donde a es la razón constante.

¿Cómo extender?

A los estudiantes que lograron comprender los temas centrales de la secuencia, propóngales que construyan la tabla de datos y la gráfica de una expresión algebraica que represente una relación de variación lineal, con razón negativa; por ejemplo, $y = -2x$; o bien, $y = -x + 3$.



Tiempo de realización	Dos sesiones.
Eje temático	Número, algebra y variación.
Tema	Ecuaciones.
Aprendizajes esperados	Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.
Intención didáctica	Que el alumno resuelva problemas con ecuaciones lineales de la forma $ax = b$, $x + a = b$ y $ax + b = c$.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	<p>Audiovisuales Sesión 1. <i>¿Qué son las ecuaciones?</i> Sesión 2. <i>¡Un paso más y listo!</i></p> <p>Informático Sesión 2. <i>Ecuaciones I</i>. Disponible en https://proyectodescartes.org/Telesecundaria/materiales_didacticos/1m_b03_t02_s01-JS/index.html</p>
Materiales de apoyo para el maestro	<p>Audiovisual <i>Ecuaciones... ¿Y cómo las resuelvo?</i></p> <p>Bibliográficos <i>Orientaciones didácticas</i>, SEP, pp. 189-190. Khan Academy (2019). <i>Ecuaciones de suma y resta de un paso</i>. Disponible en https://es.khanacademy.org/math/algebra-basics/alg-basics-linear-equations-and-inequalities/modal/a/solving-one-step-addition-and-subtraction-equations Khan Academy (2019). <i>Ecuaciones de multiplicación y división de un paso</i>. Disponible en https://es.khanacademy.org/math/algebra-basics/alg-basics-linear-equations-and-inequalities/alg-basics-one-step-add-sub-equations/a/solving-one-step-multiplication-and-division-equations?modal=1&url=https%3A%2F%2Fes.khanacademy.org%2Fmath%2Falgebra-basics%2Falg-basics-linear-equations-and-inequalities%23alg-basics-one-step-inequalities</p>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Planteen y resuelvan ecuaciones de primer grado de la forma $x + a = b$.
- Sesión 2. Planteen y resuelvan ecuaciones de primer grado de la forma $ax = b$ y $ax + b = c$, mediante la técnica de las operaciones inversas o “el camino de regreso”.

Acerca de...

Esta secuencia es la segunda de tres en las que los alumnos deberán plantear y resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita. Se espera que los alumnos puedan resolver las situaciones como las que se plantean en esta secuencia de manera intuitiva, debido que es posible que en su vida cotidiana se les hayan presentado situaciones semejantes, sin embargo, se pretende que

transiten del procedimiento intuitivo al uso de una técnica como la de las operaciones inversas o “el camino de regreso” para ecuaciones de la forma $ax = b$ y $ax + b = c$.

Resolver problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales implica conocer las técnicas de manipulación de la literal para encontrar su solución; además de ello requiere avanzar a la concepción de igualdad como equivalencia entre dos expresiones.

Sobre las ideas de los alumnos

En cuanto a la resolución de ecuaciones los alumnos pueden presentar dificultades con el manejo de los signos y sus operaciones.

En esta secuencia se aplican los conocimientos adquiridos tanto con las operaciones de suma, resta, multiplicación y división de números enteros, fracciones y decimales como con la jerarquía



de operaciones; si tuvieran problemas con esos temas, en la resolución de las ecuaciones por operaciones contrarias se harán evidentes las dificultades que los alumnos aún puedan presentar.

¿Cómo guió el proceso?

En la actividad 5 de la sesión 1 es importante que sean los alumnos quienes planteen las ecuaciones y, si hay varias expresiones equivalentes, es conveniente exponerlas en plenaria y destacar por qué lo son, al resolverlas y comprobarlas deberán tener las mismas soluciones.

Este tipo de actividades dará seguridad a los estudiantes en el manejo de expresiones algebraicas.

En la actividad 6, es conveniente plantear una o dos ecuaciones diferentes y resolverlas con los estudiantes de manera grupal en el pizarrón, para que puedan observar los procedimientos que utilizaron.

En la actividad 3 de la sesión 2, es conveniente que los estudiantes utilicen la técnica de operaciones inversas, si no lo hicieron ellos, durante la plenaria puede apoyarlos mostrándoles de manera general cómo hacerlo, una vez que se ha revisado el recuadro en el que aparece la técnica.

Pautas para la evaluación formativa

- Aprecie cómo plantearon las ecuaciones de la actividad 3 de la sesión 1 y la manera en que las resolvieron; de ser necesario, comente con los estudiantes los aspectos relevantes que deben considerarse para hacer el planteamiento y cómo llegar a la solución.
- Pida a los estudiantes que realicen la actividad 5, de la sesión 2, en una hoja blanca y antes de incorporarla al portafolio de evidencias, realice una coevaluación e integre los resultados en su evaluación con la finalidad de obtener información clara y precisa de los conocimientos adquiridos por cada uno de los estudiantes. A partir de ello, si considera necesario, proporcione actividades adicionales a los alumnos con bajos resultados.

¿Cómo apoyar?

Cuando los alumnos muestran dificultades para plantear ecuaciones es importante ayudarles a

establecer cuáles son las cantidades conocidas y desconocidas y la relación que hay entre ellas; en la mayoría de las ocasiones, el problema es que no logran establecer la relación entre las cantidades.

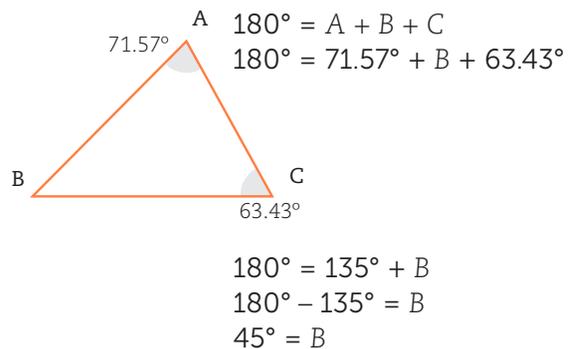
En la sesión 1, actividades 1 y 2 si lo considera necesario, puede hacer notar a los estudiantes que ya han resuelto actividades similares en la secuencia 8 por lo cual puede pedirles que regresen a esa secuencia para recordar los procedimientos aplicados.

Resuelvan paso a paso distintos ejemplos de ecuaciones tanto de la forma $ax = b$ como $x + a = b$ utilizando la técnica de operaciones inversas para que los alumnos puedan asimilarlos paulatinamente y determinen cuál de ellas les resulta más conveniente de aplicar para dar solución a determinadas situaciones problemáticas.

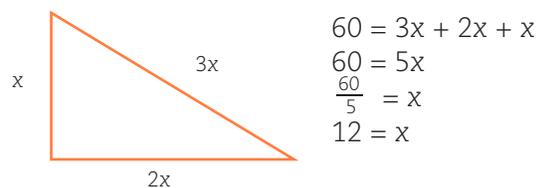
¿Cómo extender?

Puede mostrar la utilidad de este aprendizaje aplicándolo en distintos temas como la obtención de áreas y perímetros de figuras geométricas distintas a las ya vistas en la secuencia anterior, ángulos desconocidos etcétera. Como ejemplos:

Considera la siguiente imagen y encuentra el valor del ángulo B.



Sabiendo que el perímetro de la siguiente figura es igual a 60, calcula la medida de su base.



Tiempo de realización	Dos sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes.
Aprendizaje esperado	Formula expresiones algebraicas de primer grado a partir de sucesiones y las utiliza para analizar propiedades de la sucesión que representan.
Intención didáctica	Formular en lenguaje común expresiones generales que definen las reglas de sucesiones de figuras y números con progresión aritmética.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	<p>Audiovisuales Sesión 1. <i>¿Qué es una sucesión?</i> Sesión 2. <i>¿Cómo se generan las sucesiones con progresión aritmética?</i></p> <p>Informático Sesión 2. <i>¿Qué número va?</i></p>
Materiales de apoyo para el maestro	<p>Audiovisual <i>Sucesiones de figuras y de números con progresión aritmética</i></p>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Determinen el término que ocupa un lugar cualquiera en una sucesión de figuras con progresión aritmética y expresen la regla general de la sucesión.
- Sesión 2. Construyan sucesiones de números que corresponden a una progresión aritmética a partir de una regla dada en lenguaje común.

Acerca de...

Esta secuencia es el vínculo entre los conocimientos trabajados en primaria y el paso a la simbolización algebraica de una sucesión con progresión aritmética, por lo que en el par de sesiones que la conforman se inicia el tema abordando casos de sucesiones de figuras y números sencillas, en las que se analizará cómo están conformadas.

¿Cuál es la siguiente figura?

1. Reúnete con un compañero para resolver este y el siguiente problema.
Consideren la siguiente sucesión de figuras.



Figura 1



Figura 2

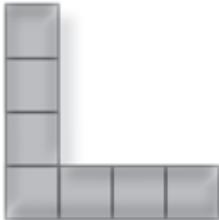


Figura 3

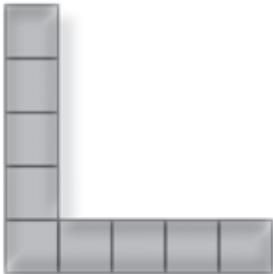


Figura 4



4. Considera la sucesión de cuadrados formados con cerillos.



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4

En la primera sesión los alumnos trabajarán con sucesiones de figuras que corresponden a una progresión aritmética, es decir, sucesiones con una constante aditiva entre sus términos; primero identifican y describen cómo pasan de una figura a otra para determinar el posible patrón y hallen figuras que corresponden a una posición inmediata; luego, deberán encontrar o describir cómo se conforma una figura de una posición más alejada con la intención de probar que el patrón se mantiene y corresponde. Se busca que paulatinamente se identifiquen los elementos que permiten generar cualquier figura de la sucesión.

En la sesión 2 se parte de la regla dada en lenguaje común para generar los términos de una sucesión numérica. Se espera que se identifiquen regularidades y diferencias a fin de que los alumnos estén preparados para la segunda secuencia, en la cual puedan expresar y representar de diferentes maneras las reglas generales y llegar a la representación algebraica.

Sobre las ideas de los alumnos

En primaria, los alumnos describieron con palabras las características y el comportamiento de sucesiones con progresión aritmética y geométrica. Ellos se centraron en la exploración de las regularidades para poder completar, por ejemplo, los primeros cinco términos de una sucesión. Como resultado, formularon descripciones utilizando sus palabras o incluso recurrieron a dibujos o a símbolos inventados por ellos. Las descripciones que hicieron son de tipo recursivo, es decir, describen la variación de la sucesión de una figura a la siguiente.

En esta secuencia es importante que los estudiantes recuerden y reconozcan que una de las regularidades se relaciona con la cantidad de cua-

dros, puntos, palillos, lados o cualquier tipo de pieza que forma cada figura de la sucesión.

Algunas posibles dificultades y errores que los alumnos pueden tener son:

Dificultades para identificar cuál es la regularidad o constante entre una figura y otra.

Problemas para comprender la regla verbal y generar los términos de una secuencia.

Errores al efectuar operaciones básicas con lápiz y papel, por tanto, considere la posibilidad de usar una calculadora como herramienta de cálculo para generar y verificar resultados.

¿Cómo guió el proceso?

En la sesión 1 los alumnos describen las relaciones que hay entre las figuras que forman una sucesión para que por medio de ese análisis hallen la figura que se les pide y logren describir cómo se forma, cuántas piezas tiene, es decir identifican el patrón o regla que sigue la sucesión. La generalización consiste en que los alumnos encuentren y enuncien la regla verbal con la cual pueden obtener cualquier término de una sucesión aritmética, a partir de los primeros cuatro términos de ella.

Es conveniente que las descripciones encontradas sean discutidas en grupo. Además, es necesario que se discuta su validez mediante su puesta a prueba.

Además del trabajo propuesto en la sesión 2, que principalmente se trata de generar los términos de las sucesiones a partir de las reglas verbales, se propone analizarlos para identificar regularidades y diferencias entre una sucesión y otra. Por ejemplo, en la actividad 2 se pregunta por el término de la posición 20 en cada una de las cuatro sucesiones generadas a partir de las reglas que se dan, entonces podría proponer que generen los primeros cinco términos de cada su-

cesión para que observen que el primer término es tres, sin embargo, la diferencia que hay entre un término y otro en cada sucesión es diferente y está determinado en la regla verbal a partir de la cantidad que se debe sumar: 2, 3, 5 y 10, respectivamente.

Pautas para la evaluación formativa

Para evaluar este aprendizaje considere el trabajo que los alumnos desarrollen en:

- La actividad 4 de la sesión 1.
- La actividad 3 de la sesión 2.

¿Cómo apoyar?

En el caso de tener dificultades para hallar el número de piezas que forman una figura de una posición que está más adelante, pida a los alumnos que elaboren una tabla que les sirva de ayuda para relacionar el número de la figura con el de piezas.

Para determinar el número que ocupa la posición 20 en la actividad 2 de la sesión 2, es posible que algunos escriban la lista: 3, 5, 7, 9... y así hasta llegar a la posición 20, y que le digan la respuesta. Estos alumnos sólo han comprendido el problema, pero no han logrado encontrar un procedimiento que les permita hallar el término que ocupa un lugar cualquiera de la lista. Si éste es el caso de muchos alumnos, para ayudarles a hacer la generalización podría plantear el problema de esta manera: "¿Qué lugar ocupa en la lista el número que se calcula de la siguiente manera: $1 + 2?$, ¿y cuál es el lugar del que se calcula $1 + 2 + 2?$ ¿Y el que se calcula:

$1 + 2 + 2 + 2?$ ¿Con qué otra operación se puede expresar la suma $2 + 2 + 2?$ ¿Y la suma $2 + 2 + 2 + 2?$ ¿Cuántas veces tendría que sumarse el 2 para calcular el número que ocupa el lugar 20?" La respuesta lleva implícita la generalización: $1 + 20 \times 2 = 41$. Además, tiene la ventaja que lo puede vincular con la sucesión de figuras de la actividad 1 de la sesión 1, pues la figura de la posición inicial está formada por el cuadrado que está en la esquina y se agregan dos cuadrillos, uno a la derecha y el otro arriba, a partir de ahí todas las figuras se forman de la misma manera.

Un recurso que los alumnos pueden aplicar para sucesiones como el triple de la posición que ocupa (inciso d), sesión 2) es lo que saben respecto de proporcionalidad.

¿Cómo extender?

Si lo considera conveniente, en la actividad 3 de la sesión 2 podría proponer que generen una nueva sucesión considerando la regla del inciso d) cambien "al resultado le resto 1" por "al resultado le sumo 1" con el propósito de comparar y analizar los términos de esa nueva sucesión y los de las sucesiones del inciso b) y c). De esta manera pueden observar las regularidades y diferencias entre las sucesiones:

Sucesión de c: 200, 195, 190, 185

Sucesión de d: 3, 6, 9, 12, 15

Sucesión nueva: 4, 7, 10, 13, 16

También podría proponer construir una sucesión cuyo tercer término sea 10 y preguntar: ¿cuántas sucesiones diferentes pudieron construir?

■ Para terminar

Considera la siguiente sucesión de palillos.



Figura 1

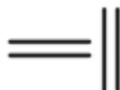


Figura 2

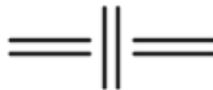


Figura 3

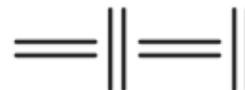


Figura 4

- ¿Cuántos palillos tendrán las figuras 5, 10 y 20?
- ¿Cuántos tendrá la figura n ?
- Escribe en tu cuaderno la manera en que encuentraste las respuestas.



Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Forma, espacio y medida.
Tema	Figuras y cuerpos geométricos.
Aprendizajes esperados	Analiza la existencia y unicidad en la construcción de triángulos y cuadriláteros, y determina y usa criterios de congruencia de triángulos.
Intención didáctica	Que los alumnos exploren y deduzcan que la suma de los ángulos interiores de un triángulo siempre es 180° y que en un triángulo la suma de dos de sus lados debe ser mayor que el tercer lado.
Materiales para el alumno	Juego de geometría.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	<p>Audiovisuales</p> <p>Sesión 1. <i>Los ángulos interiores de un triángulo</i></p> <p>Sesión 3. <i>Existencia de triángulos</i></p> <p>Informático</p> <p>Sesión 1. <i>Ángulos interiores de un triángulo</i></p>
Materiales de apoyo para el maestro	<p>Audiovisual</p> <p><i>La importancia de las construcciones en la enseñanza de la geometría</i></p>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Exploren y muestren que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° .
- Sesión 2. Exploren que en todo triángulo la suma de dos lados siempre es mayor que el tercer lado.
- Sesión 3. Analicen la existencia de triángulos dadas las medidas de los ángulos o las de los lados.

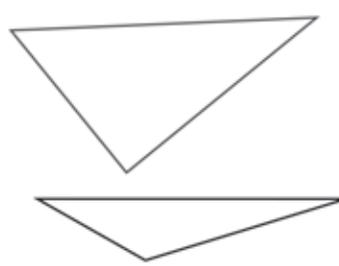
Acerca de...

En esta secuencia se continúa el trabajo iniciado en la secuencia 9 (Existencia y unicidad 1). Al igual que en aquella, en las actividades se promueve que los alumnos primero hagan hipótesis y luego las verifiquen, ya sea empíricamente (midiendo los ángulos interiores de un triángulo y luego sumando, cortando los triángulos y poniéndolos uno al lado de otro, cortando tiras para ver

¿Cuánto suman?



1. Reúnete con un compañero para hacer esta y las tres actividades posteriores. Hagan una hipótesis: si miden los tres ángulos interiores de cada uno de estos triángulos y suman las tres medidas, ¿siempre obtendrán el mismo resultado o serán resultados diferentes? _____
2. Para tratar de probar su hipótesis, midan los ángulos de cada triángulo, sumen las tres medidas y anoten el resultado. ¿A cuál número se aproximan las sumas? ____



4. El siguiente es un razonamiento para probar que los ángulos interiores de un triángulo suman 180° en la figura; $a + b + c = 180^\circ$.

Consideren que el segmento rojo es paralelo a un lado del triángulo. Si se juntan los ángulos e, d y c, para formar un solo ángulo, como se muestra en la figura, ¿qué ángulo se obtiene? _____
El ángulo a es igual al ángulo e porque son correspondientes.
El ángulo b es igual al ángulo d porque son _____
Entonces en la suma ponemos a en lugar de e y b en lugar de d.



si tomando tres siempre es posible construir un triángulo) y en algunos casos verifiquen sus hipótesis usando argumentos basados en propiedades geométricas.

En el primer par de sesiones se trabaja con dos propiedades importantes de los triángulos:

- 1) La suma de los ángulos interiores de un triángulo siempre es 180° .
- 2) La suma de dos lados de un triángulo siempre es mayor que el tercer lado.

Las actividades propuestas llevan al alumno a explorar y deducir estas propiedades.

Las construcciones geométricas promueven en los alumnos la exploración de las propiedades de las figuras, por eso en la segunda sesión se introducen los pasos para construir un triángulo cuando se conocen las medidas de sus lados; a partir de esta construcción se puede comprobar la hipótesis de que, dadas tres medidas, no siempre es posible construir un triángulo cuyos lados tengan esas mismas medidas. El trazo les permite observar que para que exista el triángulo los dos arcos que se trazan deben cruzarse para determinar el tercer vértice.

En la tercera sesión los alumnos seguirán desarrollando su razonamiento deductivo al plantear primero una hipótesis (existe o no existe un triángulo con las medidas señaladas) y argumentarla. En los casos en que exista el triángulo tendrán que trazarlo.

Como puede observarse en esta secuencia se trabajan paralelamente tanto el aspecto informativo como el aspecto formativo de la enseñanza de la Geometría.

Sobre las ideas de los alumnos

Es muy probable que en un principio los alumnos piensen que, dadas tres medidas de ángulos o de

lados, existe un triángulo que las tiene. A lo largo del trabajo en esta secuencia se darán cuenta de que no es así.

En el caso de la suma de los ángulos interiores de un triángulo, probablemente los alumnos se convenzan de que es 180° al medir y sumar o al recortarlos y ponerlos uno al lado del otro, ellos suelen generalizar a partir de uno o dos casos, es importante promover la duda y la necesidad de una prueba que garantice que esta propiedad no sólo se cumple para los triángulos que midieron o recortaron sino para todos.

Algunos de los argumentos que podrían dar los alumnos es que un triángulo no existe "porque no me salió", es decir porque no lo pudieron trazar, para este tipo de respuestas también es importante motivarlos para que den argumentos basados en las propiedades de los triángulos.

¿Cómo guió el proceso?

Para el trabajo con Geometría es importante promover en los alumnos el planteamiento de hipótesis: ¿piensas que la suma siempre es la misma?, ¿consideras que dadas tres medidas para los lados siempre es posible construir un triángulo cuyos lados tengan esas tres medidas? Y después, promover que los alumnos exploren y traten de probar sus hipótesis. Recuerde que no se trata de hacer demostraciones rigurosas desde el punto de vista matemático, sino de introducir a los alumnos en el razonamiento deductivo, por lo que no se espera que hagan demostraciones rigurosas usando notación geométrica impecable. Los razonamientos de los alumnos pueden ser con lenguaje natural, ya sea oral o escrito. Es muy probable que sea necesario que nombren los ángulos o los lados con letra para identificarlos, comente con ellos las con-



venciones: suele nombrarse con letras mayúsculas los vértices del triángulo y con letras minúsculas los lados o ángulos.

Observe si los alumnos tienen problemas con el uso de sus instrumentos geométricos o si no recuerdan cómo trazar un triángulo a partir de las medidas de sus ángulos o de sus lados.

En la sesión 3, identifique a los alumnos a quienes les cuesta trabajo sustentar con argumentos sus hipótesis. Indague si se trata de una dificultad inherente al trabajo con matemáticas (aún no comprenden las dos propiedades de los triángulos que se están trabajando) o si el problema está en que no saben cómo expresarlos.

Pautas para la evaluación formativa

Observe si los alumnos logran:

- Reconocer que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° .
- Describir que en todo triángulo la suma de dos lados siempre es mayor que el tercer lado
- Usar las propiedades geométricas para argumentar sus razonamientos

¿Cómo apoyar?

Si la dificultad está en el uso del juego de geometría, se recomienda hacer un alto en el trabajo y recordar junto con ellos en el pizarrón la manera de trazar triángulos dadas las medidas de los ángulos o de los lados, poniendo uno o dos ejemplos.

Si en la sesión 3 la dificultad está en que aún no usan las propiedades geométricas para argumentar sus razonamientos, apóyelos recordando con ellos estas propiedades, pida que revisen las dos lecciones anteriores y que lean los recuadros de información. Promueva la autoconfianza de los alumnos, motívelos a expresarse con sus propias palabras y si emplean un vocabulario no geométrico no los corrija haciéndolos sentir mal, simplemente repita de manera natural lo que ellos dijeron empleando el vocabulario geométrico adecuado.

También puede realizar otras actividades para explorar las dos propiedades que se estudian en esta secuencia. Por ejemplo, para la propiedad de la desigualdad del triángulo puede hacer que en el trazo, en lugar de marcar sólo los arcos marquen las circunferencias completas, es probable que esto ayude a que vean por qué se requiere que la suma de dos lados sea mayor que el tercer lado.

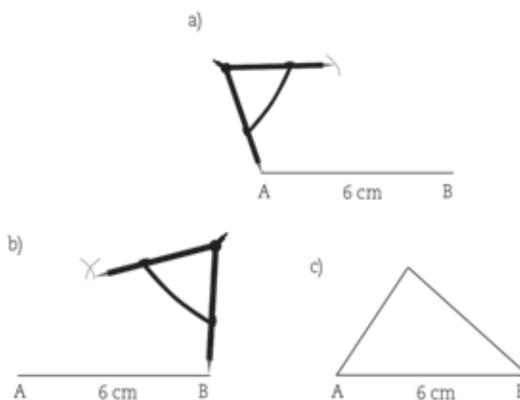
¿Cómo extender?

Plantee problemas donde relacione con álgebra las propiedades vistas, por ejemplo:

- Un lado de un triángulo mide 3, otro x y el tercero, 5. ¿Existe el triángulo si x vale 1?, ¿si x vale 6? ¿Qué valores puede tomar x para que el triángulo exista?
- Un ángulo mide 30° , otro 50° y el otro $x + 10^\circ$, ¿cuánto vale x ?

3. Sigán estos pasos en su cuaderno para trazar un triángulo cuyos lados midan 4 cm, 6 cm y 5 cm.

- Tracen un segmento de 6 cm. Pongan A y B a sus extremos. Abran su compás a 4 cm. Coloquen la punta del compás en A y tracen un arco.
- Abren su compás a 5 cm, coloquen la punta del compás en B y tracen otro arco.
- Unan A y B con el punto donde se cortan los arcos.



Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Forma, espacio y medida.
Tema	Figuras y cuerpos geométricos.
Aprendizajes esperados	Calcula el perímetro de polígonos y del círculo, y áreas de triángulos y cuadriláteros desarrollando y aplicando fórmulas.
Intención didáctica	Que los alumnos deduzcan y expresen las fórmulas para obtener el área de figuras geométricas.
Materiales para el alumno	Juego de geometría, hojas, <i>software</i> geométrico.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	Audiovisuales Sesión 1. <i>El área en la antigüedad</i> Sesión 2. <i>¿Cómo trazo y obtengo el área de figuras geométricas con Geogebra?</i> Sesión 3. <i>Aplicaciones del área en la vida cotidiana</i>
Materiales de apoyo para el maestro	Audiovisual <i>El área</i>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Reconozcan la conservación del área en figuras geométricas y calculen el área a partir de una unidad de medida arbitraria. Calculen el área de una figura geométrica a partir de recubrirla con unidades de área determinadas de manera arbitraria.
- Sesión 2. Construyan fórmulas para calcular el área del romboide y rombo a partir de la fórmula del área del rectángulo.
- Sesión 3. Construyan fórmulas para calcular el área del trapecio a partir de la fórmula del área del rectángulo o del romboide.

Acerca de...

Con la finalidad de que los alumnos deduzcan y expresen las fórmulas para obtener de forma geométrica y analítica el área de figuras geométricas se plantea lo siguiente:

Se inicia con el concepto de la medición de superficie. Se analiza su conservación en las figuras geométricas cuando cambian de forma, pero la superficie se mantiene. Para ello se trabajan diversas situaciones como:

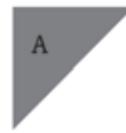
- a) La figura cambia su posición sin modificar su forma.
- b) Se fracciona la figura y se reacomodan sus piezas.



2. Si consideras que el área de la pieza C vale 1, ¿cuántas veces cabe el área de C en cada una de las piezas del tangram que construiste que se representan abajo?











Se plantean situaciones donde se asocia una unidad de medida y se cuantifica la superficie.

Se realizan transformaciones geométricas para deducir las fórmulas del área. Por ejemplo, el romboide y el rombo se transforman en rectángulos. Finalmente, también se hacen transformaciones geométricas y analíticas del trapecio en rectángulos para deducir la fórmula de su área. Se relacionan las fórmulas del área con la respectiva figura, interpretando los elementos geométricos de cada una.

Sobre las ideas de los alumnos

Algunas ideas que pueden obstaculizar el estudio de este contenido son:

- Confundir las características de las figuras geométricas.
- Señalar erróneamente las alturas en los triángulos, trapecios y romboides.
- Confundir el área con el perímetro de las figuras geométricas.
- Emplear una fórmula que no corresponde con la figura geométrica. Ejemplo: considerar la fórmula del rombo para el romboide.
- No concebir la unidad de medida como una pieza de la figura, ya que piensan en unidades cuadradas o metros o centímetros cuadrados medidas usuales para la medición de áreas.
- Inventar fórmulas. Por ejemplo: al no recordar cómo es la fórmula del triángulo, el alumno multiplica la medida de los tres lados.

¿Cómo guió el proceso?

La intención de la sesión 1 es que el alumno compare superficies para que establezca relaciones de igualdad o inclusión entre las figuras del tangram. En la actividad 1 se establece una unidad de medida arbitraria para el área. En la actividad 2 se toma como unidad de medida la pieza D y se establecen relaciones del tipo: el área de la figura D es el doble del área de la figura C. Observe que se puede elegir cualquier pieza como unidad de medida arbitraria para medir la superficie.

Propicie que el estudiante observe que las figuras pueden tener diferente forma, pero conservan la misma área. Sugiera al alumno que so-

breponga la pieza que se define como unidad de medida y verifique que recubra toda la superficie de la otra figura. En algunos casos, será necesario partir la unidad de medida para realizar dicho recubrimiento y se puede aplicar algún movimiento de traslación, rotación o reflexión para hacer el recubrimiento total de la figura geométrica. En las actividades 4 y 5, se analiza cómo dos figuras tienen la misma área, pero diferente forma.

En la sesión 2 se construyen las fórmulas para el área del romboide y del rombo a partir de la fórmula del área del rectángulo. En la actividad 2 pida a los alumnos que hagan los cortes necesarios en el romboide y realicen un acomodo de las piezas de tal manera que se transforme en un rectángulo. Por ejemplo:



Si el alumno no observa la conservación del área, propicie la reflexión en torno a esta característica, para ello se pueden hacer las siguientes preguntas: ¿hicieron los mismos cortes? ¿Cómo es el área de las dos figuras? Cuando los cortes son distintos, ¿cómo son las áreas? Además, los alumnos deberán identificar que la base y altura del romboide corresponden con la base y altura del rectángulo; independientemente del tipo de partición que haya realizado en la figura.

En la actividad 5 se establece la relación entre el área del rectángulo y del rombo. Al superponer el rombo dentro del rectángulo se observa que el área del rombo es la mitad del área del rectángulo. Además, la diagonal mayor del rombo corresponde con la base del rectángulo y la diagonal menor con la altura. Por lo que ésta es una excelente forma de que visualicen la relación entre las dos fórmulas.

Otro procedimiento que se muestra es la transformación del rombo en un rectángulo que tiene como base la diagonal mayor del rombo y la diagonal menor es igual a la mitad de la altura del rectángulo. ¿Cómo son las fórmulas que se obtuvieron en ambos casos? ¿Se conservan las áreas?

En el interactivo podrán observar diferentes transformaciones en los paralelogramos.

En la sesión 3 se pretende que los alumnos construyan la fórmula del área de trapecio a partir de la fórmula del área rectángulo o del romboide. Para ello, se utiliza el procedimiento de transformarlo en otra figura cuya fórmula ya se conoce. Se les pide que piensen cómo calcular el área de un trapecio y se aborda mediante tres procedimientos:

- La transformación del trapecio en un rectángulo cuya base es la base mayor más la base menor del trapecio y la altura es la misma. Se aplica la fórmula de área de un rectángulo y se divide entre dos porque se unieron dos trapecios.
- La transformación del trapecio en un rectángulo cuya base es la base mayor más la base menor del trapecio y la altura es la mitad de la altura del trapecio. También se aplica la fórmula de área de un rectángulo.
- La transformación del trapecio en un romboide cuya base es la base mayor más la base menor del trapecio y la altura es la misma. Se aplica la fórmula de área de un romboide y se divide entre dos porque se unen dos trapecios.

Pautas para la evaluación formativa

Para evaluar este aprendizaje considere que el alumno:

- Comprende las propiedades y características de la conservación del área y de la unidad de medida.
- Identifica que las figuras geométricas pueden ser fraccionadas y elige una unidad de medida arbitraria adecuada.
- Realiza transformaciones analíticas y geométricas válidas.

- Argumenta y describe las transformaciones que realiza.

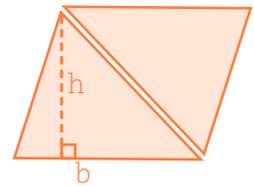
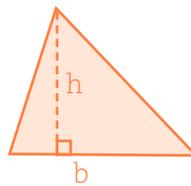
¿Cómo apoyar?

Si observa que los alumnos no saben qué hacer, sugiérales posibles particiones y acomodo de las figuras para obtener la transformación que se requiere. En algunos casos será necesario que la figura que se use como unidad de medida sea fraccionada para que se pueda recubrir toda la figura, si no logran hacerlo, sugiérales una forma. A partir de ello, se espera que los alumnos deduzcan las fórmulas mediante las transformaciones geométricas y analíticas.

¿Cómo extender?

Propicie que los alumnos realicen otras transformaciones de las figuras geométricas para deducir las fórmulas. Por ejemplo:

- Deduce la fórmula del área del romboide a partir de la fórmula del área del triángulo.
¿Cuál es la fórmula del área del triángulo?
- ¿Qué transformación se llevó a cabo en la figura?



- Observa las figuras.



- Deduce la fórmula del área del trapecio a partir de la del rectángulo.

4. Arma las figuras con tu tangram. Calcula el área de cada una si consideras a la pieza E como la unidad.



Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Forma, espacio y medida.
Tema	Magnitudes y medidas.
Aprendizajes esperados	Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero, desarrollando y aplicando fórmulas.
Intención didáctica	Que los alumnos exploren y deduzcan que el volumen de un prisma que tiene como base un triángulo o un cuadrilátero se calcula multiplicando el área de la base por la altura.
Materiales para el alumno	Sesión 1. Plastilina, regla, hilo que se pueda tensar sin romperse. Sesión 2. Cartulina, juego de geometría, tijeras y pegamento.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	Audiovisuales Sesión 1. <i>Volumen de prismas triangulares</i> Sesión 2. <i>Volumen de prismas cuadrangulares</i> Sesión 3. <i>Problemas sobre volumen</i> Informático Sesión 2. <i>Volumen de prismas</i>
Materiales de apoyo para el maestro	Audiovisual <i>La enseñanza de la fórmula para calcular el volumen de prismas</i>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Desarrollen y usen la fórmula para calcular el volumen de prismas rectos triangulares.
- Sesión 2. Desarrollen y usen la fórmula para calcular el volumen de prismas cuya base es un trapecio, un rombo o un romboide.
- Sesión 3. Resuelvan problemas que impliquen

la noción de volumen de prismas rectos cuya base es un triángulo o un cuadrilátero.

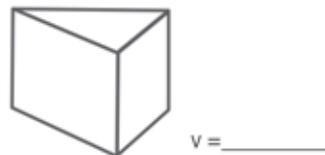
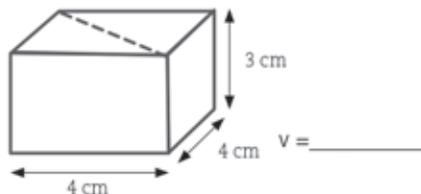
Acerca de...

En la secuencia 11 los alumnos concluyeron que para calcular el volumen de un prisma recto rectangular se utiliza la fórmula: *Volumen es igual a área de la base por altura.*

Prismas triangulares

1. Formen un equipo para trabajar esta actividad.

Construyan con plastilina los prismas rectangulares, luego corten con un hilo resistente y tensado por la línea punteada para obtener los prismas triangulares. Anoten el volumen de cada uno.



Ahora explorarán si esa misma fórmula se puede usar para calcular el volumen de prismas cuyas bases sean triángulos (sesión 1) o cuadriláteros (sesión 2). También resolverán problemas que impliquen estos conocimientos (sesión 3).

El estudio del volumen no puede realizarse sólo con figuras dibujadas, es por ello que los alumnos tendrán que construir prismas, en algunos casos con plastilina y en otros, a partir de su desarrollo plano, con cartulina y empleando el juego de geometría.

Sobre las ideas de los alumnos

La noción de altura suele ser difícil para los alumnos y, en el caso del cálculo de volúmenes de prismas, a esta dificultad se añade que en los prismas están las alturas como elemento de la base (altura del triángulo, altura del trapecio) y también está la altura del prisma. Considere esto al realizar las actividades de la secuencia.

¿Cómo guió el proceso?

En la sesión 1, verifique que los alumnos construyan los prismas rectangulares con plastilina y que hagan el corte necesario para obtener los prismas triangulares cuyo volumen sea la mitad del prisma original. Esta experiencia les es útil también para comprender las imágenes del libro, si bien algunos alumnos pueden interpretar la representación plana de los prismas, es probable que otros no puedan hacerlo, la visualización de objetos de tres dimensiones dibujados en dos dimensiones es una habilidad que se tiene que desarrollar.

Compruebe que calculan el volumen de los prismas triangulares obteniendo la mitad del volumen de los prismas rectangulares y después lo hagan aplicando la fórmula. La idea es que ellos mismos se den cuenta de que en ambos procedimientos obtienen el mismo resultado y deduzcan, entonces, que la fórmula *Volumen es igual a área de la base por altura* se puede aplicar también a prismas triangulares.

Para la sesión 2 es muy importante que los alumnos construyan los prismas y después, a manera de rompecabezas armen los otros prismas.

Verifique que primero calculen el volumen de los prismas rectangular y triangular y una vez que armen los otros prismas calculen su volumen sumando el volumen del prisma rectangular y triangular. Al igual que en la sesión 1, después tendrán que calcular el volumen de los prismas con base un cuadrilátero usando la fórmula *Volumen es igual a área de la base por altura*, nuevamente la idea es que comprueben que con los dos procedimientos (sumando el volumen de prismas y aplicando la fórmula) obtienen el mismo resultado y concluyan que la fórmula también se puede aplicar a prismas cuya base sea un rombo, un romboide o un trapecio.

En ninguna de las dos sesiones anteriores se espera que usted sea quien haga las conclusiones sobre el uso de la fórmula, permita que sean los mismos alumnos quienes exploren y concluyan que la fórmula es la misma para los diferentes tipos de prismas.

En la sesión 3 los alumnos se enfrentarán a diferentes problemas sobre volumen. Una característica de los problemas planteados es que no necesariamente tienen que aplicar de manera directa y mecánica la fórmula que han estudiado en las dos sesiones anteriores, los alumnos tendrán que poner en juego la noción de volumen, la aplicación directa de la fórmula, el cálculo de alguna dimensión dadas otras dimensiones y el volumen, proponer dimensiones para ciertos volúmenes o bien el volumen es un dato que necesitan calcular y operar con otro para dar respuesta al problema. Permita que traten de resolver los problemas en pareja, dé apoyo sin llegar a decir respuestas, por ejemplo, si para el problema del lingote de oro los alumnos no recuerdan la fórmula para calcular el área del trapecio puede remitirlos a la sesión donde se estudió, puede permitir que saquen un formulario, o puede recordarles la fórmula y luego dejar que ellos determinen cómo usarla para resolver el problema.

Pautas para la evaluación formativa

Observe si los alumnos logran:

- Interpretar la representación plana de los prismas.



- Utilizar la fórmula para calcular el volumen de un prisma rectangular.
- Comunicar los procedimientos que utilizaron para obtener el mismo resultado y deducir que la fórmula del volumen es igual a área de la base por altura.
- Calcular el área del rombo, romboide y trapecio.
- Reconocen que la fórmula es la misma para los diferentes tipos de prismas.
- Resolver problemas que impliquen el cálculo del volumen de prismas rectos cuya base es un triángulo o un cuadrilátero.

¿Cómo apoyar?

Si no recuerdan cómo calcular el volumen de un prisma rectangular remítalos a la secuencia 11 o haga un alto grupal para que los alumnos que sí lo recuerdan apoyen a sus compañeros.

Si confunden las alturas (de las bases o del prisma) use los prismas que construyeron para mostrarles cuáles son los distintos elementos de las figuras geométricas que tendrán que identificar (diagonales, base menor, base mayor, altura del romboide, altura del trapecio, altura del prisma).

De no recordar las fórmulas de las áreas, el uso de un formulario es importante pues no se trata de que memoricen tantas fórmulas sino de que las sepan usar.

Si no comprenden el problema a resolver, pida que digan con sus propias palabras de qué trata el problema, apóyese en alumnos que ya hayan entendido para que expliquen al grupo lo que se pide.

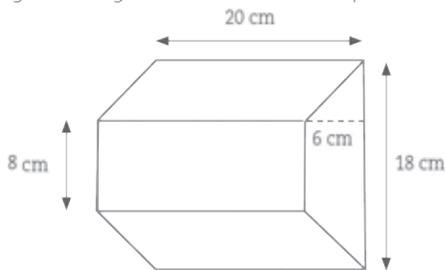
¿Cómo extender?

Plantee problemas como el siguiente:

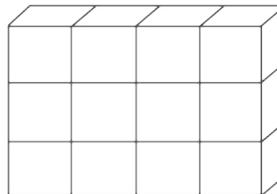
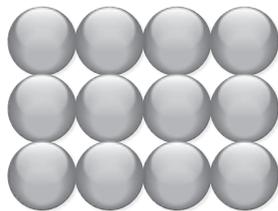
Se tienen dos prismas, cada uno con un volumen de 48 cm^3 . Uno tiene por base un rombo y el otro un trapecio. Completa la tabla:

Base del prisma	Medidas de la base	Altura del prisma
Rombo	Diagonal mayor: _____ Diagonal menor: _____	
Trapecio	Base mayor: _____ Base menor: _____ Altura del trapecio: _____	

5. Un centímetro cúbico de oro pesa, aproximadamente, 19 gramos. ¿Cuál es el peso del siguiente lingote de oro en forma de prisma trapezoidal? _____



6. El primer cuerpo está formado por canicas de 1 cm de diámetro y el segundo, por cubos de 1 cm de arista. ¿Cuál tiene mayor volumen? Argumenten su respuesta.



Secuencia 26

Medidas de tendencia central 1 (LT, pp. 176-183)

Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Análisis de datos.
Tema	Estadística.
Aprendizaje esperado	Usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana) y el rango de un conjunto de datos y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión.
Intención didáctica	Que los estudiantes interpreten la media aritmética, la mediana y la moda como reparto equitativo, mejor estimación de la medida real de un objeto que ha sido medido varias veces, número alrededor del cual se acumulan los datos y representante de un conjunto de datos.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	Audiovisuales Sesión 1. <i>La estadística.</i> Sesión 2. <i>Datos estadísticos.</i> Sesión 3. <i>Una misma medida, diferentes significados.</i>
Materiales de apoyo para el maestro	Audiovisual <i>Los promedios.</i>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Interpreten la media aritmética como el mejor representante de un conjunto de datos y calculen las medidas de tendencia central media aritmética y moda.
- Sesión 2. Interpreten la media aritmética como reparto equitativo en un conjunto de datos.

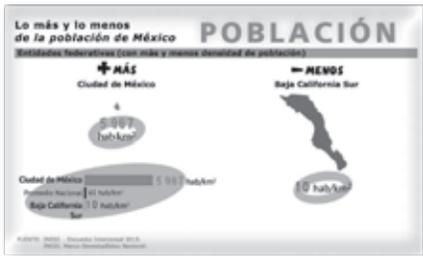
- Sesión 3. Interpreten la media aritmética como la mejor estimación de la medida real de un objeto que ha sido medido varias veces.

Acerca de...

En la primaria los alumnos aprendieron a calcular la media aritmética, la mediana, y el rango de un conjunto de datos, así como a identificar la moda.

Sesión 1

■ Para empezar



Lo más y lo menos de la población de México
Estadísticas federales sobre cantidad y densidad de población

Categoría	Valor
MÁS (Ciudad de México)	5 000 hab/km ²
MENOS (Baja California Sur)	10 hab/km ²
Ciudad de México	5 000 hab/km ²
Puebla Veracruz	40 hab/km ²
Baja California Sur	10 hab/km ²

En la mayoría de estos ejemplos, tomados del sitio web del Inegi, observamos que se utilizan porcentajes, gráficas y valores que corresponden, entre otros, a las medidas de tendencia central. Estas medidas se emplean como punto de referencia para observar el comportamiento de los datos. En las tres sesiones siguientes se presentarán diferentes situaciones en las que se utiliza la media aritmética para analizar información.



En esta secuencia se busca que los estudiantes interpreten a la media aritmética como un representante de un conjunto de datos, como reparto equitativo y como la mejor medida real de un objeto. Para lograrlo se realizan las siguientes actividades:

Se inicia con el análisis de varios conjuntos de datos. Se comparan sus valores centrales en virtud de que tienen condiciones similares. Esta situación propicia la interpretación de la media aritmética como un valor representativo del conjunto de datos.

Después, se analiza una situación que implica un reparto equitativo. Se refiere a la manera de obtener el valor central: “juntar” (sumar) los valores de la variable como si fueran unidades, y repartir equitativamente (dividir) entre todas ellas.

Por último, se plantea una situación en la que se hace una estimación de la medida de un objeto (lápiz). Con ello se hace el análisis de la interpretación de la media aritmética como el mejor estimador de la medida real del objeto (lápiz).

La palabra *promedio* hace referencia a un valor típico o representativo que identifica a todos los datos provenientes de una muestra o una población. La mayoría de las veces se usa la palabra *promedio* como sinónimo de media aritmética, cuando se puede emplear para cualquiera de las tres medidas estadísticas de centro. Por ello, la

media aritmética, la mediana y la moda son promedios, porque son valores que se encuentran al centro de una distribución de datos que, por eso mismo es el dato que mejor representará al conjunto. Se usan tres métodos diferentes para encontrar el valor del centro. A veces las tres medidas –mediana, media y moda– pueden ser el mismo valor, pero a menudo son valores distintos. Cuando son desiguales, pueden servir para establecer diferentes interpretaciones de los datos que se quieren resumir.

Sobre las ideas de los alumnos

Pueden albergar ideas erróneas respecto a la interpretación de la media aritmética:

- Confunden los procedimientos de obtención de media, mediana, moda y rango.
- Determinan la mediana seleccionando el dato que está en la posición central sin ordenar los datos.
- Reducen la comprensión del concepto de media aritmética a saberse la definición y sus propiedades. Si los alumnos tienen dificultades para argumentar y describir sus procedimientos, tienden a recitar el algoritmo como una receta, sin sentido ni significado.
- No dan la interpretación adecuada al valor obtenido en el contexto del problema.

a) Consideren el peso de las personas al *inicio* del programa para completar la siguiente tabla.

Valores del primer grupo antes de participar en el programa "Come sano"			
Peso máximo (kg)	Peso mínimo (kg)	Peso más frecuente (kg)	Media aritmética (kg)

b) Ahora completen la tabla con los resultados al *terminar* el programa.

Valores del primer grupo después de participar en el programa "Come sano"			
Peso máximo (kg)	Peso mínimo (kg)	Peso más frecuente (kg)	Media aritmética (kg)



¿Cómo guió el proceso?

En la actividad 2 de la sesión 1, los alumnos deben asociar que el peso más frecuente es la moda del conjunto de datos. Para determinar la media sumarán todos los datos y los dividirán entre el total de datos. Para comunicar los logros sobre la efectividad del programa de nutrición es necesario tener un valor que represente a cada uno de los conjuntos de datos y con base en ello compararlos. La media, por sus propiedades de localización central, puede usarse como ese valor representativo.

En los problemas que se abordan, en la sesión 2 analice con los alumnos la variación del valor de la media en función de la cantidad de objetos y los sujetos que participan en cada repartición, propicie la reflexión en torno a cómo se hace la repartición en cada situación y cómo el valor de la media puede compensarse considerando que los alumnos pueden o no aportar objetos, pero la repartición debe ser equitativa entre los sujetos. La interpretación de la media a través del reparto equitativo tiene ciertas limitaciones, en particular cuando los elementos a repartir no son particionables. Como muestra, la media del número de lápices es de 1.3, pero estos no pueden repartirse entre los alumnos, porque no se pueden partir los lápices. La media puede tomar valores que no corresponden a valores válidos de la variable, lo cual genera problemas en una representación a través del concepto de reparto equitativo, como es el caso del número de hijos, coches, hermanos, etcétera. En situaciones como ésta, no es recomendable usar esta interpretación.

En la sesión 3 el alumno debe hacer estimaciones sobre la medida de un lápiz y debe considerar que al medir se cometen errores de medición, por lo que para lograr compensarlos se deben analizar los valores obtenidos y determinar que la media representa mejor la medida real del objeto.

Pautas para la evaluación formativa

Para evaluar este aprendizaje los alumnos deben interpretar las medidas de tendencia central:

- En situaciones de medición, la media aritmética debe ser interpretada como representante del conjunto de datos con ese valor se puede operar.

- El reparto equitativo implica una repartición equilibrada de los objetos entre los sujetos participantes.
- El mejor estimador de la medida real de un objeto suele ser la media aritmética, el valor que mejor representa a las mediciones realizadas al objeto.

¿Cómo apoyar?

Si observa que algunos alumnos no saben qué hacer, sugírales que recuerden cómo obtenían la media aritmética, mediana, moda y rango de un conjunto de datos. Haga énfasis en que sólo si los datos son numéricos se puede obtener todas las medidas. Propicie que los alumnos analicen las características de los datos como el dato mayor y el menor, el rango de la variable, el dato más frecuente, y el tipo de variable, entre otros.

Pueden usar la calculadora o la hoja electrónica de cálculo para realizar cálculos numéricos, e incluso emplear las funciones que tienen programadas para determinar las medidas de tendencia central.

¿Cómo extender?

Plantee situaciones con datos agrupados en tablas y gráficas, con variables ordinales o nominales como:

- a) El grupo sanguíneo de 10 alumnos es:
A, O+, A, AB, B, B, A, O+, O+, O+
¿Cuál es la medida que representa al conjunto de datos?
- b) Se le preguntó a un grupo de personas acerca de la cantidad de libros que leyó durante el año 2018, y las respuestas fueron:

Cantidad de libros	Cantidad de personas
0	18
1	20
2	14
3	7
4	12
9	5
20	3

¿Cuál medida representa al conjunto de datos?



Evaluación (LT, pp. 184-185)

Con el fin de valorar algunos de los aprendizajes logrados en este bloque y complementarlos con los resultados obtenidos por medio de otros instrumentos empleados sistemáticamente durante el desarrollo de las secuencias, se proponen 14 situaciones o problemas que se corresponden con los diez aprendizajes esperados que se estudiaron en este bloque.

Reactivos 1 y 2. Fracciones y decimales

Estos reactivos permiten evaluar los conocimientos y habilidades de los estudiantes respecto de las fracciones. El reactivo 1 consiste en obtener la fracción equivalente a una fracción dada. Una estrategia de resolución es escribir numerador y denominador como factores de números primos, y luego simplificar la fracción. De igual manera, se pueden simplificar las fracciones e identificar cuál de las opciones es equivalente a la fracción dada.

El problema 2 consiste en ordenar números decimales y fracciones de menor a mayor. Una estrategia es ordenar por separado los decimales y las fracciones. Los decimales se pueden ordenar en forma de lista y alinearlos, con respecto al punto decimal, para luego comparar los valores que ocupa cada posición después del punto.

Para las fracciones, se pueden convertir a decimal y comparar las cifras mediante el procedimiento anterior.

Reactivo 3. Multiplicación y división

El reactivo implica el uso de estrategias eficientes de cálculo por parte de los estudiantes, en este caso para multiplicar un decimal por un múltiplo de 10. La estrategia de cálculo que pueden aplicar consiste en recorrer el punto decimal hacia la derecha, tantas cifras como ceros tenga el factor que es múltiplo de 10.

Reactivo 4. Jerarquía de operaciones

Éste permite evaluar los conocimientos y habilidades que los estudiantes lograron respecto al cálculo de operaciones básicas. El reactivo implica efectuar cálculos con operaciones básicas de números decimales.

Reactivo 5. Perímetros y áreas

Este reactivo está pensado para evaluar dos aspectos. El primero y más obvio es el dominio de fórmulas y conceptos para obtener el perímetro de cualquier figura geométrica. El segundo es el de la manipulación de términos algebraicos, que es una competencia que a esta altura del curso los alumnos ya deben dominar.

Reactivo 6 y 7. Proporcionalidad directa

Con estos problemas se podrán valorar los avances de los estudiantes en torno a los procedimientos para obtener el valor faltante, en situaciones de proporcionalidad directa.

La estructura de ambos reactivos presenta dos cantidades que se relacionan y el valor de una de ellas varía; luego se debe obtener el nuevo valor de la segunda cantidad al variarla en la misma proporción. La solución se obtiene mediante la aplicación de estrategias multiplicativas; por ejemplo, la regla de tres simple o la obtención del valor unitario. Identifique si hay estudiantes que emplean estrategias aditivas (sumar la diferencia de las dos cantidades, a una de éstas para obtener el valor faltante); si es así, orientelos para que verifiquen sus respuestas con otros casos similares y desechen este tipo de procedimiento.

Reactivo 8. Ecuaciones de primer grado

Este reactivo permitirá valorar los procedimientos que siguen los estudiantes para resolver ecuaciones de la forma

$$x + a = b$$

Como estrategia se puede resolver la ecuación aplicando la transposición de términos, respetando la jerarquía de las operaciones. Otra opción es sustituir los valores señalados en las opciones de respuesta y valorar cada uno como solución de la ecuación. Este procedimiento impulsa la ejecución de la fase de comprobación, como parte de la estrategia de resolución de una ecuación.

Reactivos 9 y 13. Variación lineal

Estos reactivos sirven para valorar el desempeño

en el manejo de la representación algebraica en una situación de variación lineal.

En el reactivo 9 se trata de obtener la expresión algebraica que modele una situación de variación lineal, la que consiste en relacionar el costo del servicio de teléfono en función del tiempo de llamada.

El reactivo 13 pide identificar, en diferentes expresiones algebraicas, aquellas que tienen valores comunes de la pendiente y de la ordenada al origen, respectivamente. La estrategia consistirá en comparar cada expresión dada, con la expresión general de una función lineal $y = mx + b$.

Reactivo 10. Sucesiones.

En esta situación se podrá evaluar la estrategia que siguen los estudiantes para obtener el número de elementos que contiene una figura en una sucesión.

La estrategia consiste en dibujar la figura faltante de la sucesión y contar uno a uno los elementos que la conforman. Otra forma de encontrar el resultado es por medio de la fórmula $a_n = a_1 + (n - 1)d$; donde a_n representa el número de elementos que tendrá la figura n de la sucesión, a_1 es el primer término de la sucesión, n es el término de la sucesión en cuestión y d es la diferencia de elementos de las primeras dos figuras. Puede solicitar que escriban la manera de obtener el número de elementos de la figura indicada, con la intención de conocer el nivel de comprensión y la capacidad de uso de reglas verbales y algebraicas que tienen. Considere que los alumnos están en proceso de construcción de este aprendizaje y la recomendación es para que tenga elementos para conocer cabalmente el avance que ellos van obteniendo, se espera que,

cada vez más, los alumnos de su grupo hagan un uso de expresiones algebraicas.

Reactivo 11. Construcción de triángulos

La situación planteada permite valorar los conocimientos y habilidades de identificación de los criterios de unicidad y existencia para la construcción de triángulos. Como parte de la estrategia de solución, los estudiantes utilizarán los criterios que deben cumplir los triángulos para determinar su existencia, en cuanto a las medidas de sus ángulos y de sus lados.

La construcción de los triángulos en función de las medidas indicadas en las opciones de respuesta puede ser un abordaje poco eficiente; no obstante, se puede emplear como una práctica para que los estudiantes verifiquen sus resultados y consoliden este aprendizaje.

Reactivo 12. Medidas de tendencia central.

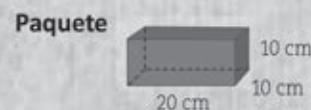
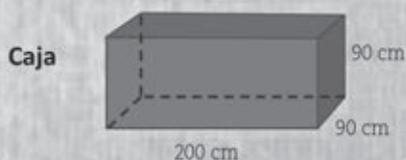
Este reactivo sirve para valorar la pertinencia de obtener el valor promedio de un conjunto de datos mediante la media aritmética. Al respecto, los estudiantes pueden revisar la secuencia 24 y sus notas.

Reactivo 14. Volumen de prismas rectos.

Consiste en calcular el volumen de una caja grande y de varias cajas o paquetes chicos, para luego identificar el número de cajas chicas que pueden acomodarse en la grande. Este problema permite valorar el manejo de fórmulas geométricas para obtener medidas. También permite conocer la estrategia que el alumno sigue para identificar el número máximo de cajas pequeñas que caben en la grande, debido a que sobra espacio en la caja grande.

14. En una caja de plástico se van a acomodar paquetes de ate para su venta.

- ¿Qué volumen ocupa la caja? _____
- ¿Qué volumen ocupa un paquete de ate? _____
- ¿Cuántos paquetes de ate se transportan en la caja como máximo? _____



Bloque 3

Secuencia 27

Fracciones y decimales positivos y negativos 2 (LT, pp. 188-193)

Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Adición y sustracción.
Aprendizaje esperado	Resuelve problemas de suma y resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.
Intención didáctica	Que los alumnos resuelvan problemas en situaciones que implican suma y resta con números fraccionarios y decimales, positivos y negativos; combinados.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	Audiovisuales Sesión 1. <i>Uso de la calculadora para sumar números positivos y negativos</i> Sesión 2. <i>Sumar y restar decimales y fracciones con signo</i> Informático Sesión 3. <i>Problemas complejos de suma y resta</i>
Materiales de apoyo para el maestro	Audiovisual <i>La suma y resta de fracciones y decimales positivos y negativos</i>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Resuelvan problemas que implican la adición de números fraccionarios y decimales, positivos y negativos.
- Sesión 2. Resuelvan problemas que implican la sustracción de números fraccionarios y decimales positivos y negativos.
- Sesión 3. Resuelvan problemas que implican adición y sustracción de números fraccionarios y decimales positivos y negativos.

Acerca de...

Para que los alumnos resuelvan problemas y adquieran autonomía para usar el algoritmo de la suma de números fraccionarios y decimales, positivos y negativos; así como para tomar decisiones de cómo operar la sustracción de fracciones y decimales positivos y negativos de manera efectiva, basada en los conceptos de valor absoluto y números opuestos, es conveniente que se enfrenten a situaciones contextualizadas en las que se combinen este tipo de números, que induzcan al alumno a:

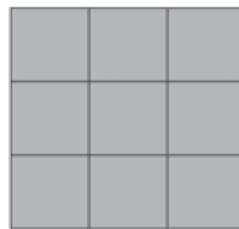
Juegos con números

1. Reúnete con otro compañero para hacer esta actividad y la siguiente.

Acomoden los siguientes números en el cuadrado mágico de manera que la suma sea $-\frac{3}{2}$.

Los nueve números son:

$$-5, \frac{1}{2}, -7, \frac{12}{3}, -6, -0.5, -\frac{3}{2}, 6, \frac{20}{4}$$



- Plantear la resolución del problema, lo que implica decidir qué tipo de operación realizar y qué tipo de números están involucrados en la resolución.
- Operar efectivamente aplicando los algoritmos aprendidos a lo largo de las secuencias anteriores.
- Usar indistintamente el tipo de números (fraccionarios o decimales) que se adapten mejor al contexto del problema.
- Validar la solución encontrada.

Dado que en esta secuencia los problemas implican el uso de fracciones y decimales positivos y negativos, es importante que el alumno aprenda a resolverlos usando sólo fracciones, o sólo decimales; lo que implica un dominio de la equivalencia y los procedimientos para hacer la representación de una fracción en decimal y viceversa. No se trata de usar equivalencias representativas como $\frac{1}{2} = 0.5$, o $\frac{1}{4} = 0.25$ que pudieran memorizarse fácilmente; sino del análisis del contexto del problema para tomar una decisión sobre el procedimiento y el tipo de números a usar.

La secuencia aborda primero problemas de adición, luego de sustracción y, por último, problemas que implican la adición y la sustracción combinadas. Cada situación planteada involucra todos los aspectos estudiados en las secuencias de este aprendizaje esperado y constituyen en sí mismas una retroalimentación de lo aprendido, así como la manifestación del aprendizaje del alumno.

Sobre las ideas de los alumnos

Después de las tres secuencias anteriores dedicadas a este aprendizaje esperado, es factible que los alumnos tengan un dominio suficiente para el planteamiento de los problemas, el uso de referentes conceptuales como el valor absoluto, el uso de recursos gráficos y la aplicación correcta de los algoritmos aprendidos. Sin embargo, el hecho de combinar diferentes números y plantear problemas con dos o más operaciones (suma y resta) puede crear conflicto para su resolución en el alumno. Los errores más recurrentes pueden ser:

Conceptuales: sea sobre el significado y equivalencia entre enteros, fracciones y decimales; de representación, por ejemplo la ubicación de

un número en la recta; o de *ausencia de referentes* como el valor absoluto o el simétrico.

En los procedimientos aritméticos: fallas en la aplicación del algoritmo para encontrar equivalencias entre fracciones o entre fracciones y decimales; o bien en la aplicación del algoritmo de adición de números positivos y negativos.

En el planteamiento de los procedimientos: defectos como la falta de concordancia entre los datos del problema y la o las operaciones a realizar.

¿Cómo guió el proceso?

En la sesión 1 los contextos de cuadrados mágicos y "adivinar" números son el pretexto para que el alumno plantee sumas de fracciones y decimales positivos y negativos. En la plenaria, observe los diferentes planteamientos y haga notar las diferencias entre ellos; y que aun así conducen al mismo resultado.

En referencia al cuadrado mágico de la actividad 1, cuyo resultado es:

-6	$\frac{12}{3}$	$\frac{1}{2}$
6	-0.5	-7
$-\frac{3}{2}$	-5	$\frac{20}{4}$

Aproveche la oportunidad para que los alumnos validen cada una de las sumas de las filas, las columnas y las diagonales usando y comentando los pasos del algoritmo.

En la sesión 2 los alumnos plantearán la solución de problemas sobre el calentamiento global usando fracciones o decimales. Permita que ellos decidan qué números usar, sin embargo, en la confrontación exponga los dos procedimientos. Es importante que en el problema 3 las respuestas a las preguntas de los incisos sean consensadas.

Para el inciso a), se deben sumar las variaciones desde 1900 hasta 1980, una de las formas de resolución usando fracciones es la siguiente:

$$\left(-\frac{3}{10}\right) + \left(-\frac{5}{10}\right) + \left(+\frac{19}{50}\right) + \left(-\frac{1}{10}\right) + \left(+\frac{11}{100}\right) = \frac{4}{100}$$



Es una buena oportunidad para repasar el algoritmo de la suma, en este caso el común denominador sería el 100.

Para la pregunta b) se deben restar los $(-0.1)^\circ\text{C}$ (que es la variación de 1940 a 1960) a los 18.3°C que es la temperatura media en Roma en 1960. La operación es la siguiente:

$$(18.3) - (-0.1) = 18.4$$

Aproveche el momento de validación para repasar el algoritmo de la resta con decimales positivos y negativos.

Para la pregunta c), del mismo modo que en la pregunta anterior, hay que restar lo siguiente:

$$(13.1) - (0.38) = 12.72$$

Los alumnos deben convertir la fracción $\frac{19}{50}$ al decimal 0.38.

Para la última pregunta, inciso d), la operación que deben realizar es la siguiente:

$$(17.5) - [(0.11) + (0.375)] = 17.015$$

Plantee la operación con paréntesis para repasar el uso de los mismos en operaciones combinadas.

En la sesión 3 se resolverán problemas en diversos contextos. Aproveche este espacio para:

- Confrontar procedimientos y resultados diferentes.
- Encontrar errores que se cometieron en la resolución.
- Buscar la mejor explicación a los procedimientos.
- Repasar los algoritmos usados.

El problema 2 de esta sesión involucra la representación gráfica en la recta numérica de fracciones y decimales. En caso de que los alumnos no lo noten, adviértales que del inicio a la meta el valor de la recta es 1. Es probable que surjan estas formas de resolución:

Sumando fracciones

$$(3/4 + \frac{95}{1000} = \frac{845}{1000})$$

Sumando decimales

$$(0.75 + 0.095 = 0.845)$$

Como una resta incompleta donde falta el minuendo, usando fracciones:

$$(\frac{845}{1000}) - \frac{95}{1000} = \frac{750}{1000} = \frac{3}{4}, \text{ o}$$

La misma situación anterior; pero usando decimales:

$$(0.845 - 0.095 = 0.750)$$

Pautas para la evaluación formativa

Para que la evaluación de la secuencia sea formativa, tome en cuenta varios productos de la actividad de los alumnos:

- El planteamiento de cada uno de los problemas y el planteamiento alternativo (cuando se usan fracciones y decimales positivos y negativos).
- El uso de apoyos gráficos de representación.
- El uso correcto del algoritmo.
- La validación del procedimiento y el resultado.

¿Cómo apoyar?

Es importante que a los alumnos con rezago se les planteen problemas en contextos más sencillos, donde se usen números fraccionarios y decimales fácilmente identificables. Esto servirá para que el alumno practique y evitar su frustración.

A estas alturas del ciclo escolar, se debe tener certeza del grado de dominio que cada alumno tiene. Use esta información para conformar equipos de apoyo entre los mismos alumnos.

¿Cómo extender?

Existen infinidad de retos para originar en los alumnos cuyo avance resultó satisfactorio, la oportunidad de extender este aprendizaje esperado:

Más cuadrados mágicos.

Sumas y restas combinadas usando enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.

Problemas que involucren otros aprendizajes, por ejemplo: jerarquía de operaciones, sucesiones y ecuaciones.

Tiempo de realización	Cinco sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Proporcionalidad.
Aprendizajes esperados	Resuelve problemas de cálculo de porcentajes, de tanto por ciento y de la cantidad base.
Intención didáctica	Que los alumnos profundicen sus conocimientos sobre porcentajes al calcular la cantidad base o el tanto por ciento dados los otros datos y al interpretar porcentajes mayores a 100%.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	<p>Audiovisuales Sesión 2. <i>De muchas maneras.</i> Sesión 3. <i>Con el IVA incluido.</i> Sesión 4. <i>¿Qué tanto por ciento es...?</i></p> <p>Informático Sesión 5. <i>Más de porcentajes</i></p>
Materiales de apoyo para el maestro	<p>Audiovisual <i>La cantidad base o el tanto por ciento</i></p>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Expresen el tanto por ciento como una fracción y como un decimal.
- Sesión 2. Resuelvan problemas que impliquen el cálculo de porcentajes usando diversos procedimientos: con base en porcentajes conocidos, con base en el 1%, multiplicando por la fracción o el decimal equivalente al tanto por ciento.
- Sesión 3. Resuelvan problemas que impliquen el cálculo de la cantidad base si se conoce el tanto por ciento y el resultado de aumentar o disminuir ese tanto por ciento.
- Sesión 4. Resuelvan problemas que impliquen el cálculo del tanto por ciento si se conoce la cantidad base y el resultado de aumentar o disminuir ese tanto por ciento.
- Sesión 5. Resuelvan problemas diversos sobre cálculos de porcentajes, interpretar porcentajes mayores a 100.

2. En grupo, comparen sus procedimientos para calcular el precio sin descuento, luego en equipo calculen el precio sin descuento de estos otros cuadernos.



Con descuento: \$40.50
 Sin descuento: _____



Con descuento: \$90.00
 Sin descuento: _____



Acerca de...

En la secuencia 19 los alumnos calcularon porcentajes con diferentes procedimientos excepto el que consiste en una multiplicación por el tanto por ciento expresado como un número decimal. En la primera sesión de la presente secuencia los alumnos aprenderán a expresar el tanto por ciento como una fracción con denominador 100 y como un número decimal. Estas expresiones del tanto por ciento se usarán en la sesión 2 para que los alumnos conozcan un procedimiento más para calcular porcentajes: multiplicar la cantidad base por el tanto por ciento expresado como fracción o como número decimal.

Recuerde que en el cálculo de porcentajes se involucran tres cantidades. En la expresión

El 20% de 400 es 80

se tiene el tanto por ciento (20%), la cantidad base (400) y el porcentaje (80). En la secuencia 19 los alumnos calcularon porcentajes a partir del tanto por ciento y de la cantidad base. Ahora ampliarán sus conocimientos al resolver problemas donde tengan que calcular la cantidad base (sesión 3) o el tanto por ciento que una cantidad representa de otra (sesión 4). Estos problemas son más complejos y requieren de un profundo conocimiento y comprensión de este tema. En la sesión 5, además de reafirmar sus conocimientos, los alumnos trabajarán con porcentajes mayores al 100%.

Sobre las ideas de los alumnos

Es probable que los alumnos no sepan identificar cuál es el 100% en el problema que están resolviendo, por ejemplo, en la sesión 3 el precio de los cuadernos no es el 100% sino el 90% y el precio con IVA incluido es el 116%, no el 100%. Con estos dos saberes se puede calcular el 1% (valor unitario) y conociendo el 1% se puede calcular el 100% que es el precio sin descuento en el primer caso, y sin IVA en el segundo.

En la tabla de la sesión 5, es probable que para los alumnos sea difícil comprender expresiones como 150% o 125% debido a que consideran que

“tantos de cada 100” el “tantos” debe ser menor que 100. Lo mismo puede suceder cuando se pide que encuentren qué tanto por ciento es 34 de 85 (sesión 4) pues consideran que, al ser “tantos de cada 100”, no tiene sentido porque 85 es menor que 100.

¿Cómo guió el proceso?

En la plenaria de la sesión 1 enfatice que para determinar el decimal que corresponde al tanto por ciento se divide entre 100, esto les será útil para calcular el 1% (1 entre 100 es 0.01) o el 115% (115 entre 100 es 1.15). Analice que para casos como el 80%, la expresión decimal es 0.80 y que este número es equivalente a 0.8. Haga notar que la segunda cifra decimal, el cero, se puede eliminar.

En la puesta en común de la sesión 2 analice la conexión entre los diferentes procedimientos presentados para calcular el 65% de 80. Estos procedimientos no son ajenos entre sí, todos están relacionados. Por ejemplo, en el procedimiento de Teresa, al calcular 1% de 80 se divide 80 entre 100 y luego se multiplica por 65:

$$\frac{80}{100} \times 65$$

Esto es equivalente al procedimiento de Julio que expresó 65% como fracción y lo multiplicó por 80. Observe:

$$80 \times \frac{65}{100}$$

Y que su vez es equivalente al procedimiento de Luis que expresó 65/100 como un decimal:

$$80 \times 0.65$$

Analice también que la regla de tres que usó Lulú la lleva a una expresión equivalente a la de Teresa y Julio, al despejar la x obtiene:

$$x = \frac{65 \times 80}{100}$$

En la sesión 3 es importante que haga notar a los alumnos que el precio con descuento no es 100% sino 90% y que el precio sin descuento es el

100%, puede preguntar ¿el precio sin descuento será mayor o menor que el precio con descuento?, esto permitirá hacer una primera estimación del resultado. Lo que está en juego es calcular la cantidad base.

Lo que han estudiado en las secuencias de proporcionalidad (7 y 18) así como lo que saben de porcentajes son herramientas para abordar estos problemas. Es posible que algunos de ellos los resuelvan mentalmente, por ejemplo, si se hizo el 10% de descuento y ya con descuento el segundo cuaderno costó \$90, entonces sin descuento su precio es de \$100. Otros casos son más difíciles, por ejemplo, para el precio del último cuaderno quizá los alumnos tengan que hacer una regla de tres.

En la sesión 4 los alumnos tienen que calcular qué tanto por ciento es una cantidad de otra; en la actividad 4 se presentan varias maneras de hacerlo, en la puesta en común analice junto con ellos que estas maneras están muy relacionadas entre sí.

En la sesión 5 los alumnos se enfrentarán a porcentajes mayores al 100% (150%, 125%, 175%, 200%), es posible que tengan dificultades en comprenderlos, trabaje con ellos algunos ejemplos de manera grupal, analice por ejemplo que 200% es el doble de la cantidad, 300% es el triple, 150% es la cantidad más su mitad, etcétera.

Pautas para la evaluación formativa

Observe si los alumnos tienen dificultades con el manejo de las fracciones y los decimales.

Identifique a quienes aún tienen problemas para comprender qué es el tanto por ciento, por

ejemplo, quienes no logran ubicar que el entero con el que se trabaja es el 100%, que el 50% es su mitad, que el 200% es su doble, el 20% es su quinta parte, etcétera.

Observe quiénes no pueden calcular los porcentajes, cantidad base o tanto por ciento pedidos con ninguno de los procedimientos que se trabajan en las sesiones y a quienes no logran establecer correctamente una proporción para aplicar la regla de tres.

¿Cómo apoyar?

Si la dificultad está en el manejo de las fracciones y decimales se sugiere hacer un repaso de los aspectos que se requieren para esta secuencia 28.

Si el problema está en que aún no comprenden ni saben aplicar alguno de los procedimientos trabajados en la sesión, es recomendable plantear otros problemas y que ellos mismos elijan un procedimiento y pasen a explicarlo al frente, explicar a otros demanda el esfuerzo de entender lo que se está haciendo para externarlo.

Con respecto a la regla de tres, se sugiere retomar el trabajo con las sesiones 5 y 6 de la secuencia 18 para afianzar esta técnica.

¿Cómo extender?

Haga preguntas de reflexión acerca de porcentajes más complejos, por ejemplo:

- ¿Cómo expresarías con el tanto por ciento la razón 1 de cada 1000?, ¿1 de cada 10 000?, ¿10 de cada 1 000?, ¿100 de cada 1 000?

- ¿Cómo expresarías con el tanto por ciento la razón 3 de cada 25?, ¿3 de cada 75?, ¿0.5 de 0.25?

3. Reúnete con un compañero para hacer las restantes actividades de la sesión.

Anoten el tanto por ciento de asistencia de cada grupo.

1°A

Alumnos: 40

Asistieron: 30

Asistió _____ %

1°B

Alumnos: 45

Asistieron: 35

Asistió _____ %

1°C

Alumnos: 50

Asistieron: 40

Asistió _____ %



Tiempo de realización	Cinco sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Funciones.
Aprendizaje esperado	Analiza y compara situaciones de variación lineal a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con estos tipos de variación.
Intención didáctica	Que los alumnos comparen diversos tipos de variación lineal y no lineal; y determinen la razón de cambio de un proceso o fenómeno modelado con una función lineal. Asimismo, que construyan la gráfica de una situación de variación lineal y analicen la relación entre la inclinación de la recta y la razón de cambio.
Vínculos con otras asignaturas	Geografía Interpreta representaciones cartográficas para obtener información de diversos lugares, regiones, paisajes y territorios.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	Audiovisuales Sesión 2. <i>Expresiones algebraicas de relaciones funcionales</i> Sesión 3. <i>Gráficas de relaciones funcionales</i> Sesión 4. <i>Puntos que informan</i> Sesión 5. <i>Comparación de gráficas</i> Informático Sesión 5. <i>Gráficas de variación lineal</i>
Materiales de apoyo para el maestro	Audiovisual <i>Razón de cambio</i>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Resuelvan problemas que impliquen reconocer el concepto de razón de cambio en una situación de variación lineal.
- Sesión 2 Analicen expresiones de la forma $y = ax$ y de la forma $y = ax + b$, asociadas a situaciones de variación lineal.
- Sesión 3. Definan las características de las gráficas asociadas a expresiones algebraicas de la forma $y = ax$.
- Sesión 4. Obtengan la expresión algebraica de una relación funcional a partir de su gráfica.
- Sesión 5. Comparen relaciones lineales a partir de su representación gráfica y de la obtención de la expresión algebraica.

Acerca de...

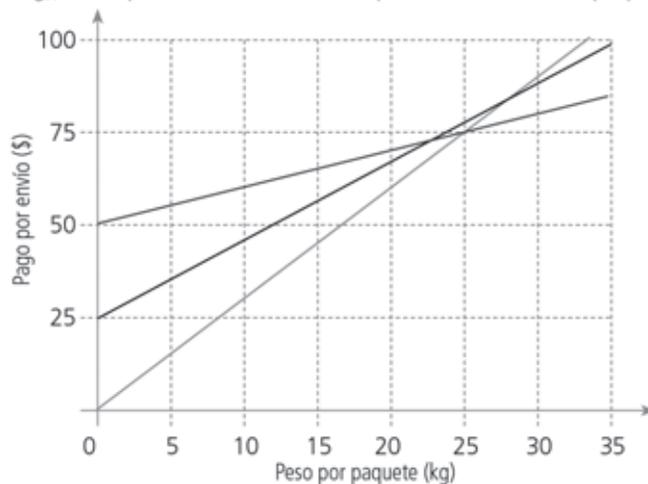
En esta secuencia los alumnos abordarán el concepto de razón de cambio, analizando situaciones y fenómenos modelados mediante una función lineal. La razón de cambio servirá para definir la expresión algebraica de una función lineal y la pendiente de la recta asociada a la gráfica. Para lograr esto se llevará a cabo la secuencia de actividades que se detalla:

Se inicia con la definición de una razón como el cociente entre dos cantidades; esto es, $a = \frac{y}{x}$. Si la razón es constante para distintos valores de las cantidades x y y , entonces la relación entre ellas es de variación lineal.

En otras actividades se estudia la expresión algebraica asociada a una relación de variación lineal. Se definen las expresiones $y = ax$ y $y = ax + b$ como



2. La gráfica muestra la relación del pago por envío (en pesos) y el peso por paquete (en kg), correspondientes a las tres empresas de servicio de paquetería.



casos de relación funcional, en donde la variable y está en función de la variable x .

Se define la gráfica de una relación de variación lineal como puntos que están sobre una misma recta. La razón de cambio $a = \frac{y}{x}$ se define como la pendiente de la recta en la gráfica.

Se comparan rectas graficadas en un mismo plano cartesiano, con respecto a la razón de cambio (o pendiente) y la ordenada al origen de cada recta.

Se finaliza definiendo la expresión algebraica de una relación de variación lineal, como $y = ax + b$, donde a es la razón de cambio y b es la ordenada al origen.

Sobre las ideas de los alumnos

Un recurso que los alumnos pueden aplicar para entender la noción de razón de cambio es lo que saben respecto de la constante de proporcionalidad. Cabe recordarles que, si bien la constante de proporcionalidad es una razón, no toda situación de variación lineal es de proporcionalidad.

Es importante que entiendan que a mayor valor de la razón $a = \frac{y}{x}$, mayor es la pendiente de la recta graficada; y viceversa. Lo anterior se puede observar como un mayor ángulo de inclinación de la recta con respecto de la horizontal.

Algunos posibles errores y dificultades que los alumnos pueden tener son:

- Dificultades para construir y comprender los conceptos de pendiente de la recta y de ordenada al origen.
- Problemas para identificar que al obtener la razón de cambio entre los dos conjuntos de cantidades relacionadas en puntos de la gráfica, obtienen el valor de la pendiente.
- Dificultad para comprender la relación que existe entre el valor de la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta en la gráfica.
- Dificultades para obtener la expresión algebraica de una relación de variación lineal, a partir de la información contenida en la gráfica o en la tabla de datos, en especial cuando la expresión incluye ordenada al origen.
- Errores al efectuar operaciones básicas con lápiz y papel; por tanto, considere la posibilidad de que usen calculadora como herramienta de cálculo y para comprobar resultados.

¿Cómo guío el proceso?

En la sesión 1 los alumnos obtendrán el *rendimiento* de un vehículo al calcular la razón entre la distancia recorrida y la cantidad de gasolina. Ese dato les servirá para completar una tabla que relaciona la distancia, la cantidad de gasolina y la razón entre ambas cantidades en tres diferentes tramos de carretera. Para obtener la razón, orientelos para que dividan la distancia entre la



cantidad de gasolina planteadas en un inicio; por ejemplo $\frac{42 \text{ km}}{3 \text{ L}}$, o bien, $\frac{70 \text{ km}}{5 \text{ L}}$

La sesión 2 plantea un problema donde los estudiantes deben comparar dos opciones de trabajo y elegir la más conveniente. En sus primeras respuestas, es probable que elijan el plan de ventas B como el más conveniente, pues es la opción que ofrece un sueldo base de 50 pesos. Esta decisión no ha implicado algún tipo de trabajo matemático, por ello será necesario que completen la tabla de datos e identifiquen cómo varía la ganancia o sueldo en relación con el número de artículos vendidos en cada plan. De esta manera podrán identificar los rangos de cantidades de artículos vendidos para los cuales conviene más un plan de ventas que otro, y finalmente, obtendrán la expresión algebraica.

El trabajo de los estudiantes en la sesión 3 está orientado a obtener la expresión algebraica y la gráfica de una situación problemática a partir de la razón de cambio. Como resultado de la actividad, definirán la gráfica de una relación de variación lineal, así como la relación entre la razón de cambio y la pendiente de la recta.

Las situaciones planteadas en las sesiones 4 y 5 implican analizar las rectas graficadas en un mismo plano cartesiano, para comparar la razón de cambio de cada una e identificar cuál tiene mayor o menor inclinación o pendiente. Además, en la sesión 5 se analizarán rectas con distintos valores de la pendiente y de la ordenada al origen para obtener la expresión algebraica.

Pautas para la evaluación formativa.

Observe si los estudiantes comprenden que el factor que media entre dos conjuntos de cantidades es la razón de cambio, cuyo valor debe ser constante para asegurar que la relación entre esos conjuntos de cantidades sea de variación lineal. Por consiguiente, la evaluación del desempeño de los alumnos debe contribuir a que:

- Comprendan el concepto y las características de una relación de variación lineal, en sus distintas representaciones.
- Conozcan y manejen las representaciones gráficas, tabulares y algebraicas de una rela-

ción de variación lineal; y puedan transitar de una representación a otra.

- Relacionen conceptos vinculados con ciertas formas de representación; por ejemplo, la razón de cambio con la constante de proporcionalidad; o bien, el valor de la pendiente con el ángulo de inclinación de la recta.
- Comprendan los conceptos de razón de cambio y pendiente de la recta, relacionando los registros gráficos, tabular y algebraico.

¿Cómo apoyar?

Para los alumnos que presenten dificultades para obtener la expresión de una relación funcional, repase con ellos una estrategia genérica que siga estos pasos:

- Identificar las cantidades o variables enunciadas en la situación problemática.
- Obtener la razón de cambio entre los conjuntos de cantidades y verificar que sea constante.
- Identificar si el valor numérico que se suma al producto de la razón por la variable es distinto de cero.
- Plantear la expresión algebraica y evaluarla con algunas cantidades para verificar que es correcta.

¿Cómo extender?

A los alumnos en condiciones de profundizar en esta secuencia, propóngales varias expresiones algebraicas a partir de las cuales deban identificar aquellas que son de variación lineal, luego la razón de cambio, la ordenada al origen, la pendiente de la recta y, para algunos casos, elaborar la gráfica correspondiente. Proponga expresiones como las siguientes:

$$\begin{aligned}y &= -2x + 1.5 \\y &= 5 \\y &= \frac{1}{2}x \\y &= x^2 + 1\end{aligned}$$

Proponga expresiones con pendiente u ordenada al origen negativa, decimal, fracción; o bien, funciones constantes (sin la variable x). Pídales que escriban un problema que se modele con las funciones lineales identificadas.

Tiempo de realización	Cuatro sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Ecuaciones.
Aprendizajes esperados	Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.
Intención didáctica	Qué el alumno desarrolle habilidad para plantear y resolver ecuaciones lineales de la forma $ax + b = c$, $ax + b = cx + d$.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	Audiovisuales Sesión 2. <i>Resolución de ecuaciones</i> Sesión 4. <i>La balanza</i>
Materiales de apoyo para el maestro	Audiovisual <i>Plantear y resolver ecuaciones de primer grado por diversos métodos</i> Bibliográficos "De la primaria a la secundaria" en <i>Orientaciones didácticas</i> , SEP, pp. 189-190. Khan Academy (2019). <i>Ecuaciones simples: resolviendo una variedad de formas. Ejemplos</i> . Disponibles en https://es.khanacademy.org/math/eb-1-secundaria/eb-chapter-4-simple-equations#eb-what-an-equation-is

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Planteen y resuelvan ecuaciones lineales de la forma $ax + b = c$ y $ax + b = cx + d$, a partir de averiguar el valor de x .
- Sesión 2. Resuelvan $ax + b = cx + d$ ecuaciones de la forma mediante la técnica de descomponer y reducir términos.
- Sesión 3. Planteen y resuelvan ecuaciones de la forma $ax + b = cx + d$, utilizando las propiedades de la igualdad.
- Sesión 4. Planteen y resuelvan ecuaciones de la forma $ax + b = c$ y $ax + b = cx + d$, utilizando el método de la balanza y las técnicas estudiadas en la secuencia 21.

Acerca de...

En esta secuencia los alumnos estudiarán las propiedades de la igualdad y emplearán las técnicas estudiadas en la secuencia 21 para plantear y resolver ecuaciones lineales, profundizando en

dicho conocimiento al aplicarlo en ecuaciones de la forma $ax + b = c$ y $ax + b = cx + d$.

Un aprendizaje importante en esta secuencia es que el alumno aplique y domine los métodos de resolución de ecuaciones; para esto se recomienda iniciar la resolución algebraica de ecuaciones lineales mediante la manipulación de la literal aplicando sucesivamente operaciones inversas en ecuaciones sencillas de la forma $ax + b = c$ y mediante la aplicación de las propiedades de la igualdad en ecuaciones más generales y complejas de la forma $ax + b = cx + d$, donde a , b , c y d son números enteros, decimales o fraccionarios.

Sobre las ideas de los alumnos

Los alumnos han tenido contacto en secuencias anteriores con las ecuaciones de primer grado y con los métodos de resolución que utilizarán en esta secuencia.

Es probable que al inicio presenten dificultades para resolver ecuaciones de las formas $ax + b = c$ y



$ax + b = cx + d$, debido a que requieren más de un paso para resolverlas, así como la posibilidad de utilizar y combinar las cuatro operaciones básicas. Dichas dificultades en muchas ocasiones se deben a la poca o deficiente comprensión de los procedimientos de resolución estudiados en la secuencia anterior, pues con dichos procedimientos era factible que los estudiantes cayeran en la mecanización del procedimiento, debido a que solo se requería seleccionar entre realizar una suma o resta (forma $x + a = b$) o, en su defecto, una multiplicación o división (forma $ax = b$).

Por esta razón se debe poner especial atención en que los estudiantes comprendan los métodos de resolución, para ello se deben presentar diversas variantes en las ecuaciones tratadas, así como en los números asignados para los coeficientes de las variables y los términos independientes, a fin de que se despierte en los estudiantes la capacidad de analizar y seleccionar la operación que sea necesario realizar de acuerdo a los requerimientos de la ecuación.

¿Cómo guío el proceso?

En la sesión 1 es conveniente que el maestro haga hincapié en los tipos de datos de la situación problemática de inicio, para que los alumnos identifiquen el tipo de ecuaciones que van a manejar durante el desarrollo de la secuencia. A la mitad de la actividad, es necesario hacer una pausa para identificar las dudas y dificultades presentadas, así como el planteamiento de distintos ejemplos para confirmar procedimientos.

En la actividad 3 es recomendable que el maestro resuelva en el pizarrón el primer inciso y que después cada uno de los equipos indique algunos de sus procedimientos para compartir con el grupo y especificar los pasos de cada uno de los métodos analizados en la sesión.

De igual manera, al comenzar la sesión 2, actividad 7 es conveniente que el maestro explique paso a paso de uno de los ejemplos de la actividad, para aclarar dudas e identificar las diferencias entre las ecuaciones de la forma $ax + b = c$

y $ax + b = cx + d$, aunque cabe mencionar que la lógica de los procedimientos es la misma para cualquier tipo de forma de ecuación.

Para la sesión 4, actividad 4, los alumnos pueden continuar solos, aunque, si es necesario, puede intervenir mediante la aclaración de dudas para que los estudiantes identifiquen adecuadamente los pasos a seguir en la resolución de ecuaciones, recuperando los métodos tratados hasta el momento.

Pautas para la evaluación formativa

De manera específica, la actividad 3 de la sesión 1 y el ejercicio 7 de la sesión 2 brindan elementos para poder identificar el grado de aprendizaje que cada estudiante tiene con respecto al propósito de la secuencia; debido a que buscan que el alumno resuelva ecuaciones lineales de la forma $ax + b = c$ y $ax + b = cx + d$ respectivamente.

Por su parte, la actividad 1 de la sesión 4 está enfocada a evaluar el alcance de los estudiantes con respecto al aprendizaje esperado al solicitar que resuelvan situaciones problemáticas planteando y resolviendo ecuaciones lineales utilizando procedimientos algebraicos.

¿Cómo apoyar?

Para apoyar a los alumnos que presentan mayores dificultades de aprendizaje se recomienda nombrar a algunos de los alumnos más aventajados como tutores, para que ellos monitoreen a sus compañeros en la resolución de sus actividades y en la comprensión del contenido.

¿Cómo extender?

Puede solicitar a los estudiantes más aventajados que planteen una situación problemática para una o dos de las ecuaciones resueltas en el ejercicio 3 de la sesión 1, ejercicio 7 de la sesión 2 y en el ejercicio 4 de la sesión 4; con lo cual pondrán en práctica los conocimientos adquiridos en la primera secuencia de este tema.

Tiempo de realización	Dos sesiones.
Eje temático	Número, álgebra y variación.
Tema	Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes.
Aprendizaje esperado	Formula expresiones algebraicas de primer grado a partir de sucesiones y las utiliza para analizar propiedades de la sucesión que representan.
Intención didáctica	Que el alumno formule en lenguaje común y algebraico las reglas de sucesiones con progresión aritmética.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	<p>Audiovisuales Sesión 1. <i>Pitágoras, su escuela y los números figurativos</i> Sesión 1. <i>Reglas de sucesiones</i> Sesión 2. <i>Reglas equivalentes de sucesiones</i></p> <p>Informático Sesión 2. <i>Reglas de sucesiones</i></p>
Materiales de apoyo para el maestro	<p>Audiovisual <i>Aspectos didácticos de las sucesiones con progresión aritmética</i></p>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Expresen la regla algebraica de sucesiones numéricas con progresión aritmética de la forma ax .
- Sesión 2. Expresen la regla algebraica de sucesiones numéricas con progresión aritmética de la forma $ax + b$.

Acerca de...

Esta es la segunda secuencia del aprendizaje esperado y las actividades de las dos sesiones que

la integran plantean la generalización, la cual consiste en que los alumnos encuentren y enuncien las regularidades por medio de una expresión algebraica con la cual pueden obtener cualquier término de una sucesión numérica con progresión aritmética de la forma ax y $ax + b$, a partir del análisis de los primeros tres o cinco términos de ella.

Este paso a la simbolización algebraica representa un gran reto para los estudiantes y por ello se recomienda iniciar el tema abordando casos de sucesiones sencillas como sucede en la actividad 1 y 2 de la sesión 1. Una vez lograda la expresión algebraica de la regla que genera una sucesión,

2. Resuelve en pareja esta actividad y la siguiente.

Consideren la siguiente sucesión numérica.

2, 7, 12, 17, 22, ...

a) ¿Qué tienen en común los números de esa sucesión? _____



es necesario utilizarla para analizar y conocer más de sus características, como se hace en la actividad 1 y 2 de la sesión 2.

Con este trabajo continúa el estudio de los procesos de generalización y de la equivalencia de expresiones en matemáticas, desde el conocimiento de las sucesiones con progresión aritmética que se complementa y vincula con el trabajo desarrollado en las secuencias de ecuaciones y variación lineal.

Sobre las ideas de los alumnos

En la primera secuencia los alumnos trabajaron con sucesiones de figuras y las analizaron para definir la regla verbal que la genera; encontraron términos siguientes y otros que corresponden a posiciones más alejadas, como la posición 20. También generaron las sucesiones numéricas a partir de la regla verbal. Ahora podrán utilizar y analizar esos conocimientos para determinar cuál es la regla algebraica de la forma ax o $ax + b$, que genera una sucesión con progresión aritmética.

¿Cómo guió el proceso?

En la primera sesión se inicia con la revisión de sucesiones de figuras que son especiales y a lo largo de la historia se han estudiado, por lo cual se considera conveniente que los alumnos las conozcan y analicen.

Las actividades 2, 3 y 4 presentan sucesiones numéricas con las cuales se pueden determinar algunos términos, como el 20, con la intención de generar las reglas algebraicas que les corresponden.

En la sesión 2, los alumnos inician completando una tabla que permite analizar y relacionar el lugar del término, el valor del término, el proce-

dimiento para hallar cada término y la regla verbal de la sucesión en lenguaje común. De esta manera, paso a paso, se llega a la regla algebraica. En la actividad 2, la tabla se concentra en los 5 primeros términos y las reglas en lenguaje común. A partir de la actividad 3 se analizan diferentes reglas algebraicas para determinar y relacionar cuáles son los primeros términos de las sucesiones. Particularmente, en la actividad 4 los alumnos podrán analizar las expresiones algebraicas; en el caso de los incisos d) y e) podrá plantearles qué ocurre cuando n es igual que 1, en especial el segundo inciso. También puede hacer referencia a la jerarquía de las operaciones y probar que: $2(1 + 1) = 2(2) = 4$ o $2(1 + 1) = (2 + 2) = (2 + 2) = 4$.

Pautas para la evaluación formativa

Como aspectos relevantes que permiten observar el avance de los estudiantes, se le propone que aprecie:

Las respuestas de los incisos que integran la actividad 4 de la sesión 1.

Las reglas algebraicas de las sucesiones numéricas de la actividad 5 de la sesión 2.

¿Cómo apoyar?

Si en la actividad 2 de la sesión 2, observa que los alumnos tienen dificultades para generar la regla algebraica, utilice la tabla de la actividad 1 como referente para desglosar término a término hasta la posición n .

¿Cómo extender?

Puede pedir a los estudiantes que obtengan la regla general de la sucesión de la actividad 2 de la sesión 1.

3. Relacionen cada regla con la sucesión que le corresponde.

a) $5n + 2$

b) $3n + 4$

c) $2n + 5$

d) $4n + 3$

() 7, 10, 13, 16, ...

() 7, 11, 15, 19, ...

() 7, 12, 17, 22, ...

() 7, 9, 11, 13, ...

Tiempo de realización	Cinco sesiones.
Eje temático	Forma, espacio y medida.
Tema	Figuras y cuerpos geométricos.
Aprendizajes esperados	Analiza la existencia y unicidad en la construcción de triángulos y cuadriláteros, y determina y usa criterios de congruencia de triángulos.
Materiales para el alumno	Juego de geometría.
Intención didáctica	Que los alumnos construyan y usen los criterios de congruencia de triángulos para probar algunas propiedades de los paralelogramos.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	<p>Audiovisuales Sesión 1. <i>Figuras congruentes</i> Sesión 3. <i>Criterios de congruencia de triángulos</i> Sesión 4. <i>Propiedades de los paralelogramos</i></p> <p>Informático Sesión 3. <i>Criterios de congruencia de triángulos</i></p>
Materiales de apoyo para el maestro	<p>Audiovisual <i>Criterios de congruencia de triángulos y su uso</i></p>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Construyan la noción de **congruencia de figuras** como aquellas que tienen la misma forma y la misma medida.
- Sesión 2. Reconozcan los datos necesarios y suficientes para construir dos triángulos que sean congruentes.
- Sesión 3. Enuncien los criterios de congruencia de triángulos e identifiquen el criterio que garantiza la congruencia de dos triángulos.
- Sesión 4. Desarrollen el razonamiento deductivo al probar algunas propiedades de cuadriláteros.
- Sesión 5. Resuelvan problemas de construcción que impliquen la existencia y unicidad de cuadriláteros.

Acerca de...

En la secuencia 9 los alumnos resolvieron situaciones problemáticas acerca de los ángulos opuestos por el vértice, ángulos correspondien-

tes y alternos internos o externos entre paralelas. Tuvieron la oportunidad de conocer pruebas sencillas para desarrollar su razonamiento deductivo.

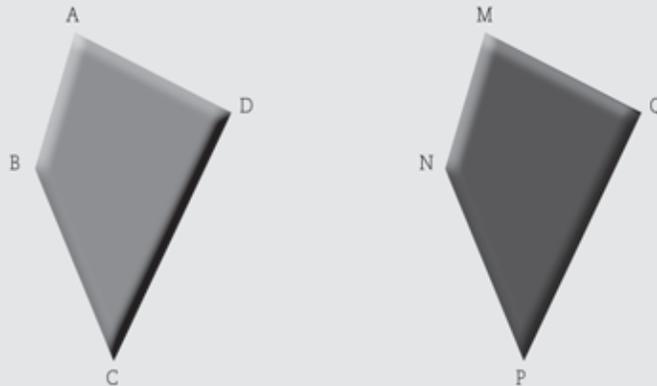
En la secuencia 23 se ejercitó el razonamiento deductivo al explorar dos propiedades importantes de los triángulos: que la suma de sus ángulos interiores es siempre 180° y que la suma de dos lados siempre es mayor que el tercer lado. A partir de estas dos propiedades se exploró la existencia de triángulos de determinadas medidas.

En esta secuencia se continúa con el desarrollo del razonamiento deductivo, ahora con la aplicación de los criterios de congruencia de triángulos y al trabajar con algunos cuadriláteros y sus propiedades.

Es importante que sean los propios alumnos quienes, previo trabajo con actividades, logren establecer cuáles son las condiciones necesarias y suficientes para garantizar la congruencia de dos triángulos, estas condiciones, que reciben el nombre de *criterios de congruencia de triángulos*, son tres: LLL, LAL y ALA. Los alumnos aplicarán estos criterios para garantizar la con-



Dos figuras que tienen la misma forma y la misma medida son figuras **congruentes**. Cuando dos figuras son congruentes pueden ponerse una encima de la otra y todos sus lados y ángulos coinciden. Los lados o los ángulos que coinciden se llaman correspondientes. Por ejemplo, los siguientes cuadriláteros son congruentes.



El lado AB es correspondiente al lado MN. El ángulo A es correspondiente al ángulo M

gruencia de triángulos y para conocer algunas propiedades de los paralelogramos. Recuerde que no es un propósito en este grado que los alumnos hagan pruebas rigurosas desde el punto de vista matemático, ni tampoco que empleen simbología geométrica para hacer sus deducciones. Se trata de sus primeros acercamientos al modo de pensar propio de las matemáticas: hacer deducciones. Lo importante es que lo comprendan y lo desarrollen para que, a partir de ciertos conceptos o propiedades geométricas que conocen, prueben otros.

Sobre las ideas de los alumnos

Los alumnos han trabajado con figuras que poseen igual forma y medida desde la escuela primaria, así que tienen esta noción; en esta secuencia se le da el nombre: figuras **congruentes**. Recuerde que el vocabulario geométrico es importante porque permite comunicarnos de una manera más precisa, no obstante, es probable que los alumnos las sigan llamando figuras igua-

les. Puede comentar con los alumnos que esta última expresión no es tan precisa porque puede ser que sean "iguales" en forma pero diferente medida o "iguales" en medidas pero diferente forma (como un cuadrado y un rombo que miden 4 cm de lado).

Si bien el razonamiento deductivo se ha trabajado en dos secuencias anteriores (9 y 23), es muy probable que los alumnos sigan teniendo problemas para hacer Deducciones. No se preocupe, es normal; no espere que todos los alumnos avancen en la misma medida

¿Cómo guío el proceso?

En la primera actividad de la sesión 1 es importante que si los alumnos tienen duda sobre cuáles figuras tienen igual forma y medida, las calquen, recorten y pongan una encima de la otra para ver si sus lados y ángulos coinciden. Esta actividad de poner una figura encima de otra permite construir la noción de lados o ángulos correspondientes en figuras congruentes. Lo mismo para las siguientes

dos actividades, en las que los alumnos compararán sus triángulos, se espera que noten que si se dan las tres medidas de ángulos los triángulos no necesariamente serán congruentes mientras que si se dan las medidas de los lados sí lo son; este será un primer acercamiento a la congruencia de triángulos.

Si bien en la sesión 2 sólo se menciona hacer dos veces la actividad de *Los mensajes*, sería conveniente hacerla las veces que sean necesarias hasta que los alumnos por sí solos se den cuenta de que:

- No necesitan escribir las tres medidas de lados y tres medidas de ángulos en cada mensaje.
- No siempre es posible construir un triángulo congruente a otro si sólo se conocen dos lados o dos o tres ángulos.
- Dadas las tres medidas de lados, se construyen triángulos congruentes aunque no se sepa lo que miden los ángulos.
- Las ternas de medidas que se requieren son: tres lados (LLL), dos lados y el ángulo comprendido entre ellos (LAL) dos ángulos y el lado adyacente a ellos (ALA).

Aunque en la sesión 2 aún no estudian los criterios de congruencia, la actividad de los mensajes realizada varias veces permitirá que los mismos alumnos los descubran y enuncien.

En la sesión 3 los alumnos darán un paso con respecto a la congruencia de triángulos, pasarán de los casos particulares trabajados en la sesión 2, a enunciar de manera general los datos. Si en la primera actividad nota que los alumnos ponen palomita a una afirmación que no es verdadera, no los corrija y permita que en la puesta en común se discutan todas las afirmaciones, pida que usen los triángulos contruidos en sesiones anteriores como ejemplos para mostrar la falsedad.

En la sesión 4, verifique que antes de responder las preguntas los alumnos efectivamente hagan las hipótesis que se piden, recuerde que parte del aspecto formativo de la enseñanza de la geometría es que los alumnos aprendan a hacer hipótesis y luego traten de probarlas. Las figuras de apoyo y las preguntas mostradas en cada caso son herramientas auxiliares para que los alumnos

comprueben si su hipótesis es falsa o verdadera. La misma recomendación es aplicable en la sesión 5, es importante que los alumnos analicen los datos que se dan y antes de intentar trazar la figura digan si existe o no y den argumentos geométricos de su respuesta. Por ejemplo: este cuadrilátero no existe porque la suma de los cuatro ángulos interiores de un cuadrilátero debe ser 360° y estas medidas son menos de 360° .

Pautas para la evaluación formativa

Observe si los alumnos logran:

- Comunicar la noción de congruencia de triángulos.
- Enunciar con sus propias palabras los criterios de congruencia.
- Utilizar el razonamiento deductivo al probar algunas propiedades de cuadriláteros.
- Resolver problemas de construcción que impliquen la existencia y unicidad de construcción de cuadriláteros.

¿Cómo apoyar?

Puede repetir la actividad de *Los mensajes* las veces que sea necesario hasta que note que en los mensajes de los alumnos van los datos mínimos necesarios para construir triángulos congruentes, analice junto con ellos los mensajes.

Proponga construcciones con regla y compás de triángulos y cuadriláteros y, al inicio, guíe paso a paso las construcciones haciéndolas en el pizarrón, después dé más autonomía a los alumnos dejando que ellos solos hagan las construcciones.

¿Cómo extender?

Plantee preguntas como las siguientes:

¿Existe un rectángulo cuyos lados midan 3 cm, 4 cm y su diagonal mida 3.5 cm?, ¿por qué?

¿Existe un rombo cuyo lado mida 2 cm y su diagonal menor mida 1 cm?, ¿por qué?

Dos triángulos que tienen iguales un lado y dos ángulos respectivamente, ¿son congruentes?, ¿por qué?



Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Forma, espacio y medida.
Tema	Magnitudes y medidas.
Aprendizajes esperados	Calcula el perímetro de polígonos y del círculo, y áreas de triángulos y cuadriláteros desarrollando y aplicando fórmulas.
Intención didáctica	Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen el cálculo de perímetros y áreas con expresiones algebraicas. Asimismo, que resuelvan problemas reales que involucren el cálculo de perímetros y áreas.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	Audiovisuales Sesión 1. <i>Expresiones algebraicas para calcular perímetros</i> Sesión 3. <i>Áreas y perímetros en situaciones reales</i>
Materiales de apoyo para el maestro	Audiovisual <i>Perímetros y áreas con expresiones algebraicas</i>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Calculen perímetros de figuras geométricas cuyos lados son expresiones algebraicas.
- Sesión 2. Calculen áreas de figuras geométricas cuyas dimensiones son expresiones algebraicas.
- Sesión 3. Resuelvan problemas reales que implican el cálculo de perímetros y áreas.

Acerca de...

En la secuencia 10 los alumnos estudiaron el perímetro de figuras geométricas, en la 24 construyeron las fórmulas para el cálculo del área de triángulos y cuadriláteros. En las primeras dos sesiones de esta secuencia, seguirán trabajando con estas dos magnitudes al calcular perímetros y áreas con expresiones algebraicas y al vincular estos contenidos con ecuaciones. Se trata de pasar de casos particulares donde las dimensiones de las figuras son números a trabajar con literales. En la sesión 3 resolverán problemas reales que implican el cálculo de perímetros y áreas.

Sobre las ideas de los alumnos

Desde el punto de vista geométrico y de medida, la principal dificultad que suelen tener los alumnos es confundir el perímetro y el área. Normalmente esto se debe a que no tuvieron las experiencias necesarias para conceptualizar cada una de estas magnitudes. Quizás se pasó muy rápido a realizar cálculos y usar fórmulas antes de que construyeran estas nociones, es decir, aprendieron a calcular algo que no saben qué es.

Desde el punto de vista algebraico, los alumnos pueden cometer algunos errores, por ejemplo, si el lado de un triángulo mide $2m + 1$ es probable que ellos lo consideren como $3m$ (suman el 2 con el 1).

¿Cómo guío el proceso?

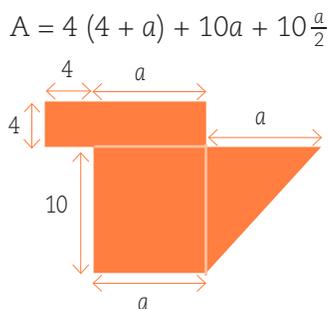
En la sesión 1, puede preguntar a los alumnos: ¿qué elementos de la figura geométrica se deben considerar para obtener el perímetro? Otro aspecto en el que se debe tener cuidado es la simplificación de términos semejantes, donde se hará necesario operar ya sea sumando o restando según se requiera. En la puesta en común es

importante enfatizar la equivalencia de las expresiones algebraicas que resulten. En el caso del triángulo equilátero pueden obtener expresiones como:

$$\begin{aligned} & 3(2m - 1) \\ & 6m - 3 \\ & 2m + 2m + 2m - 1 - 1 - 1 \end{aligned}$$

Invite a los alumnos a que verifiquen si son equivalentes.

En la sesión 2 haga notar a los alumnos que las figuras tienen asignadas una expresión algebraica o una medida numérica en algunas de sus dimensiones, pregunte: ¿es necesario en las figuras geométricas tener todas las dimensiones? ¿Por qué? En la actividad 2 los alumnos deben plantear la ecuación lineal que les permitirá obtener el valor de la incógnita. En la actividad 3, dependiendo de la forma en que dividan la figura podrán encontrar diferentes expresiones. Por ejemplo, si la dividen en dos rectángulos y un triángulo, obtienen:



Simplificando:

$$A = 16 + 19a$$

La figura puede descomponerse de otras maneras, aproveche para repasar cómo simplificar las diferentes expresiones y para probar la equivalencia.

Pautas para la evaluación formativa

- Observe si los alumnos distinguen bien el perímetro y el área.
- En el caso del área identifique a quienes no recuerdan cómo calcular el área de las figuras

geométricas, permita el uso de un formulario.

- Verifique si los alumnos identifican los elementos geométricos necesarios para saber usar las fórmulas y saben manipular las expresiones algebraicas para simplificarlas.
- Revise que no hagan invención de fórmulas o que omitan dimensiones para determinar el perímetro o el área de la figura geométrica.
- Verifique que apliquen las propiedades adecuadamente y que no confundan las fórmulas de una figura con otra o de área con perímetro.

¿Cómo apoyar?

Puede remitir a quienes tienen problemas en distinguir área de perímetro a las secuencias correspondientes (10 y 24) o hacer un alto grupal y repasar estos conceptos.

Si el problema está en recordar las fórmulas, permita el uso de un formulario, incluso puede tener uno a la vista en el salón de clase para que los alumnos lo consulten cuando sea necesario.

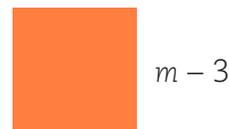
Si alguno no simplifica correctamente las expresiones, reúnelo con un compañero para que lo apoye.

En el problema 4 de la sesión 3, los alumnos pueden considerar que no pueden calcular el área porque lo que se les presenta es un cuerpo geométrico, sin embargo, el problema implica que el alumno determine el área lateral del cuerpo geométrico más el área de las dos bases. Debe orientar a los alumnos para que al identificar la forma que tiene cada cara lateral del cuerpo geométrico puedan resolver el problema.

¿Cómo extender?

Plantee problemas como los siguientes:

Se tiene un cuadrado cuyo lado mide $m - 3$



¿La literal m puede valer 3?, ¿por qué?, ¿qué valores puede tomar?

Un alumno dice que m sólo puede tener valores mayores que 4, ¿está en lo correcto?, ¿por qué?



Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Forma, espacio y medida.
Tema	Magnitudes y medidas.
Aprendizajes esperados	Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero, desarrollando y aplicando fórmulas.
Intención didáctica	Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen el cálculo del volumen y la capacidad de prismas rectos que tienen por base un triángulo o un cuadrilátero.
Materiales para el alumno	Juego de geometría, cartulina, tijeras, pegamento. Envases cuya capacidad sea de un litro; arroz o alguna semilla pequeña.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	Audiovisuales Sesión 1. <i>Capacidad</i> Sesión 2. <i>Relación entre volumen y capacidad</i> Sesión 3. <i>La capacidad en nuestra vida</i> Informático Sesión 2. <i>Volumen y capacidad</i> , disponible en: < http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/2esomatematicas/2quincena10/2quincena10_contenidos_1a.htm > y < http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/2esomatematicas/2quincena10/2quincena10_ejercicios_1b.htm >.
Materiales de apoyo para el maestro	Audiovisual <i>Capacidad y volumen... una relación compleja</i>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Reconozcan la capacidad como una magnitud diferente al volumen pero que guarda una estrecha relación con él.
- Sesión 2. Identifiquen la relación entre el decímetro cúbico y el litro y realicen algunas conversiones entre litro, mililitro, metro cúbico,

decímetro cúbico y centímetro cúbico.

- Sesión 3. Resuelvan problemas que impliquen las nociones y el cálculo de capacidades y volúmenes.

Acerca de...

Los alumnos iniciaron el estudio del volumen en primaria. En la secuencia 11 continuaron ese

1. Reúnete con un compañero para trabajar todas las actividades de esta sesión. La imagen muestra una caja en forma de cubo sin tapa y un cubo de madera, ambos con las mismas medidas. Respondan las preguntas y argumenten sus respuestas.



1. Trabajen todas las actividades de esta sesión en pareja.

Necesitan tres recipientes diferentes que tengan capacidad de un litro y arroz suficiente para llenar uno de ellos. Además, requerirán una cartulina, su juego de geometría, tijeras y pegamento.



estudio al repasar la noción de volumen y diferenciarla de otras magnitudes como el peso. En esa misma secuencia calcularon volúmenes de prismas rectangulares a partir del conteo de las unidades cúbicas que los forman y llegaron a la fórmula para calcular el volumen de prismas rectangulares.

En la secuencia 25 continuaron el estudio de esta magnitud al generalizar la fórmula *Volumen igual a área de la base por la altura* para prismas cuya base es un triángulo o un cuadrilátero como rombo, romboide o trapecio. Asimismo, resolvieron diversos problemas que implican el cálculo del volumen de esos tipos de prismas.

Continuando con el estudio del volumen, en la presente secuencia lo diferenciarán de otra magnitud de los objetos: la capacidad. La capacidad está muy relacionada con el volumen pero no son lo mismo. Mientras que un cubo de madera sólida tiene un cierto volumen, su capacidad es cero porque en él no se puede guardar, almacenar o verter nada. Una caja hueca sí tiene la capacidad de contener algo, una manera de medir su capacidad es midiendo el volumen del objeto que lo llena, es decir: **la capacidad de un recipiente corresponde al volumen del cuerpo que lo llena.**

La unidad para medir la capacidad es el litro, el estudio de las semejanzas y diferencias de volumen y capacidad incluye estudiar las equivalencias entre las unidades de estas dos magnitudes, la relación entre el decímetro cúbico y el litro es básica para diversos problemas reales como la construcción de empaques de cierta capacidad o de tinacos o cisternas para almacenar agua. En

la sesión 2 los alumnos experimentarán que la capacidad de un cuerpo que tenga como volumen un decímetro cúbico es un litro, y de ahí podrán trabajar con otras equivalencias, por ejemplo, la capacidad de un recipiente de un metro cúbico es 1000 litros y la de un centímetro cúbico es un mililitro.

Sobre las ideas de los alumnos

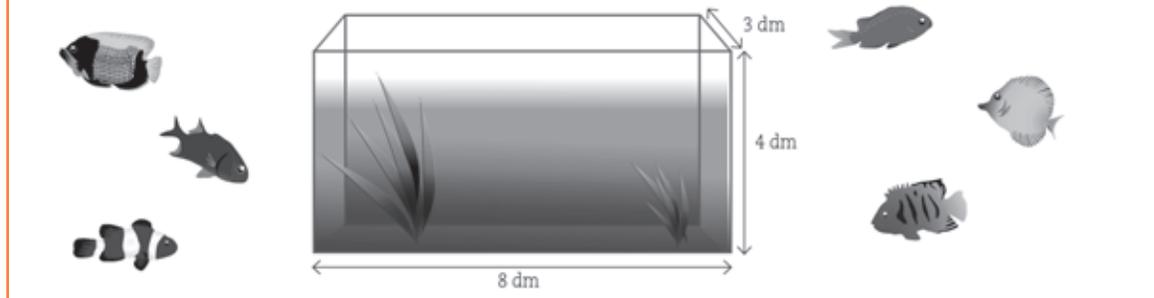
El estudio de las diferentes magnitudes como la longitud, el área, el peso, la capacidad o el volumen no es una tarea sencilla para los alumnos. Lo primero que hay que lograr es que diferencien una magnitud de otra, que exploren que cuerpos con el mismo volumen pueden tener diferente peso, cuerpos de menor volumen pueden pesar más que otros con un volumen mayor, pues entra en juego el material del que están hechos, tal como se exploró en la secuencia 11. Con respecto a la capacidad es probable que los alumnos piensen que es lo mismo que el volumen porque capacidad y volumen se calculan con la misma fórmula, no obstante ser magnitudes diferentes. Es importante que los alumnos den ejemplos de cuerpos que tienen el mismo volumen, pero diferente capacidad para que logren diferenciar una magnitud de otra.

¿Cómo guió el proceso?

Es muy importante que en la puesta en común de la sesión 1 se discuta ampliamente lo que entienden los alumnos por volumen y capacidad. Para la segunda actividad, incluso se podrían conse-



1. Reúnete con un compañero para resolver este y los tres problemas siguientes. Se recomienda que haya 4 litros de agua por cada pez de cierto tipo. ¿Cuántos peces como máximo pueden estar en la siguiente pecera si se sigue esta recomendación?



guir dados que midan un centímetro por arista y, por equipos, construir las cajitas con cartulina, llenarlas con los dados y comprobar que la capacidad de las cajitas es igual al volumen del cuerpo que lo llena, en este caso al prisma que se forma con los dados. Por ejemplo, una caja que mide 5 cm por 4 cm por 2 cm se va a llenar con dados de 1 cm por arista, vemos que le caben 40 dados, entonces la capacidad de la caja es 40 cm^3 , lo cual puede calcularse si se calcula, precisamente, el volumen de la caja. También es muy importante que en la sesión 2 los alumnos hagan primero una hipótesis sobre la capacidad del decímetro cúbico y luego efectivamente se lleven los recipientes a la sesión y con arroz (o alguna semilla fina como el alpiste) se llene cada recipiente y el contenido se vacíe en el decímetro cúbico para que los alumnos comprueben que un decímetro cúbico equivale a un litro.

En la puesta en común de la sesión 3 analice, junto con los alumnos, aquellos problemas que tienen varias respuestas correctas, es importante que se formen la idea de que existen problemas con respuestas correctas diferentes.

Pautas para la evaluación formativa

Identifique si los alumnos:

- Diferencian la capacidad del volumen.
- Comprenden que la capacidad de un recipiente es el volumen del cuerpo que lo llena, si comprobaron que un litro equivale a un decímetro cúbico.

- Al resolver los problemas se les dificulta la comprensión de los mismos, el manejo de las equivalencias o las operaciones que deben hacer.

¿Cómo apoyar?

Para quienes no logran distinguir entre capacidad y volumen será necesario poner más ejemplos de objetos y recipientes. Pida que imaginen una pecera hecha de un vidrio muy, muy grueso, el volumen que ocupa la pecera es mayor que el de su capacidad porque el vidrio muy grueso hace que el interior sea menor que el exterior, en este caso la capacidad es el volumen del cuerpo que cabe dentro de la pecera, pero es diferente al volumen que ocupa. Si el problema está en el manejo de equivalencias será necesario conseguir recipientes graduados (jarras, biberones, jeringas) para que los alumnos trabajen con los litros, decilitros, mililitros, etcétera.

Cuando lean un problema pida que expliquen con sus propias palabras lo que entienden y cómo podrían resolverlo, esto hará que reflexionen más sobre lo que leen.

¿Cómo extender?

Plantee la siguiente pregunta:

¿Por qué piensas que hay tanques de gas de 20 kg?, ¿se vende el gas por kilogramos?, ¿por qué no se vende de acuerdo con la capacidad (litros o metros cúbicos) del tanque?

Tiempo de realización	Dos sesiones.
Eje temático	Análisis de datos.
Tema	Estadística.
Aprendizajes esperados	Recolecta, registra y lee datos en gráficas circulares.
Intención didáctica	Que los alumnos lean y presenten datos en gráficas circulares.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	<p>Audiovisual Sesión 1. <i>Construcción de gráficas circulares mediante hoja de cálculo</i></p> <p>Informático Sesión 2. <i>Gráficas circulares</i></p>
Materiales de apoyo para el maestro	<p>Audiovisual <i>Construcción de gráficas circulares</i></p> <p>Bibliográficos Arteaga, P., et al. (2011). "Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales", en <i>Números</i>, vol. 76, núm. 1, pp. 55-67. Batenero, C., et al. (2010). "Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas", en <i>Enseñanza de las Ciencias</i>, vol. 28, núm. 1, pp. 141-154.</p>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Lean, interpreten y construyan gráficas circulares.
- Sesión 2. Construyan gráficas circulares.

Acerca de...

En esta secuencia, además de continuar con la lectura, interpretación y construcción de gráficas circulares, se pretende que los alumnos evalúen

críticamente los datos estadísticos que recolecten y muestren, así como a discernir los argumentos que apoyen los resultados obtenidos cuando tengan la necesidad de realizar un sondeo, una entrevista o llevar a cabo un fenómeno aleatorio, como se solicitará en la secuencia 38. También es importante que sean capaces de comunicar sus opiniones respecto a sus informaciones estadísticas.

En la secuencia 12 los estudiantes aprendieron a completar la construcción de gráficos circulares, saben que para representar un dato deben considerar a qué proporción del círculo de la

Sesión 1

■ Para empezar



La información estadística generalmente se presenta en tablas de frecuencia y gráficas. Las representaciones gráficas tienen el propósito de revelar visualmente el comportamiento de los datos, de ahí que sea importante seleccionar adecuadamente el tipo de gráfica que se utilizará para representar adecuadamente los datos que se quiere comunicar. ¿Cuántos tipos de gráficas estadísticas conoces? Busca algunos ejemplos y observa qué tipo de información se presenta en esas gráficas. En las dos siguientes sesiones continuarás con la elaboración, lectura e interpretación de gráficas circulares o de sectores.



gráfica corresponde y para ello pueden utilizar una tabla como la siguiente:

%	100	75	50	25
°(grados)	360	270	180	90

En esta secuencia podrán aplicar ese conocimiento y además aplicar la regla de tres para representar cualquier valor en una gráfica circular.

Sobre las ideas de los alumnos

Tal vez algunos alumnos tengan dificultades para construir gráficas circulares que impliquen:

- Representar más de tres datos, debido a que significa trazar más de tres sectores en el círculo de la gráfica, lo cual se complica. Aun cuando ya cuenten con la regla de tres para establecer la proporción entre el valor de cada dato y los 360° de una circunferencia, los alumnos todavía pueden tener problemas para plantear adecuadamente cada proporción.
- Representar valores decimales de cantidades o porcentajes debido a que pueden tener errores de cálculo al establecer la relación de proporcionalidad con la superficie que les corresponde. Por ejemplo, representar 12.5% o 33.33%.

Además, recuerde que se recomienda representar hasta cinco sectores en una gráfica circular, pues cuando hay más, son pequeños y es difícil de comprender la relación de cada dato con el todo.

¿Cómo guío el proceso?

En "Para empezar" se presentan ejemplos de gráficas que son utilizadas para comunicar diferentes tipos de datos estadísticos; es importante que se revisen para destacar las características propias de cada una y mostrar las diferencias con respecto a la gráfica circular. Si es necesario retome la definición de gráfica circular de la secuencia 12.

Al realizar las siguientes actividades de la sesión 1 deberá destacar que los datos a representarse quizá ya estén dados o en ocasiones, los tienen que recopilar al aplicar una encuesta, re-

gistrar a partir de un sondeo o como resultado de experimento, como lo sugiere la actividad 2.

En el caso de la sesión 2, se presentan diferentes datos de la población, particularmente de la población joven, con el interés de no sólo estudiar cómo construir una gráfica circular, sino de aprender algunas de sus características y evaluar la calidad de la información que se presenta, como se sugiere en la actividad 2. En este caso, se les deberá preguntar cuál es su opinión y si ellos conocen a alguien que se encuentre en cada sector.

Pautas para la evaluación formativa

Algunas actividades que dan cuenta del avance obtenido por los alumnos son:

- Elaboración de la tabla de frecuencias y gráficas circulares que presenten los resultados del sondeo realizado por los estudiantes en la actividad 2 de la sesión 1.
- Construcción de la gráfica circular de la actividad 3 de la sesión 2.
- Identificación de título, etiquetas, y otros elementos apropiados para la representación gráfica circular de la actividad 2 de la sesión 2.

¿Cómo apoyar?

Si observa que hay problemas o dificultades al leer e interpretar las gráficas de la actividad 1 de la sesión 1, sugiera elaborar una tabla de frecuencias e identificar los apellidos que corresponden con cada mapa.

Si en la primera sesión los alumnos tienen dificultades para contestar el inciso c) de la actividad 2, pida que identifiquen el apellido que es más frecuente en su grupo y en su escuela.

En el caso de la segunda sesión, si los alumnos tienen problemas en leer la información presentada en la infografía de la entrada, puede pedir que entre todos lean los datos.

¿Cómo extender?

Solicite que busquen datos en periódicos, mensajes, infografías, entre otras fuentes para identificar qué tipo de datos es conveniente representar en una gráfica circular y cuáles no.

Medidas de tendencia central 2 (LT, pp. 250-255)

Tiempo de realización	Dos sesiones.
Eje temático	Análisis de datos.
Tema	Estadística.
Aprendizaje esperado	Usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana) y el rango de un conjunto de datos, y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión.
Intención didáctica	Que los alumnos comprendan y apliquen las propiedades de la media aritmética, mediana y moda al resolver problemas.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	Audiovisuales Sesión 1. <i>¿Cómo cambia la media aritmética?</i> Sesión 2. <i>Propiedades de las medidas de tendencia central</i>
Materiales de apoyo para el maestro	Audiovisual <i>Uso de las TIC en las medidas de tendencia central</i>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Determinen que las medidas de tendencia central se encuentran entre los valores extremos del conjunto de datos.
- Sesión 2. Calculen la media, mediana y la moda.

Acerca de...

En esta secuencia se analizarán las propiedades de la media aritmética de diferentes conjuntos de datos.

Se inicia determinando las medidas de tendencia central de un conjunto de datos para identificar que las medidas se encuentran entre los valores extre-

mos del conjunto de datos y pueden tomar valores iguales o diferentes a los que contiene el conjunto.

Después, se indaga de qué manera los valores máximos, mínimos o nulos pueden afectar o no las medidas de tendencia central.

Sobre las ideas de los alumnos

Concepciones erróneas respecto a las medidas de tendencia central:

- Dificultad en el tratamiento de valores atípicos.
- No reconocer que la media aritmética se ve afectada por valores atípicos.
- Calcular la media aritmética sin comprender su significado.

1. Forma un equipo para trabajar esta actividad y las dos que siguen.

En la tabla se muestra el precio de una lata de atún en 5 tiendas diferentes.

Tienda	1	2	3	4	5
Precio de la lata de atún	\$14.90	\$16.25	\$14.90	\$15.90	\$16.75



c) Representen la situación en la gráfica. Utilicen distintos colores para distinguir la media aritmética, la moda y la mediana de los precios registrados.

Precios de una lata de atún (\$)



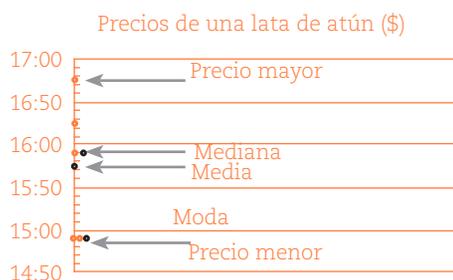
- Hallar la media aritmética de los valores de las frecuencias, en lugar de la media de los datos.
- Dificultad para obtener las medidas de tendencia central a partir de los gráficos.
- Confundir la mediana con la moda o la media aritmética.
- Considerar a la mediana como el valor que está en la posición central sin ordenar los datos.
- Considerar que las medidas de tendencia central pueden tomar valores fuera del rango de los datos.
- Cuando aparece un valor nulo entre los datos, tienden a omitirlo al determinar la media aritmética.
- El valor de las medidas de tendencia central debe estar contenido en los datos que se muestran, y al obtener un valor diferente pero comprendido en el rango consideran que no puede ser una de estas medidas.

¿Cómo guió el proceso?

En la sesión 1, los problemas que se abordan para analizar las propiedades de la media contienen valores numéricos. Como se observa, el valor de la media será uno que estará entre los precios mínimo y máximo de los de las latas de atún.

Si bien la media no tiene por qué coincidir con ninguno de los precios de las latas de atún, el precio no puede ser \$19.00 porque esta cantidad se encuentra fuera del rango de precios. El valor del promedio tiene sentido porque la cantidad es continua y la parte decimal se interpreta como los centavos del precio, aunque hay ocasiones en que la media puede ser un valor que no tiene sentido en el contexto planteado. La gráfica que se muestra permitirá que los alumnos visualicen la posición de las diferentes medidas de tendencia central. Esto les ayudará a comprender y

definir cuál medida es la más representativa del conjunto de datos.



Observe cómo la mejor medida para este conjunto de datos es la mediana porque el 50% de datos está arriba y de ella, el otro 50% por debajo.

Observe que en este caso la moda coincide con el menor precio y la mediana con el precio de \$15.90, en cambio la media aritmética es \$15.74 y es diferente de cualquier precio de la tabla, pero comprendido entre el dato mayor y el menor.

Además, se podrá identificar que aun cuando se omita algún valor extremo del conjunto de datos, la mediana y la moda no se verán afectadas porque no dependen de estos valores (máximo o mínimo), sino de la posición del dato y del precio que más se repite, respectivamente. En las actividades 2 y 3 grafique los precios y represéntelos con puntos. Compare y visualice cómo las medidas de tendencia central se modifican.

Sesión 2. Si el precio de una lata de atún disminuye o aumenta entonces el precio promedio disminuye o aumenta respectivamente.

En el inciso b) de la actividad 1 hay en la tabla un precio de cero pesos, al determinar el promedio de los precios, este precio no afecta el total de la suma de precios porque se mantiene igual, pero este total debe dividirse entre los cinco precios y no entre cuatro precios como algunos alumnos pueden pensar. Por lo que el valor del promedio se ve afectado.

En cambio, la mediana corresponde a un valor que queda al centro al ordenar los datos en forma creciente o decreciente y no se ve afectada. Si el tamaño del conjunto de datos es un número impar, entonces la mediana es el valor numérico que se encuentra en el centro. Si el número de datos es par, la mediana es el promedio de los valores centrales.

En los conjuntos de datos que se muestran pueden observar cuál es el dato que más se repite, y aun cuando eliminen alguno de los valores extremos del conjunto de datos, la frecuencia absoluta del dato que más se repite no se ve afectada.

Pautas para la evaluación formativa

El alumno sabe:

- Que las medidas de tendencia central se ubican entre los valores extremos y pueden ser iguales o no a alguno de los datos.
- Que los valores nulos se toman en cuenta al determinar la media aritmética.
- Que los valores mayores, menores o nulos afectan a la media aritmética, pero no a la mediana y moda.
- Interpretar el valor de la medida de tendencia central en el contexto del problema.
- Determinar todas las medidas de tendencia central para datos numéricos.

¿Cómo apoyar?

Si observa que los alumnos no saben qué hacer, sugiérales que analicen las características del conjunto de datos que se presentan. Si se agrupan en un rango menor o mayor, si el conjunto es homogéneo o heterogéneo. Si tiene valores muy grandes, muy pequeños o ceros y cuál número se repite más veces. Llévelos a reflexionar que no es necesario hacer cálculos para tener una idea de cuáles son las características del conjunto de datos y cómo serán las medidas de tendencia central de ese conjunto.

¿Cómo extender?

- Plantee problemas en los que los alumnos identifiquen las propiedades de las medidas de tendencia central en situaciones como las siguientes:

Las tallas de playeras de un grupo de alumnos son:

M, M, Ch, Ch, Ch, G, G, G, EX, G,
M, M, M, Ch, M, M, M, G, G, EX

- Obtén la moda del conjunto de datos.
 - ¿Se puede obtener la media y la mediana? Justifica tu respuesta.
- Conjuntos de datos en los que aparecen varios valores cero.

Estadísticas familiares

- Reúnete con un compañero y realicen esta y la siguiente actividad.

Completen la tabla con cuatro de los precios que se registraron en la actividad 1 de la primera sesión.

- Calculen el valor de las medidas de tendencia central. Usen calculadora.

Situación 1					
Tienda	1	2	3	4	5
Precio de la lata de atún		\$100.00			



Medidas de tendencia central 3 (LT, pp. 256-261)

Tiempo de realización	Tres sesiones.
Eje temático	Análisis de datos.
Tema	Estadística.
Aprendizajes esperados	Usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana) y el rango de un conjunto de datos, y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión.
Intención didáctica	Que los alumnos analicen y determinen qué medida de tendencia central es conveniente emplear para representar a un conjunto de datos y comunicar información.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	<p>Audiovisuales</p> <p>Sesión 1. <i>El Inegi</i></p> <p>Sesión 2. <i>Las medidas de tendencia central</i></p> <p>Sesión 3. <i>Relación entre el rango y la posible dispersión de los datos</i></p> <p>Informático</p> <p>Sesión 3: <i>Las medidas de tendencia central y el rango</i></p>
Materiales de apoyo para el maestro	<p>Audiovisual</p> <p><i>El rango de un conjunto de datos</i></p>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Comparen las medidas de tendencia central para elegir cuál es la más representativa de un conjunto de datos.
- Sesión 2. Comparen las medidas de tendencia central para elegir cuál es la más representativa al comparar varios conjuntos de datos.
- Sesión 3. Determinen el rango en un conjunto de datos y definan qué tan dispersos están los datos.

Acerca de...

En esta secuencia se busca que se identifique cuál es la mejor medida estadística que representa un conjunto de datos y su variabilidad.

Se comienza obteniendo las medidas de tendencia central y rango de un conjunto de datos.

A partir de ello se analiza cómo cambian o se mantienen dichas medidas al omitir los valores extremos del conjunto de datos, para elegir la medida que mejor represente a los datos en cada caso.

Se analiza el rango porque es un valor que proporciona información sobre qué tan dispersos están los datos.

Se comparan las medidas de tendencia central de dos conjuntos de datos para identificar qué medida representa mejor a cada conjunto.

Con la información que arrojan las medidas de tendencia central y la que mejor representa al conjunto de datos se toman decisiones en el contexto del problema de acuerdo con la variable que se analiza.

Por último, se emplean recursos gráficos para comparar las medidas de tendencia central y ver cuál es la que representa mejor al conjunto de datos.

Para saber cuándo usar alguna de las medidas de tendencia central se tiene que considerar lo siguiente:

- Si el rango es mínimo, los datos son cercanos entre sí. La mejor medida que representa al conjunto de datos será la media aritmética.
- Si el rango es máximo, los datos están alejados unos de otros. La mejor medida que representa al conjunto de datos será la mediana.

- Si el conjunto de datos pertenece a una variable cualitativa nominal u ordinal, la medida más representativa será la moda.

Sobre las ideas de los alumnos

Algunas ideas que tienen los estudiantes son:

- Piensan que la mejor medida estadística que representa al conjunto de datos será la media aritmética no importando el tipo de variable que refiere el conjunto de datos ni la distribución de los datos.
- Presentan dificultades para analizar el conjunto de datos, priorizan el procedimiento de obtención del promedio.

¿Cómo guió el proceso?

En la actividad 1 de la primera sesión se muestra un conjunto de salarios con un salario muy alto, oriente al alumno a que revise las características de los salarios, después, permita que el alumno identifique la mejor medida que representa a los salarios. Propicie el análisis a partir de la representación gráfica de las medidas para que identifiquen el salario más representativo. ¿La media y la moda pueden ser la medida que mejor representa al conjunto? Para este caso el valor que mejor representa a los salarios es el de la mediana. Pida a los alumnos que observen como el salario mayor influye en el valor de la media aritmética, por lo que este valor no es representativo del conjunto.

En la actividad 2, al omitir el salario mayor, los salarios están más cerca unos de otros, por lo que el valor que mejor los representa es la media aritmética. Compáren los promedios obtenidos en las actividades 1 y 2, propicie que los alumnos analicen qué promedios se mantuvieron iguales. ¿A qué se debe esto? ¿Cuáles cambiaron? ¿Por qué? Permita que argumenten sus respuestas.

En las actividades 1 y 3 de la segunda sesión, destaque el hecho de que al obtener la mejor medida que representa al conjunto de datos se pueden tomar decisiones en torno a una situación.

En la actividad 3 la media aritmética debe calcularse sumando el valor de todos los datos y luego dividiendo ese resultado entre la cantidad de datos.

Sesión 3. Pida a los alumnos que se apoyen con la gráfica para identificar si los tiempos están o no dispersos. Que señalen los promedios para ver su ubicación y así podrán observar cuál promedio representa mejor a los tiempos registrados en cada conjunto.

Pautas para la evaluación formativa

El alumno sabe:

- Si el valor de rango es mínimo entonces la media aritmética será la mejor medida para representar al conjunto de datos.
- Si el conjunto de datos contiene valores atípicos y el valor de rango es máximo entonces la mediana será la mejor medida para representar al conjunto de datos.
- Si la variable es nominal u ordinal, y además el conjunto de datos contiene valores que no se pueden ordenar, entonces la moda será la mejor medida para representar al conjunto de datos.

¿Cómo apoyar?

Si los alumnos presentan dificultades para realizar las actividades, propicie que analicen el conjunto de datos y que, a partir de la representación gráfica, identifiquen cuál es la medida de centro que representa al conjunto de datos: recuerde la interpretación de cada medida.

Permita que usen la calculadora o la hoja electrónica de cálculo para hacer las operaciones necesarias. Puede emplear las funciones definidas para ello dentro de esta herramienta electrónica.

¿Cómo extender?

Emplee la hoja electrónica para obtener las medidas de tendencia central.



Tiempo de realización	Dos sesiones.
Eje temático	Análisis de datos.
Tema	Probabilidad.
Aprendizajes esperados	Realiza experimentos aleatorios y registra los resultados para un acercamiento a la probabilidad frecuencial.
Intención didáctica	Obtener la probabilidad frecuencial de un evento.
Recursos audiovisuales o informáticos para el alumno	Audiovisuales Sesión 1. <i>Probabilidad frecuencial en los juegos</i> Sesión 2. <i>Probabilidad frecuencial de un evento</i>
Materiales de apoyo para el maestro	Audiovisual <i>Probabilidad frecuencial</i>

¿Qué busco?

Que los alumnos:

- Sesión 1. Registren las frecuencias de los resultados obtenidos en un juego de azar.
- Sesión 2. Obtengan la probabilidad frecuencial de un evento a partir de su frecuencia relativa.

Acerca de...

En esta secuencia se realizan diferentes juegos de azar usando monedas y dados como generadores aleatorios. La intención es registrar los resultados obtenidos en diferentes rondas de cada juego, reunir los resultados y establecer la frecuencia relativa que corresponde al cociente entre la frecuencia absoluta de un evento y el número total de lanzamientos, extracciones o ensayos que se realizaron. Al inicio de cada juego se pide a los alumnos realizar una predicción de los resultados que cree que pueden ocurrir; esto corresponde al manejo de su intuición y las falsas creencias que pueden tener. En el desarrollo de las sesiones se presenta la vinculación con otros contenidos a partir de lo cual se espera que los estudiantes puedan comprender mejor qué es la probabilidad frecuencial de un evento, y relacionar este concepto, por ejemplo, con los de fre-

cuencia absoluta, relativa, porcentaje, proporcionalidad y construcción de gráficas circulares.

Sobre las ideas de los alumnos

En la primera secuencia los estudiantes ya identificaron qué es una situación de azar y comenzaron a registrar los resultados obtenidos a partir de realizar la experiencia aleatoria. En esta secuencia se define a la frecuencia relativa como la **probabilidad frecuencial** de un evento. Tal vez algunos alumnos todavía tengan dificultades para aceptar que los resultados obtenidos cuando se lleva a cabo el juego y los resultados al volver a jugar pueden ser diferentes; por otra parte, también quizá les resulte difícil aceptar que pueden pasar muchas rondas hasta que otra vez se obtenga un mismo resultado; por eso precisamente es que se levanta un registro de lo que va ocurriendo en cada ocasión que se realiza una ronda o un juego.

Será importante que los alumnos aprendan a registrar y leer esos resultados y no lo consideren como un proceso mecánico, para lo cual se requiere que los anime a leer entre esos datos, por ejemplo, en el juego de la escalera se les pregunta por el número de lanzamientos de la moneda necesarios para llegar a uno de los extremos.

¿Cómo guió el proceso?

En "Para empezar" se propone un recorrido histórico del desarrollo de la Probabilidad, se considera importante hacer este tipo de reflexiones para mostrarle a los estudiantes que las matemáticas son una construcción socio-cultural del conocimiento, aunque han existido hombres sobresalientes, la mayoría de los trabajos se desarrollan en un equipo de trabajo, por ejemplo, la relación que se dio a partir del intercambio de cartas entre Pascal y Fermat. Esta introducción espera despertar el interés de los estudiantes al apreciar no sólo como juegos lúdicos a los juegos de azar sino a una puerta hacia el desarrollo del pensamiento probabilístico y más allá, hacia el pensamiento estocástico. Es importante que en el juego de la escalera se entienda que es sólo la ficha la que se usa, no una por cada uno de los jugadores; se trata de que la ficha avance hacia arriba o hacia abajo dependiendo del resultado del volado. También es importante no solamente registrar el resultado que consideran los alumnos a priori, como se solicita en el inciso a) y b) de la actividad 1, sino por qué lo consideran, para conocer sus intuiciones, y también se espera que paulatinamente cambien a partir de la experiencia de estos juegos.

Para poder visualizar las tendencias de los resultados se requiere acumular el mayor número posible de experiencias; es precisamente por esa razón que se reúnen en las tablas los resultados de las rondas realizadas por las parejas o equipos para analizar lo que ocurre a nivel en la escala de todo el grupo, como se plantea en la actividad 5 de la sesión 1 y en la 3 de la sesión 2.

En la actividad 4 de la sesión 2 se propone elaborar una gráfica circular con los resultados obtenidos, ésta es una oportunidad más de vincular los conocimientos adquiridos en otras secuencias y aplicarlos, como ocurre también con las fracciones, decimales y porcentajes.

Pautas para la evaluación formativa

En esta secuencia se pretende que los estudiantes obtengan la probabilidad frecuencial, por lo

tanto, algunos de los aspectos decisivos para su aprendizaje son:

- Completar correctamente la tabla de la actividad 4 de la sesión 1.
- Realizar la actividad 7 de la sesión 2.

¿Cómo apoyar?

Si al inicio observa que algunos alumnos tienen dificultades para analizar los resultados posibles, conviene elaborar un diagrama de árbol que elaboren entre todos para comprender cuáles pueden ser los resultados. Por ejemplo, se puede usar en la actividad 6 de la sesión 2, para identificar todos los resultados con los que gana Joel y con los que gana Emma.

Un aspecto que es importante analizar y no dejar pasar, es el hecho de que el valor máximo de la frecuencia relativa es 1 y el mínimo es 0. Por lo tanto, esos también son los valores máximo y mínimo de la probabilidad frecuencial; por ser la comparación de las veces que es favorable un resultado entre el total de los ensayos que se hacen.

¿Cómo extender?

Utilice variantes de las condiciones de los juegos, por ejemplo, después de realizar el juego de la actividad 6 de la sesión 1, en el que Joel gana si al lanzar los dados, coinciden los números y Emma gana cuando son diferentes. Ahora pida que ellos propongan otra combinación, como puede ser que Joel gana si un dado cae en números menores que 4 o que sumen 7.

Otra actividad que pueden realizar es elaborar las tablas de frecuencia y las gráficas circulares en la hoja electrónica de cálculo e incluso usar la función ALEATORIO para simular lanzamientos con dados.

Otro análisis que se puede hacer en el caso del juego de la escalera es contar cuántas rachas de tres águilas (o soles) salieron, ya que seguramente algunos alumnos contestaron que en tres o cuatro lanzamientos llegarían al extremo de la escalera pues la ficha está a la mitad; esa es una de las falacias que pueden tener los estudiantes y que será conveniente eliminar.



Evaluación (LT, pp. 268-269)

Con el fin de valorar algunos de los aprendizajes logrados en este tercer bloque se evaluarán avances en el trabajo individual de los alumnos.

Reactivo 1. Enteros, fracciones y decimales positivos y negativos

Con la resolución de este reactivo se podrá valorar si los alumnos han aprendido a sumar, restar y multiplicar números naturales, decimales y fraccionarios positivos y negativos.

Los alumnos deben evaluar diferentes valores de x en la expresión algebraica y determinar para qué valores se cumple que el resultado sea positivo. Los alumnos analizarán que:

- Si $x = 0$, el resultado es cero.
- Si $x > 0$, el resultado será un número negativo.
- Si $x < 0$, el resultado será un número positivo.

Los dos primeros términos de la expresión serán valores simétricos que, al sumarse, darán como resultado 0 por lo que los alumnos pueden observar que solamente deben cambiar de signo la cifra a evaluar, incluso sin hacer la operación. La dificultad puede radicar al operar números decimales y fraccionarios.

Reactivo 2. Porcentaje

Permite valorar si el alumno puede resolver problemas que impliquen obtener el porcentaje, cantidad base o tasa de una cantidad. Este problema considera una tasa mayor a 100%.

El precio del vestido con IVA incluido es de \$232 y corresponde a 116%, por lo que el precio sin IVA del vestido corresponde a 100%. El valor desconocido del vestido corresponde a la cantidad base.

La interpretación errónea de los alumnos puede ser obtener el 116% del precio del vestido y considerarlo como cantidad base.

Reactivo 3. Variación lineal

Se pretende conocer si el alumno puede resolver problemas que impliquen identificar la razón de cambio, dada una expresión de la forma: $y = a x + b$. Los alumnos deben identificar que la razón de cambio es $a = \frac{y}{x}$ donde y será la distancia y x el tiempo.

Por lo que la razón de cambio en la expresión $d = 3t + 5$ es $\frac{d}{t} = 3$.

Reactivo 4. Ecuaciones

Con este problema se podrá valorar si el alumno puede resolver una ecuación de la forma:

$$ax + b = c$$

$$2.624 + x = 31.2$$

$$x = 31.2 - 2.624$$

$$x = 28.576$$

Posibles errores o dificultades:

- Cambio de signo en la transposición de términos.
- Operar con números decimales (errores de cálculo, de olvido de llevar cifras del orden mayor o restar al número mayor el menor sin importar si está en el minuendo o sustraendo).

Reactivo 5. Sucesiones

La resolución de este problema demostrará si el alumno puede identificar la expresión algebraica que genera cualquier término de la sucesión numérica con progresión aritmética de la forma ax a partir del análisis de los primeros términos que conforman la sucesión.

En la sucesión 4, 8, 12, 16, 20... La constante es 4 y por lo tanto la regla general es $4n$.

Los errores que pueden cometer los alumnos derivan de falsas generalizaciones como:

$$n + 4, n - 4 \text{ y } \frac{4}{n}$$

Reactivos 6 y 7. Volumen

Mediante el reactivo 6 se valorará si los alumnos pueden resolver problemas que impliquen el cálculo del volumen y si identifican las dimensiones del prisma.

El volumen del primer prisma es:

$$bah = 10 \text{ cm}^3$$

Como cada dimensión del prisma aumenta 4 veces, entonces el volumen del nuevo prisma es:

$$V = (4b)(4a)(4h)$$

$$V = (64)bah$$

y como $h = 10 \text{ cm}$, entonces
 $V = (64)(10 \text{ cm}^3) = 640 \text{ cm}^3$

Los alumnos pueden suponer que, si las dimensiones aumentan el cuádruple, entonces el volumen también aumenta cuatro veces. Es posible que algunos consideren que sólo algunas de las dimensiones aumentan, por ejemplo, que el área de la base aumenta cuatro veces o confundir 4 veces con el doble. Para conocer de qué manera lo realizan, pida que escriban la manera en que lo determinaron.

Con la resolución del reactivo 7 se identificará si el alumno puede diferenciar la capacidad del volumen de un prisma y hacer su equivalencia. Este problema implica establecer la equivalencia entre el volumen de un prisma y su capacidad, considerando que $1\ 000 \text{ cm}^3$ equivalen a un litro. Otros posibles errores de los alumnos radican en emplear equivalencias erróneas.

Reactivo 8. Probabilidad

Permite saber si el alumno puede resolver problemas en donde identifique la probabilidad frecuencial de un evento. Para identificar cuál es el resultado menos probable, se debe registrar el conjunto de resultados que arroja el evento. Sea Sol denotado por (S) y Águila por (A)

S, A, A, A S, S, A, A A, A, A, A A, S, A, A
 S, A, A, S **S, S, A, S** A, A, A, S A, S, A, S
 S, A, S, A **S, S, S, A** A, A, S, A A, S, S, A
S, A, S, S S, S, S, S A, A, S, S **A, S, S, S**

Se observa que el evento que tiene sólo una posibilidad de ocurrir es cuando todas las monedas caen en águila o en sol, el resto tiene al menos dos posibilidades de ocurrir. Uno de los errores de los alumnos pueden ser considerar que los señalados con color son diferentes, sin embargo, hay cuatro posibilidades que muestran que puede caer una cara águila y el resto soles.

Reactivo 9. Porcentaje

Aquí se valora si el alumno puede resolver problemas que implican determinar el complemento del 100%, cuando responda que, si el terreno representado por el rectángulo representa 75%, falta el complemento que corresponde a 25%.

Reactivo 10. Existencia y unicidad

Permite determinar si el alumno puede resolver problemas que impliquen el trazo de cuadriláteros. Para ello deben saber que la suma de los ángulos interiores debe ser 360° . Como a partir de los ángulos dados la suma es 295° , no se puede trazar un cuadrilátero. Para tener las condiciones indispensables se deben cambiar las medidas de los ángulos de tal manera que al sumarlos den 360° . Existen un sinnúmero de posibilidades, por ejemplo: 60° , 80° , 100° y 120° .

Reactivo 11. Gráfica circular

La solución correcta indicará que el alumno puede resolver problemas que impliquen trazar una gráfica circular y obtener las medidas de tendencia central de un conjunto de datos. Los alumnos deben obtener el sector que corresponde a cada frecuencia y realizar el gráfico. Para obtener la media aritmética deben multiplicar cada dato por su frecuencia, sumarlos y dividirlos entre el total de datos. En este problema, el valor es de 1.81 hijos, es decir, en promedio se tiene 2 hijos por familia. La mediana corresponde al dato que esté en la ubicación 17, que corresponde a 2 hijos. La moda es 2 hijos.

Reactivo 12. Medidas de tendencia central

El reactivo pondrá de relieve la capacidad del alumno para resolver problemas que impliquen interpretar las propiedades de las medidas de tendencia central y elegir la medida que mejor represente al conjunto de datos. El alumno aplicará lo que sabe sobre la obtención de la media, la mediana, la moda y el rango del conjunto de datos. Recordará que valores muy grandes o muy pequeños afectan a la media aritmética. Que al tener un valor de cero la media disminuye su valor y esto debe ser tomado en cuenta al calcularla. Que cuando en un conjunto de datos el rango es mayor, entonces el conjunto es disperso. La medida que representa mejor a un conjunto de datos se selecciona en función de la característica de los datos:

- Si el conjunto de datos es menos disperso, entonces la mejor medida será la media.
- Si el conjunto de datos es muy disperso la mejor medida será la mediana porque no se ve afectada por los valores mayores o menores al depender de la posición del dato.



Recursos audiovisuales e informáticos

Aprendizajes esperados	Clave
1. Convierte fracciones decimales a notación decimal y viceversa. Aproxima algunas fracciones usando la notación decimal. Ordena fracciones y números decimales.	AE1
2. Resuelve problemas de suma y resta con números enteros, fraccionarios y decimales, positivos y negativos.	AE2
3. Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales y de división con decimales.	AE3
4. Determina y usa la jerarquía de operaciones y los paréntesis en operaciones con números naturales, enteros y decimales (para multiplicación y división, sólo números positivos).	AE4
5. Calcula valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa con constante natural, fracción o decimal (incluyendo tablas de variación).	AE5
6. Resuelve problemas de cálculo de porcentajes, de tanto por ciento y de la cantidad base.	AE6
7. Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.	AE7
8. Analiza y compara situaciones de variación lineal a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con estos tipos de variación.	AE8
9. Formula expresiones algebraicas de primer grado a partir de sucesiones y las utiliza para analizar las propiedades de la sucesión que representan.	AE9
10. Analiza la existencia y la unicidad en la construcción de triángulos y cuadriláteros, y determina y usa criterios de congruencia de triángulos.	AE10
11. Calcula el perímetro de polígonos y del círculo, y áreas de triángulos y cuadriláteros desarrollando y aplicando fórmulas.	AE11
12. Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero desarrollando y aplicando fórmulas.	AE12
13. Recolecta, registra y lee datos en gráficas circulares.	AE13
14. Usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana) y el rango de un conjunto de datos, y decide cual de ellas conviene más para el análisis de los datos en cuestión.	AE14
15. Realiza experimentos aleatorios y registra los resultados para tener un acercamiento a la probabilidad frecuencial.	AE15

Recursos audiovisuales						
Secuencia didáctica	Sesión	Clave	Tema	Finalidad	Función didáctica	Título
1. Números enteros 1	1. Flujo de caja	AE2	Adición y sustracción	Conocer el origen de los números negativos.	Conocer a través de la historia la importancia de los números negativos, así como la trascendencia de su descubrimiento para el pensamiento matemático.	Origen de los números negativos
	2. La distancia cero			Introducir el concepto de valor absoluto y de número simétrico.	Comprender lo que significa el valor absoluto y el número simétrico.	Valor absoluto y simétricos de números enteros
	2. Goles a favor y en contra			Explicar el algoritmo de la resta de dos números enteros.	Identificar el simétrico para llevar a cabo la resta de números enteros. También recurrir a la resta numérica y a presentar a la suma y resta como operaciones inversas.	Resta de números enteros
2. Números enteros 2	3. De todo un poco	AE1	Número	Presentar distintas aplicaciones donde se usen los enteros.	Ofrecer problemas que involucren la utilización de la suma y resta de enteros.	Problemas con números enteros
	1. Se reparte todo y no sobra			Reconocer que una forma de interpretar los números fraccionarios es la de reparto equitativo (se reparte todo y no sobra nada).	Presentar ejemplos en las que los números fraccionarios indican reparto equitativo, en este contexto, abordar que, para el reparto, el cero como denominador no tiene sentido.	Las fracciones indican reparto
	2. ¿Dónde les toca más?			Comprender el concepto de fracción en otros contextos de medición y reparto.	Presentar ejemplos de medición y reparto que dan origen a fracciones.	Otras situaciones que generan fracciones
3. Fracciones y decimales 1	3. ¿Cuántas raciones le toca a cada bebé?	AE1	Número	Conocer las conversiones de notación decimal a fracción.	Mostrar el procedimiento de conversión de decimal a fracción.	Conversiones
	4. El grosor de una hoja de papel			Conocer la clasificación de las fracciones y los decimales.	Mostrar los tipos de fracciones: fracción unitaria, decimal, propia, impropia, decimal puro o finito y periódico.	Tipos de fracciones y decimales
	6. Más números en la recta			Conocer el origen y el desarrollo de las fracciones y números decimales.	Presentar un recorrido histórico sobre el desarrollo de la nomenclatura y del concepto de fracciones y de números decimales.	La historia de las fracciones y los números decimales





Recursos audiovisuales						
Secuencia didáctica	Sesión	Clave	Tema	Finalidad	Función didáctica	Título
4. Jerarquía de operaciones 1	2. Signos de agrupación	AE4	Multiplicación y división	Visualizar las aplicaciones de las reglas de la jerarquía de operaciones en la resolución de cadenas de operaciones.	Reforzar las reglas de la jerarquía de operaciones presentando diferentes cadenas de operaciones con el uso de números positivos en la multiplicación y división.	El orden de las operaciones
	1. Paquetes de jamón			Mostrar el procedimiento para que los alumnos practiquen la multiplicación de fracciones en una hoja de cálculo electrónica.	Observar cómo se puede practicar el algoritmo de la multiplicación de un entero por una fracción mediante una hoja de cálculo.	Tutorial para calcular productos de fracciones en una hoja de cálculo
5. Multiplicación y división 1	2. Instalaciones deportivas	AE3	Multiplicación y división	Modelar la multiplicación de un número natural por una fracción. Hacer énfasis en que cuando se trata de una fracción propia, el resultado siempre será menor a cualquiera de los factores y que cuando es impropia esto no se cumple. Aprovechar el primer caso para analizar por qué sucede esto y para explicar el significado de multiplicar un natural por una fracción propia.	Conocer qué significa la multiplicación de un entero por una fracción.	Multiplicar por una fracción
	3. Reducciones			Mostrar mediante recursos gráficos la multiplicación de dos fracciones con ambos factores siendo fracciones.	Conocer con mayor profundidad el significado de la multiplicación de fracciones mediante la visualización gráfica de la multiplicación de fracciones.	Interpretación gráfica de la multiplicación de fracciones
	1. Décimos, centésimos, milésimos en la multiplicación.			Justificar la razón por la que el punto "se mueve" en el producto tantos lugares como la cantidad de cifras decimales tengan los factores.	Analizar las razones que hacen válido recorrer el punto decimal en el producto de acuerdo con las cifras decimales de los factores.	Moviendo el punto
6. Multiplicación y división 2	2. Decimal por decimal			Presentar ejemplos que muestran cómo se aplica este algoritmo.	Conocer en qué consiste el algoritmo de la multiplicación con decimales y reconocer los pasos que debe seguir.	Algoritmo de la multiplicación con números decimales
	2. En el mismo tono			Mostrar el concepto de proporcionalidad directa mediante ejemplos de distintos contextos.	Identificar las características que distinguen la proporcionalidad directa de otras relaciones que no lo son, mediante ejemplos concretos.	Diferentes mezclas
7. Variación proporcional directa 1	3. Ventas al menudeo y al mayoreo	AE5	Proporcionalidad	Identificar en tablas aquellas que son de proporcionalidad directa y las que no lo son.	Reconocer las características de las tablas de proporcionalidad directa.	Tablas de variación proporcional directa

Recursos audiovisuales						
Secuencia didáctica	Sesión	Clave	Tema	Finalidad	Función didáctica	Título
8. Ecuaciones 1	1. Áreas y ecuaciones	AE7	Ecuaciones	Modelar situaciones problemáticas de la vida cotidiana mediante ecuaciones lineales.	Analizar el concepto de ecuación e identificar sus elementos al traducir las palabras o frases de las situaciones problemáticas en elementos y lenguaje matemáticos.	Ecuaciones a nuestro alrededor
	2. Perímetros y ecuaciones	AE7	Ecuaciones	Ejemplificar cómo se pasa del lenguaje común al matemático en situaciones cotidianas para expresarlas mediante ecuaciones.	Reconocer cómo algunas palabras del lenguaje común dan pauta o son clave para obtener expresiones matemáticas adecuadas, las cuales se identificarán como ecuaciones.	Del lenguaje común al lenguaje matemático
9. Existencia y unicidad 1	1. ¿Cuál es la relación entre los ángulos?	AE10	Figuras y cuerpos geométricos	Dar un panorama histórico del desarrollo de la Geometría en las civilizaciones antiguas, dando énfasis en el aspecto pragmático de sus orígenes.	Conocer un panorama histórico del surgimiento y de la importancia de la geometría en el desarrollo social y técnico del ser humano.	Geometría
	2. Ángulos entre paralelas			Mostrar la relación que hay entre los ángulos que se forman cuando dos rectas paralelas son cortadas por una secante.	Mostrar las relaciones que hay entre los ángulos que se forman al cortar dos rectas paralelas por una secante.	Ángulos entre paralelas
	3. Razonamientos para probar hipótesis			Presentar situaciones con ejemplos que expliquen la manera en que se prueban teoremas sencillos de geometría mediante procedimientos formales y empíricos.	Exponer procedimientos formales y empíricos que permitan comprobar hipótesis, haciendo énfasis en ejemplos de teoremas y corolarios geométricos.	Cómo probar hipótesis
10. Perímetros y áreas 1	1. Cálculo del perímetro de rectángulos y cuadrados	AE11	Figuras y cuerpos geométricos	Conocer principales comandos de Geogebra, que le permitan hacer trazos simples de paralelas y transversales y la manera en que puede medir los ángulos que se forman.	Mostrar tutorial básico para el uso de Geogebra.	Geogebra
	2. Perímetros de triángulos y cuadriláteros			Conocer cómo se obtenía el perímetro de figuras geométricas en la antigüedad. Mostrar diferentes culturas como egipcios, babilonios y chinos (entre otros).	Mostrar el recorrido histórico de cómo obtenían el perímetro en diversas civilizaciones antiguas.	Obtención del perímetro en la antigüedad
	3. Fórmula de perímetro de polígonos y del círculo			Mostrar ejemplos de cuándo una figura tiene perímetro y cuándo no. También mostrar cuándo una figura puede tener un perímetro infinito.	Describir mediante situaciones el perímetro de una figura.	Concepto de perímetro
				Conocer el concepto de π y diversas formas de calcularlo (en especial el problema de la aguja de Buffon).	Mostrar diversas formas de obtener el número π y conocer la definición precisa del concepto.	Conocer el número π



Recursos audiovisuales

Secuencia didáctica	Sesión	Clave	Tema	Finalidad	Función didáctica	Título
11. Volumen de prismas 1	1. Sube el nivel del agua	AE12	Magnitudes y medidas	Introducir el concepto de volumen, sus características y sus unidades de medida.	Presentar situaciones que permitan identificar que el peso no tiene relación directa con el volumen y que dados dos objetos hechos con un mismo material, el de mayor volumen desplazará mayor cantidad de agua.	El volumen
	2. Comparación de volúmenes			Mostrar la conveniencia de utilizar el cubo para medir volúmenes.	Presentar ejemplos que dejen claro que la utilización de un cuerpo geométrico distinto del cubo resulta poco práctico. Dar otras unidades de volumen.	¿Por qué el cubo?
	3. Hacia la fórmula			Deducir la fórmula del volumen para los prismas rectangulares.	Mostrar cómo se deduce la fórmula del volumen de prismas rectangulares.	El volumen de prismas rectangulares
12. Gráficas circulares 1	1. Un dato para comunicar	AE12	Estadística	Mostrar las formas en que Aristóteles y Kepler calculaban los volúmenes, entre otros procedimientos para su cálculo.	Mostrar una reseña de los métodos que se han utilizado para el cálculo de los volúmenes.	Métodos para calcular el volumen
				Identificar los elementos que tiene una gráfica circular para después interpretar los datos que aporta.	Presentar cada uno de los elementos que forman a una gráfica circular y la manera en que se requiere organizar y procesar los datos para poder graficarlos. Conocer los criterios básicos que debe cumplir cada elemento que compone la gráfica circular.	Elementos de una gráfica circular
13. Probabilidad 1	1. Situaciones al azar	AE15	Probabilidad	Diferenciar situaciones aleatorias de las que no lo son.	Presentar situaciones que permitan distinguir qué es aleatorio y cuál es la escala de ocurrencia de un evento: probable, poco probable o muy probable. Introducir el lenguaje propio de la probabilidad.	¿Qué es el azar? ¿Qué es aleatorio?
	2. Experimentos con dados			Mostrar la importancia que tuvo el estudio científico de los juegos de azar para el surgimiento y desarrollo de la Probabilidad.	Mostrar un recorrido histórico de los distintos momentos en que se han estudiado los juegos de azar desde una perspectiva científica (matemática), finalizando con la aplicación de la probabilidad en la Física de inicios del siglo XX (mecánica cuántica).	Juegos de azar y Matemáticas

Recursos audiovisuales						
Secuencia didáctica	Sesión	Clave	Tema	Finalidad	Función didáctica	Título
14. Fracciones y decimales 2	2. Expresión con fracciones y decimales	AE1	Número	Profundizar sobre la escritura decimal y escritura mixta de una fracción impropia.	Ampliar la información y la reflexión acerca de las fracciones mixtas.	Escritura decimal y escritura mixta de una fracción impropia
	4. La medida de una tira			Mostrar en qué casos se puede convertir una fracción común a una fracción decimal, así como mostrar el proceso inverso.	Mostrar algunos procedimientos que permiten obtener fracciones equivalentes cuyo denominador sea 10, 100 o cualquier otra potencia de 10 e identificar cuándo una fracción común es equivalente a una decimal y cuándo no.	De fracción común a fracción decimal y viceversa
	5. ¿En qué parte está?			Mostrar algunos procedimientos para ubicar cualquier número fraccionario o decimal en la recta.	Mostrar qué es necesario para localizar fracciones comunes y números decimales en la recta.	¿Dónde lo ubico?
	6. ¿Hay un número entre $\frac{2}{5}$ y $\frac{4}{5}$?			Comprender y reflexionar sobre la propiedad de densidad de los números fraccionarios y de los decimales.	Recordar los tipos de fracciones: unitaria, decimal, propia e impropia, así como decimal puro o finito y decimal periódico. Mostrar otro acercamiento al concepto de densidad entre los números fraccionarios y los números decimales.	Propiedad de densidad
	1. Suma de fracciones positivas y negativas			Dar diferentes contextos que permitan mostrar la suma de fraccionarios con signo.	Analizar la suma de dos fraccionarios negativos, así como de uno negativo y otro positivo.	¿Cómo sumar números fraccionarios con signo?
	2. Significado de restar fracciones positivas y negativas			Abordar las distintas combinaciones que se pueden dar en la resta de números fraccionarios con signo.	Hacer énfasis en la resta de dos fraccionarios negativos, así como de uno negativo y otro positivo.	Ahora la resta
3. Suma y resta de decimales positivos y negativos	Observar el algoritmo de la suma y resta para números fraccionarios y decimales con signo.	Presentar diferentes recursos para mejorar la comprensión del algoritmo para restar números fraccionarios y decimales con signo.	¿Cómo sumar y restar números fraccionarios y decimales con signo?			
16. Jerarquía de operaciones 2	3. Positivos y negativos	AE4	Multiplicación y división	Presentar la jerarquía de operaciones en números decimales, fraccionarios y enteros combinándolos con sumas, sustracciones y uso de paréntesis.	Mostrar la aplicación de la jerarquía de operaciones para resolver diversos problemas.	¿Jerarquía por aquí y por allá!



Recursos audiovisuales						
Secuencia didáctica	Sesión	Clave	Tema	Finalidad	Función didáctica	Título
16. Jerarquía de operaciones 2	4. Expresiones algebraicas	AE4	Multiplicación y división	Aplicar la jerarquía de operaciones en expresiones algebraicas.	Mostrar la aplicación de la jerarquía de las operaciones y el uso de los signos de agrupación al realizar operaciones con expresiones algebraicas donde intervienen números enteros y operaciones de suma y resta con fracciones y decimales con signo.	¿Jerarquía en expresiones algebraicas?
	1. ¿Para cuántas jarras alcanza?			Presentar procedimientos informales y alternos para resolver problemas que implican repartos con números decimales.	Mostrar cómo se pueden establecer relaciones entre las operaciones para resolver diversos problemas.	Sumar o restar para dividir
17. Multiplicación y división 3	4. Divisiones con el mismo resultado	AE3	Multiplicación y división	Comprender la equivalencia entre divisiones cuando el dividendo y el divisor se multiplican por un mismo número.	Comprender por qué al multiplicar el dividendo y el divisor por un mismo número, no se altera la división. Establecer antecedentes para la división con números decimales.	Divisiones con el mismo resultado
	5. Más sobre división con números decimales			Mostrar paso a paso el algoritmo de la división con números naturales y con decimales.	Analizar el algoritmo de la división con números decimales, y comprender qué significa que el punto decimal aparezca en el cociente.	El algoritmo de la división para números decimales
	1. Dibujos a escala			Ampliar la información sobre escalas y mostrar de qué manera se presenta la variación proporcional directa en mapas.	Comprender que la construcción a escala de objetos o figuras es una aplicación de la variación proporcional directa. Mostrar relaciones de proporcionalidad directa que involucren cantidades enteras y la constante es una fracción no unitaria (numerador diferente a uno).	Dibujos a escala
18. Variación proporcional directa 2	2. Leche en polvo	AE5	Proporcionalidad	Ejemplificar las características de la proporcionalidad directa en situaciones cotidianas.	Reforzar el concepto de variación proporcional directa.	Constante de proporcionalidad
	6. La regla de tres			Conocer qué es y cómo se aplica la regla de tres y cuál es su utilidad a través de algunos ejemplos.	Desatacar la utilidad de esta regla. Mostrar su aplicación y reflexionar sobre las situaciones donde resulta de utilidad y cuando se puede elegir otra estrategia.	La regla de tres
	2. Grandes descuentos			Conocer diversos contextos en los que se usan los porcentajes.	Ampliar la información sobre el uso de porcentajes (descuentos, IVA, otros impuestos, promociones, intereses, comisiones por ventas, etcétera).	Porcentajes
19. Porcentajes 1	4. El cine del pueblo	AE6	Porcentajes	Conocer un procedimiento específico que permite calcular cualquier porcentaje.	Ampliar la información sobre cómo calcular cualquier porcentaje.	Cualquier porcentaje

Recursos audiovisuales						
Secuencia didáctica	Sesión	Clave	Tema	Finalidad	Función didáctica	Título
20. Variación lineal 1	1. El ciclista	AE8	Funciones	Conocer los conceptos asociados a una gráfica, como sistema coordenado, punto, origen, variables o cantidades y cómo se construyen.	Recordar los elementos que forman el plano cartesiano. Identificar los aspectos que se deben considerar al localizar puntos y elaborar gráficos.	¿Qué son las gráficas?
	2. Los autobuses	AE8	Funciones	Mostrar diferentes contextos en que se puede dar una relación de variación lineal. Identificar las principales características.	Analizar el tipo de información que puede contener una gráfica e identificar las situaciones que corresponden a una situación de variación lineal.	Gráficas de los movimientos
21. Ecuaciones 2	1. Cálculo mental	AE7	Ecuaciones	Presentar un desglose detallado de lo que es y de lo que no es una ecuación.	Distinguir qué expresiones se consideran ecuaciones y cuáles no lo son.	¿Qué son las ecuaciones?
	2. El camino de regreso			Visualizar los métodos de resolución de ecuaciones de la forma $ax = b$.	Conocer cuáles son los miembros de una ecuación: igualdad, incógnita, término, literal, coeficiente y presentar problemas que requieran la solución de ecuaciones de la forma $ax = b$.	¡Un paso más y listo!
22. Sucesiones 1	1. ¿Cuál es la siguiente figura?	AE9	Sucesiones	Dar los elementos que definen y componen una sucesión con progresión aritmética, ya sea de figuras o numérica.	Conocer los componentes fundamentales de una sucesión con progresión aritmética mediante ejemplos de sucesiones con figuras o con números.	¿Qué es una sucesión?
	2. Un juego sobre sucesiones			Conocer la manera de expresar las reglas verbales que generan sucesiones de la forma ax y $ax + b$, donde a y b son números naturales.	Reconocer la regla que genera una sucesión e identificar el papel que juega el coeficiente a y la constante b , si es el caso de una sucesión de la forma $ax + b$.	¿Cómo se genera las sucesiones con progresión aritmética?
23. Existencia y unicidad 2	1. ¿Cuánto suman?	A10	Figuras y cuerpos geométricos	Mostrar una comprobación de que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180° , distinta a la del libro.	Apoyar visualmente distintas demostraciones de que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180° .	Los ángulos interiores de un triángulo
	3. ¿Existe el triángulo?			Exponer situaciones o problemas en diversos contextos que se puedan modelar mediante triángulos. Dar casos de construcción de triángulos para analizar las condiciones que permiten construirlos y determinar si son únicos.	Analizar la relación entre las medidas de los lados y a partir de ello identificar criterios y condiciones de existencia y unicidad.	Existencia de triángulos



Recursos audiovisuales

Secuencia didáctica	Sesión	Clave	Tema	Finalidad	Función didáctica	Título
24. Perímetros y áreas 2	1. Misma área, diferente forma	AE11	Magnitudes y medidas	Mostrar cómo se obtenía el área de figuras geométricas en diferentes culturas de la antigüedad.	Mostrar la importancia de la medición de áreas en diferentes épocas y culturas. Presentar la matemática como una actividad social aplicada a diversas situaciones.	El área en la antigüedad
	2. Jardines	AE11	Magnitudes y medidas	Mostrar el trazo y la medición del área de figuras geométricas usando Geogebra.	Desarrollar el pensamiento geométrico mediante el fomento de la habilidad de imaginación espacial para diseñar figuras geométricas, considerando sus elementos geométricos como: base altura, largo, ancho, lado, diagonal mayor o menor que son necesarios para determinar su área.	¿Cómo trazo y obtengo el área de figuras geométricas con Geogebra?
	3. Trapecios			Ejemplificar las diversas aplicaciones del cálculo de áreas en el mundo social.	Mostrar la aplicación de áreas en diversas actividades sociales.	Aplicaciones del área en la vida cotidiana
25. Volumen de prismas 2	1. Prismas triangulares	AE12	Magnitudes y medidas	Mostrar una forma de obtener la fórmula para calcular el volumen de prismas rectos y aplicaciones de la misma.	Analizar cómo se obtiene la fórmula de prismas triangulares o cuya base es un cuadrilátero. Dar aplicaciones de la fórmula.	Volumen de prismas triangulares
	2. Prismas cuya base es un cuadrilátero			Deducir la fórmula para calcular el volumen de este tipo de prismas y además mostrar aplicaciones de la misma.	Explicar cómo se obtiene la fórmula para este tipo de prismas. Dar aplicaciones de la fórmula.	Volumen de prismas cuadrangulares
	3. ¡A resolver problemas!			Presentar diversos problemas que involucren el cálculo del volumen de los cuerpos geométricos tratados en la secuencia.	Ampliar los conocimientos acerca de los problemas que se resuelven con el cálculo de volumen de prismas.	Problemas sobre volumen
26. Medidas de tendencia central 1	2. La media aritmética y el reparto equitativo	AE14	Estadística	Presentar la interpretación de la media aritmética como reparto equitativo.	Mostrar los diferentes tipos de datos en los que la media aritmética representa un reparto equitativo.	Datos estadísticos
	3. De nuevo... la media aritmética			Profundizar sobre las diferentes interpretaciones de la media aritmética.	Dar una explicación más amplia de las diferentes interpretaciones no desarrolladas en clase y que se le dan a la media aritmética a partir de los contextos empleados.	Una misma medida, diferentes significados



Recursos audiovisuales						
Secuencia didáctica	Sesión	Clave	Tema	Finalidad	Función didáctica	Título
27. Fracciones y decimales positivos y negativos 2	1. Juego con números	AE2	Número	Mostrar diversos problemas de suma y resta de números positivos y negativos.	Mostrar el uso de la calculadora para sumar números positivos y negativos a fin de practicar el uso de esta herramienta.	Uso de la calculadora para sumar números positivos y negativos
	2. Temperaturas y calentamiento global			Analizar el procedimiento para hacer operaciones con números decimales y fraccionarios con signo.	Comprender cómo se hacen las operaciones con los números decimales y fraccionarios con signo.	Sumar y restar decimales y fracciones con signo
28. Porcentajes 2	2. De muchas maneras	AE6	Proporcionalidad	Profundizar en el estudio del tanto por ciento al aprender otras maneras de expresarlo (con fracciones o decimales), al saber cómo calcular cualquier porcentaje.	Mostrar distintas maneras de obtener un porcentaje.	De muchas maneras
	3. El precio con descuento y sin descuento,			Presentar situaciones donde se observa cómo se aplica el IVA para obtener el precio final.	Saber cómo calcular el IVA de cualquier producto o servicio.	Con el IVA incluido
29. Variación lineal 2	4. Pastas de dientes	AE8	Funciones	Observar diversas situaciones en las que es necesario calcular los porcentajes.	Analizar la forma en que se calcula un porcentaje en situaciones diversas.	¿Qué tanto por ciento es...?
	2. Plan de ventas			Resolver problemas de variación lineal y expresar relaciones usando literales, graficarlas e identificar la razón de cambio.	Profundizar en el concepto de relación funcional.	Expresiones algebraicas de relaciones funcionales
				3. Café cortado	Mostrar diversos problemas de variación lineal y la forma en que se expresan estas relaciones con literales, observar sus gráficas e identificar la razón de cambio.	Conocer otras expresiones asociadas a la expresión $y = ax$ y su representación gráfica.
	4. Automóviles contaminantes			Analizar información contenida en la expresión algebraica asociada a una relación de variación lineal entre dos cantidades x y y .	Analizar e interpretar la información contenida en gráficas.	Puntos que informan
	5. Costos por envío			Relacionar la expresión algebraica a una relación de variación lineal entre dos cantidades x y y .	Aprender a comparar gráficas de relaciones de variación lineal.	Comparación de gráficas





Recursos audiovisuales						
Secuencia didáctica	Sesión	Clave	Tema	Finalidad	Función didáctica	Título
30. Ecuaciones 3	2. Amplificar para simplificar	AE7	Ecuaciones	Conocer una técnica para determinar la igualdad de dos cifras.	Consolidar el estudio de la técnica de resolución de ecuaciones.	Resolución de ecuaciones
	4. ¿Qué significa despejar la incógnita?			Conocer el método de la balanza para la resolución de ecuaciones.	Comprender el método de la balanza en la solución de problemas con ecuaciones.	La balanza
31. Sucesiones 2	1. ¿Qué número falta?	AE9	Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes	Conocer los números figurativos y su importancia en la escuela de Pitágoras.	Aprender cómo se resuelven algunos problemas de sucesiones numéricas.	Pitágoras, su escuela y los números figurativos
				2. ¿Cuál es la regla?	Mostrar las reglas de sucesiones para calcular un término cuando se conoce el lugar que ocupa.	Comprender cómo se expresa la regla de una sucesión numérica.
32. Existencia y unicidad 3	1. Figuras con la misma forma y medida	AE9	Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes	Mostrar cuando dos sucesiones o más generan expresiones equivalentes.	Identificar las características de las expresiones equivalentes surgidas de una sucesión equivalente.	Reglas equivalentes de sucesiones
				3. Criterios de congruencia	Presentar figuras congruentes y los criterios que permiten aseverarlo.	Analizar las características que permiten señalar que dos figuras son congruentes.
	4. Cuadriláteros	A10	Figuras y cuerpos geométricos	Conocer los criterios de congruencia entre triángulos.	Comprender cómo se usan los criterios de congruencia en situaciones reales.	Criterios de congruencia de triángulos
				Identificar los criterios de congruencia de los paralelogramos.	Conocer las propiedades de los paralelogramos y el uso de los criterios de congruencia para comprobar las propiedades de los paralelogramos.	Propiedades de los paralelogramos
33. Perímetros y áreas 3	1. Perímetros	AE11	Magnitudes y medidas	Conocer cómo se expresa algebraicamente el perímetro de figuras geométricas.	Afianzar el conocimiento de expresiones algebraicas que permiten calcular el perímetro de diversas figuras geométricas.	Expresiones algebraicas para calcular perímetros.
	3. Perímetros y áreas en situaciones reales			Reconocer la utilidad de calcular áreas y perímetros.	Aprender a calcular áreas y perímetros en la vida real.	Áreas y perímetros en situaciones reales
34. Volumen de prismas 3	1. ¿Cuánto le cabe?	AE12		Mostrar que todos los cuerpos tienen volumen porque todos ocupan espacio, pero no todos tienen capacidad porque no todos pueden contener algo.	Reconocer que los cuerpos que tienen capacidad son los recipientes. La capacidad de un recipiente corresponde al volumen del cuerpo que lo llena.	Capacidad

Recursos audiovisuales						
Secuencia didáctica	Sesión	Clave	Tema	Finalidad	Función didáctica	Título
34. Volumen de prismas 3	2. El dm^3 y el litro	AE12	Magnitudes y medidas	Presentar la relación entre volumen y capacidad.	Distinguir entre volumen y capacidad.	Relación entre volumen y capacidad
	3. Volumen y capacidad			Conocer la importancia de estudiar la capacidad en nuestra vida cotidiana.	Reconocer las situaciones en la vida cotidiana en las que se emplea la capacidad de algunos objetos.	La capacidad en nuestra vida
35. Gráficas circulares 2	1. El apellido, una estadística más	AE13	Estadística	Mostrar la construcción de gráficas circulares a partir de la hoja de cálculo.	Reconocer la importancia de las gráficas circulares para organizar información.	Construcción de gráficas circulares mediante hoja de cálculo
36. Medidas de tendencia central 2	1. Comportamiento de las medidas de tendencia central			Observar cómo valores muy grandes o pequeños afectan el valor de la media aritmética.	Aprender a utilizar de forma cotidiana las medidas de tendencia central para afrontar diversas situaciones.	¿Cómo cambia la media aritmética?
	2. Estadísticas familiares			Identificar las propiedades de las medidas de tendencia central.	Conocer cómo se usan las propiedades de las medidas de tendencia central para la resolución de problemas cotidianos.	Propiedades de las medidas de tendencia central
37. Medidas de tendencia central 3	1. Carreras mejor pagadas	AE14	Estadística	Reconocer la importancia de la estadística para la toma de decisiones a nivel social.	Aprender a analizar la información estadística, como base para la toma de decisiones de orden social.	El Inegi
	2. Estadísticas en el servicio médico			Presentar las características de la media, mediana, moda y el rango en un conjunto de datos.	Comprender cómo se usan las características de la media, mediana, moda y el rango en un conjunto de datos estadísticos.	Las medidas de tendencia central
	3. Estadísticas en el grupo			Mostrar el uso de las medidas de tendencia central en el ámbito escolar.	Conocer cómo se usan las medidas de tendencia central en la solución de situaciones de su entorno.	Relación entre el rango y la posible dispersión de los datos
38. Probabilidad 2	1. El juego de la escalera	AE15	Probabilidad	Presentar situaciones que se rigen por el azar.	Reflexionar sobre las características de los juegos de azar y de los experimentos aleatorios, así como la probabilidad de lograr el resultado esperado.	Probabilidad frecuencial en los juegos
	2. Otro juego con monedas			Mostrar cómo se calcula la probabilidad frecuencial de que ocurra un determinado evento.	Aprender a realizar, registrar y analizar los resultados de un evento aleatorio para determinar la probabilidad frecuencial de que ocurra.	Probabilidad frecuencial de un evento



Recursos informáticos						
Secuencia didáctica	Sesión	Clave	Tema	Finalidad	Función didáctica	Título
1. Números enteros 1	3. La distancia al cero	AE2	Valor absoluto y números simétricos	Consolidar el concepto de valor absoluto y número simétrico.	Practicar para obtener el valor absoluto y el simétrico de diversos números enteros.	Valor absoluto y simétricos de números enteros
	1. Diferencia de goles		Reglas de los signos y algoritmos para sumar o restar enteros	Consolidar el manejo de los signos al sumar y restar números enteros.	Practicar las reglas de los signos a través de algoritmos para sumar y restar enteros.	Reglas de los signos
2. Números enteros 2	2. Goles a favor y en contra	AE1	Suma y resta con números enteros	Interpretar la ubicación de las fracciones en la recta numérica.	Ejercitar cómo se realiza la suma y resta de números enteros.	Suma y resta de números enteros
	6. Más números en la recta		Números fraccionarios		Utilizar la ubicación de los decimales en la recta numérica para compararlos y ordenarlos.	Ubicación en la recta numérica de números fraccionarios y decimales
4. Jerarquía de operaciones 1	2. Signos de agrupación	AE4	Jerarquía de operaciones	Practicar la jerarquía de las operaciones con números naturales y decimales positivos.	Aplicar la jerarquía de las operaciones con números naturales, enteros y números decimales.	Aplica la jerarquía de operaciones
	3. Reducciones		Multiplicación de fracciones	Efectuar multiplicaciones de un número natural por una fracción o multiplicación de fracciones.	Practicar la multiplicación de fracciones en diferentes situaciones utilizando el algoritmo o cualquier otra estrategia.	Multiplicación de fracciones
6. Multiplicación y división 2	2. Decimal por decimal	AE3	Multiplicación de números decimales	Usar el algoritmo de la multiplicación de números decimales en la resolución de problemas.	Ejercitar la multiplicación de números decimales para resolver diversas situaciones.	Multiplicación de números decimales

Recursos informáticos							
Secuencia didáctica	Sesión	Clave	Tema	Finalidad	Función didáctica	Título	
7. Variación proporcional directa 1	1. El precio del queso	AE5	Variación proporcional directa	Analizar diversas situaciones para determinar cuáles varían proporcionalmente.	Ejercitar el cálculo de datos faltantes en relaciones de proporcionalidad.	¿Cuál es su precio?	
8. Ecuaciones 1	2. Perímetros y ecuaciones	AE7	Ecuaciones	Traducir una situación problemática dada en lenguaje común al simbólico o algebraico y traducir de lenguaje algebraico a lenguaje común.	Practicar las reglas de escritura de una ecuación. Reconocer los que se representan con una ecuación de las formas $ax = b$ o $ax + b = c$.	Exprésalo mediante una ecuación	
9. Existencia y unicidad 1	2. Ángulos entre paralelas	AE10	Construcción de triángulos y cuadriláteros	Resolver problemas que impliquen determinar la medida de ángulos en rectas paralelas cortadas por una secante.	Aplicar las relaciones entre los ángulos que se forman con dos paralelas cortadas por una secante.	Ángulos entre paralelas	
12. Gráficas circulares 1	2. Comunica tus intereses	AE13	Gráficas circulares	Interpretar y deducir información de gráficas circulares.	Analizar datos presentados en una gráfica circular y deducir información.	Lectura e interpretación de gráficas circulares	
13. Probabilidad 1	2. Experimentos con dados	AE15	Probabilidad frecuencial	Obtener la probabilidad frecuencial de experimentos aleatorios.	Practicar el cálculo de la probabilidad frecuencial de eventos simples.	¿Cuántas veces ocurre?	
14. Fracciones y decimales 2	6. ¿Hay un número entre $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{5}$?	AE1	Números fraccionarios y decimales	Reconocer que siempre es posible determinar un número decimal o fraccionario entre dos números dados.	Conocer más sobre la propiedad de densidad de los números fraccionarios y los decimales.	¿Qué número hay entre estos dos?	
15. Fracciones y decimales positivos y negativos 1	3. Suma y resta de decimales positivos y negativos	AE2	Suma y resta de fraccionarios y decimales con signo	Utilizar el algoritmo de la suma y resta de números con signo para el caso de fraccionarios y decimales.	Comprender y dominar la suma y resta de fraccionarios y decimales con signo.	Algoritmo para sumar y restar números fraccionarios y decimales con signo	



Recursos informáticos

Secuencia didáctica	Sesión	Clave	Tema	Finalidad	Función didáctica	Título
16. Jerarquía de operaciones 2	4. Expresiones algebraicas	AE4	Jerarquía de operaciones	Aplicar la jerarquía de las operaciones y el uso de paréntesis en la resolución de diversas situaciones en las que se requiera.	Practicar el uso de la jerarquía de operaciones y el uso de paréntesis en operaciones con números decimales, fraccionarios y enteros.	Jerarquizando
17. Multiplicación y división 3	4. Divisiones con el mismo resultado	AE4	División con decimales	Consolidar el aprendizaje de divisiones con números decimales, donde el punto se encuentre tanto en el dividendo como en el divisor.	Afianzar el uso del algoritmo de la división de números decimales.	Recorrer el punto y dividir
	5. Más sobre división con números decimales			Resolver problemas que implican la división de números decimales, tanto en el dividendo como en el divisor.	¡A seguir dividiendo!	
18. Variación proporcional directa 2	3. Billetes y monedas de otros países	AE5	Proporcionalidad	Usar el concepto de proporcionalidad, y distinguir cuándo se da o no la constante de proporcionalidad.	Reconocer la proporcionalidad directa en diversas situaciones.	Conversión de monedas
19. Porcentajes 1	3. Chocolates en promoción	AE6	Porcentajes	Practicar el cálculo de 50%, 25%, 10% y 1% de diversas cantidades.	Utilizar los porcentajes más comunes para el cálculo de otros porcentajes.	Cálculo de porcentajes
20. Variación lineal 1	1. El ciclista	AE8	Variación lineal	Practicar la ubicación de puntos en el plano cartesiano.	Identificar y usar la información que permite ubicar puntos en el plano cartesiano.	¿Dónde va el punto?
21. Ecuaciones 2	2. El camino de regreso	AE7	Ecuaciones	Resolver ecuaciones de la forma $ax = b$ y $x + a = b$.	Usar el método de operaciones inversas y reducción de términos semejantes en la resolución de ecuaciones de la forma: $ax = b$ y $x + a = b$.	Ecuaciones I
22. Sucesiones 1	2. Un juego sobre sucesiones	AE9	Sucesiones	Determinar los términos faltantes o que siguen, así como un término no cercano, en una sucesión de la forma ax y $ax + b$.	Identificar una estrategia que permita conocer los elementos de una sucesión numérica.	¿Qué número va?

Recursos informáticos							
Secuencia didáctica	Sesión	Clave	Tema	Finalidad	Función didáctica	Título	
23. Existencia y unicidad 2	1. ¿Cuánto suman?	AE10	Condiciones para la existencia y unicidad de triángulos	Calcular la medida de los ángulos internos en triángulos.	Resolver problemas que implican calcular la medida de ángulos internos en triángulos.	Ángulos interiores de un triángulo	
25. Volumen de prismas 2	2. Prismas cuya base es un cuadrilátero	AE12	Volúmenes de prismas rectos con base triangular o cuadrangular	Obtener el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero.	Usar la fórmula para calcular el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero.	Volumen de prismas	
27. Fracciones y decimales positivos y negativos 2	3. Problemas diversos	AE2	Adición y sustracción de números con signo	Practicar la adición y sustracción de números con signo en la resolución de problemas complejos.	Ejercitar los conocimientos adquiridos acerca de la adición y sustracción de números con signo.	Problemas complejos de suma y resta	
28. Porcentajes 2	5. ¿A practicar porcentajes!	AE6	Porcentajes	Aplicar el cálculo de porcentajes, tanto por ciento y cantidad base para resolver diversos problemas en los que se requiera.	Ejercitar el uso de las representaciones equivalentes para los porcentajes en la resolución de diversos problemas.	Cálculo de porcentajes	
29. Variación lineal 2	5. Costos por envío	AE8	Variación lineal y razón de cambio	Aplicar de lo aprendido en el análisis de gráficas que representan variaciones lineales.	Asociar las expresiones $y = ax$; $y = ax + b$ con las gráficas correspondientes y obtener la razón de cambio entre dos cantidades que representan una variación lineal.	Gráficas de variación lineal	
31. Sucesiones 2	2. ¿Cuál es la regla?	AE9	Sucesiones	Elaborar la expresión algebraica de primer grado que corresponde a una sucesión dada y encontrar valores faltantes cercanos o lejanos de la sucesión.	Expresar algebraicamente la regla que representa una sucesión determinada, dados varios valores de ésta. Utilizar la expresión para encontrar valores de la sucesión.	Reglas de sucesiones	
32. Existencia y unicidad 3	1. Figuras de la misma forma y medida	AE10	Congruencia	Construir y usar los criterios de congruencia de triángulos para probar algunas propiedades de los paralelogramos.	Usar los criterios de congruencia entre triángulos para resolver diversas situaciones donde intervienen triángulos y cuadriláteros.	Criterios de congruencia de triángulos	





Recursos informáticos						
Secuencia didáctica	Sesión	Clave	Tema	Finalidad	Función didáctica	Título
34. Volumen de prismas 3	2. El dm ³ y el litro	AE12	Volumen	Determinar la relación volumen-capacidad.	Diferenciar los conceptos de volumen y capacidad mediante problemas contextualizados.	Volumen y capacidad
35. Gráficas circulares 2	2. ¿Cuál es la gráfica circular correcta?	AE13	Gráficas circulares	Identificar y utilizar los datos y los elementos necesarios para poder construir gráficas circulares, dada una serie de datos.	Construir gráficas circulares a partir de tablas o de datos.	Gráficas circulares
37. Medidas de tendencia central 3	3. Estadísticas en el grupo	AE14	Medidas de tendencia central	Obtener las medidas de tendencia central y el rango de conjuntos de datos.	Calcular las medidas de tendencia central y el rango de un conjunto de datos.	Las medidas de tendencia central y el rango

Bibliografía

- Alsina, C., et al. (1999). *Simétrica dinámica*, Madrid, Síntesis (Matemáticas: cultura y aprendizaje, 13).
- Ávila, A. y S. García (2011). *Los decimales: más que una escritura. Reflexiones sobre su aprendizaje y enseñanza*, México, Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (Materiales para apoyar la práctica educativa).
- Berlanga, R., et al. (2003). *Las matemáticas, perejil de todas las salsas*, México, Fondo de Cultura Económica.
- Centeno Pérez, J. (1990). *Números decimales. ¿Por qué? ¿Para qué?*, Madrid, Síntesis.
- Clark, D. (2002). *Evaluación constructiva en matemáticas*, México, Grupo Editorial Iberoamérica.
- Córdoba, A. (2006). *La saga de los números*, Barcelona, Crítica.
- Cortés, R. (2012). *Historia de la geometría euclidiana y sus aplicaciones para la enseñanza*, trabajo de finalización de grado. Universidad de Valladolid. Disponible en: <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/1716> (Consultado el 20 de junio de 2018).
- García, S. (2014). *Sentido numérico*, México, Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (Materiales para apoyar la práctica educativa).
- ____ y O. López (2011). *La enseñanza de la geometría*, México, Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (Materiales para apoyar la práctica educativa).
- Gracián, R. E. (2005). *Diccionario Auroch de matemáticas*, México, Auroch Lukambanda.
- Grupo Beta (1999). *Proporcionalidad geométrica y semejanza*, Madrid, Síntesis (Matemáticas: cultura y aprendizaje, 14).
- Escareño, F. (2016). *Aritmética para todos*, México, Trillas.
- Iztcovich, H. (2004). "La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas: las opciones didácticas en función de las distintas concepciones", en Gvirtz, S. y M. E. de Podestá, comps., *Mejorar la escuela: acerca de la gestión y la enseñanza*, Buenos Aires, Granica.
- Martínez, M., J. (2008). *Competencias básicas en matemáticas*, Madrid, Wolters Kluwer, 2008.
- Mochón, S., et al. (2000). *Matemáticas con la hoja electrónica de cálculo*, México, Secretaría de Educación Pública (Enseñanza de las matemáticas con tecnología).
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Recopilación, organización e interpretación de datos*, México, Trillas, 2000.

-
- Ogawa, Y. (2004). *La fórmula preferida del profesor*. Editorial ePub. Disponible en <https://pitacoradeclase.files.wordpress.com/2013/01/la-formula-preferida-del-profesor-yoko-ogawa1.pdf> (Consultado el 20 de junio de 2018).
- Perelman, Y. (2003). *Matemáticas recreativas*, México, Planeta.
- Ravela, P., et al. (2017). *¿Cómo mejorar la evaluación en el aula? Reflexiones y propuestas de trabajo para docentes*, Montevideo, Librería Renart.
- Reid, C. (2008). *Del cero al infinito: por qué son interesantes los números*, México, Consejo Nacional para la Cultura y las Artes.
- Santos, L. M. (2006). *La resolución de problemas matemáticos, Fundamentos cognitivos*, México, Trillas (Biblioteca de la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas).
- Segovia, I. (1989). *Estimación en cálculo y medida*, Madrid, Síntesis.
- Secretaría de Educación Pública (2000). *Libro para el maestro. Matemáticas. Educación secundaria*, México.
- _____ (2011). *El manual del alumno. Competencias para el México que queremos: hacia PISA 2012*, México.
- Struik, D. (1980). *Historia concisa de las matemáticas*, México, Consejo Editorial del Instituto Politécnico Nacional.
- Ursini, S. (2005). *Enseñanza del álgebra elemental. Una propuesta alternativa*, México, Trillas (Biblioteca de la Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas).

PAGINAS DE INTERNET

- GeoGebra. Disponible en: www.geogebra.org
(Consultado el: 7 de octubre de 2017).
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía (Inegi), disponible en <http://www.inegi.org.mx/default.aspx>
(Consultado el 20 de junio de 2017).
- Roger, A., "Math is the hidden secret to understanding the world", en TED.
Disponible en https://www.ted.com/talks/roger_antonsen_math_is_the_hidden_secret_to_understanding_the_world
(Consultado el 3 de abril de 2018).

Créditos iconográficos

pp. 6, 8, 24, 25, 33 y 43: Fotografías de Martín Córdova Salinas/Archivo iconográfico DGME-SEB-SEP; **pp. 10, 16 y 22:** fotografías de Ana Laura Delgado Rannauro/Archivo iconográfico DGME-SEB-SEP; **p. 15:** fotografía de Jordi Farré/Archivo iconográfico DGME-SEB-SEP; **p. 7:** Secretaría de Educación Pública (1966), *Mi libro de sexto año. Aritmética y geometría*, México, pp. 82-83; **p. 9:** prendas de vestir, © Tarzhanova; * **p. 11:** jarra en <https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/70222-agua-potable>; **p. 23:** venta a granel, fotografía de Claro que sí; **p. 24:** (arr.) jarra recta, © Macrovector; * **p. 30:** (izq.) volcán Citlaltépetl, © Alan de León Rodríguez; * (centro) plataforma petrolera en el Golfo de México, © Richard Goldberg; *; (der.) desierto cerca de Mexicali, Baja California, © csp; * **p. 38:** librero, © Kazakova Maryia; * **p. 40:** escalones, en https://www.freepik.es/vector-gratis/infografia-profesional-con-escalones-coloridos_1300188.htm; **p. 45:** cancha de basquetbol, © Anucha Tiemsom; * **p. 48:** (izq.) vista de carretera desde un vehículo, © metamorworks; * (der.) manguera, © sumkinn; * **p. 53:** campo de hierba, en <https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/97524-vectores-de-campo-de-hierba>; **p. 58:** (de izq. a der.) textil, © MongPro; * textil, © Sootra; * tapete, © Zhax; * tapete, © zorina_larisa; * **p. 81:** botella de agua, en <https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/77208-botellas-de-agua-con-etiquetas-en-blanco>; vaso, en <https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/70222-agua-potable>; **p. 90:** ciclista, © Stefaniya Gutovska; * **p. 100:** compás, en https://www.freepik.com/free-vector/education-flat-icon-set_1310873.

<http://cuentame.inegi.org.mx/SabiasQue/masymenos/default.aspx?tema=S>; **p. 107:** Lo más y lo menos de la población de México, en <http://cuentame.inegi.org.mx/SabiasQue/masymenos/default.aspx?tema=S>; **p. 108:** frutas y verduras, © margouillat photo; * **p. 115:** cubiertas abstractas de libretas, © Sem-Smith; * **p. 130:** (izq.) caja, en <https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/82708-cajas-vector-pack>; (der.) cubo de madera, © Laborant; * **p. 131:** tetrapak de leche, en <https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/94778-caja-de-leche-ilustraci-n-vectorial>; (centro) frasco de leche, en https://www.freepik.com/free-vector/fresh-milk_1551509.htm#term=recipiente%20de%20leche&page=1&position=19; (der.) jarra, en <https://es.vecteezy.com/arte-vectorial/70222-agua-potabl>; **p. 132:** (centro) pecera, en <https://pixabay.com/es/peces-tanque-nataci%C3%B3n-decoraci%C3%B3n-47651/>; (izq. y der.) peces de colores, © Pressmaster; * **p. 133:** gráfica de pastel, © rikkyall; * **p. 136:** atún, © andrey oleynik; *

* Shutterstock.com



***Libro para el maestro.
Matemáticas. Primer grado.
Telesecundaria***

se imprimió por encargo
de la Comisión Nacional de
Libros de Texto Gratuitos, en los
talleres de _____, con domicilio en
_____ en el mes de _____ de 201 .
El tiraje fue de _____ ejemplares.

Anexo 1. Recortables

Esta sección contiene material recortable para apoyarle en el desarrollo de las secuencias que abordan aspectos relacionados con el volumen de prismas rectos.

Es importante que cuente con los desarrollos planos de los cuerpos geométricos que se trabajan frecuentemente durante las secuencias para que pueda modelarlos, con el fin de que los alumnos tengan una percepción concreta de tales cuerpos.

Puede recortarlos y pegarlos sobre una hoja de cartón para que tengan una mayor durabilidad.

Si usted lo considera pertinente, proporcione a los alumnos los desarrollos planos para que los reproduzcan y los armen, así podrán apreciar las características de sus caras y encontrar las relaciones entre las dimensiones de sus lados y el

volumen de los cuerpos. Además, puede variar las medidas de alguno de los lados y mantener fijos los demás para que aprecien la manera en que tales cambios afectan el volumen de los cuerpos.

Los cinco recortables que aparecen al final le serán de mucha utilidad para trabajar en particular la sesión 2 de la secuencia 25, donde los alumnos podrán observar lo que sucede con el volumen de un nuevo cuerpo que se genera cuando se unen varios prismas.

Estamos convencidos de que los alumnos y usted mismo se sorprenderán ante las maravillas que se pueden apreciar mediante el manejo de material concreto en la construcción de los conceptos geométricos.

