

Libro para el maestro



Matemáticas
Segundo grado

Matemáticas. Libro para el maestro. Segundo grado fue elaborado y editado por la Dirección General de Materiales Educativos de la Secretaría de Educación Pública.

Secretaría de Educación Pública

Esteban Moctezuma Barragán

Subsecretaría de Educación Básica

Marcos Augusto Bucio Mújica

Dirección General de Materiales Educativos

Aurora Almudena Saavedra Solá

Coordinación de serie

Lino Contreras Becerril

Coordinación de contenidos

María del Carmen Larios Lozano

Coordinación de autores

Ivonne Twigg Sandoval Cáceres

Autores

Silvia García Peña, María de los Dolores Lozano Suárez, Tatiana María Mendoza von der Borch, Santiago Alonso Palmas Pérez, Ivonne Twigg Sandoval Cáceres, Mónica Inés Schulmaister

Supervisión de contenidos

José Alfredo Rutz Machorro, Juanita Espinoza Estrada, Demetrio Garmendia Guerrero, Esperanza Issa González, Alberto Sánchez Cervantes

Revisión técnico-pedagógica

Hugo Hipólito Balbuena Corro, David Francisco Block Sevilla, Hilda Gómez Gerardo

Coordinación editorial

Raúl Godínez Cortés

Supervisión editorial

Jessica Mariana Ortega Rodríguez

Cuidado de la edición

María de los Ángeles Toledo Olmos

Producción editorial

Martín Aguilar Gallegos

Actualización de archivos

Julio Cesar Olivares Ramírez

Iconografía

Diana Mayén Pérez, Irene León Coxtinica

Portada

Diseño: Martín Aguilar Gallegos

Iconografía: Irene León Coxtinica

Imagen: *El torito* (detalle), 1923-1924, Amado de la Cueva (1891-1926), fresco, 4.58 × 2.36 m, ubicado en el Patio de las Fiestas, planta baja, D. R. © Secretaría de Educación Pública, Dirección General de Proyectos Editoriales y Culturales/fotografía de Gerardo Landa Rojano; D. R. © Sociedad Mexicana de Autores de las Artes Plásticas.

Servicios editoriales

Agustín Azuela de la Cueva

Diseño

Chanti Editores

Diagramación

Elvia Leticia Gómez Rodríguez

Corrección de estilo

Arlette de Alba

Ilustración

Agustín Azuela de la Cueva, Claudia Delgadillo, Elvia Leticia Gómez Rodríguez, Lupita Martell, Beatriz Martínez, Maribel Suárez, Equipo de trabajo Chanti Editores, Equipo de trabajo Chanti Editores/Maribel Suárez

Primera edición, 2018

Segunda edición, 2019

Primera reimpresión, 2021 (ciclo escolar 2021-2022)

D. R. © Secretaría de Educación Pública, 2019,
Argentina 28, Centro,
06020, Ciudad de México

ISBN: 978-607-551-178-8

Impreso en México

DISTRIBUCIÓN GRATUITA. PROHIBIDA SU VENTA

Presentación

Este libro fue elaborado para cumplir con el anhelo compartido de que en el país se ofrezca una educación con equidad y calidad, en la que todos los alumnos aprendan, sin importar su origen, su condición personal, económica o social, y en la que se promueva una formación centrada en la dignidad humana, la solidaridad, el amor a la patria, el respeto y cuidado de la salud, así como la preservación del medio ambiente.

Este libro permite articular con coherencia el programa de estudios y el libro de texto gratuito con la práctica docente. De esta forma se vuelve un referente útil para planear los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

En su elaboración han participado maestras y maestros, autoridades escolares, investigadores y académicos; su participación hizo posible que este libro llegue a las manos de todos los docentes del país. Con las opiniones y propuestas de mejora que surjan del uso de esta obra se enriquecerán sus contenidos, por lo mismo los invitamos a compartir sus observaciones y sugerencias a la Dirección General de Materiales Educativos de la Secretaría de Educación Pública y al correo electrónico: librosdetexto@nube.sep.gob.mx.

Índice

Presentación	3
Introducción	5
I. La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Orientaciones generales	6
1. El objeto de estudio de las matemáticas, su pertinencia y cómo se aprende	6
2. Enfoque: principios generales de enseñanza de las matemáticas	9
3. Vinculación con otras asignaturas	15
4. Uso articulado de distintos recursos didácticos y su lugar frente al libro de texto	16
5. La evaluación formativa como elemento rector para la planeación	17
6. El libro de texto para el alumno	25
7. Alternativas para seguir aprendiendo como maestros	27
8. Mapa curricular y dosificación de aprendizajes esperados: 2° grado	30
9. Recomendaciones por eje y por trayecto	32
II. Sugerencias didácticas específicas por trayecto y por lección	41
Bloque 1	41
Trayecto 1. La semana y el mes	41
Trayecto 2. La centena	44
Trayecto 3. Sumas y restas hasta 100	50
Trayecto 4. Registro en tablas sencillas	56
Trayecto 5. Introducción a la multiplicación	60
Trayecto 6. Características de las figuras geométricas	66
Trayecto 7. Otra vez 100	70
Trayecto 8. A medir más longitudes	74
Trayecto 9. Cuerpos geométricos	78
Trayecto 10. A experimentar con la capacidad	82
Evaluación del Bloque 1	85
Bloque 2	86
Trayecto 1. Los meses	86
Trayecto 2. Hasta 1000	89
Trayecto 3. El litro	96
Trayecto 4. Más sumas y restas	99
Trayecto 5. Construcción de figuras	107
Trayecto 6. La multiplicación	110
Trayecto 7. Más cuerpos geométricos	116
Trayecto 8. Otra vez 1000	121
Trayecto 9. Midamos distancias y la longitud	126
Trayecto 10. Búsqueda de información	129
Trayecto 11. Experimentar con peso	132
Evaluación del Bloque 2	134
Bloque 3	135
Trayecto 1. Más sobre el 1000	135
Trayecto 2. Más sobre distancias y longitudes	139
Trayecto 3. Sumas y restas hasta 1000	144
Trayecto 4. Composición y descomposición de figuras	151
Trayecto 5. Cuadro de multiplicaciones	154
Trayecto 6. Los años	160
Trayecto 7. Mosaicos	163
Trayecto 8. El kilogramo y la balanza	166
Trayecto 9. Puesto de galletas	169
Evaluación del Bloque 3	174
Bibliografía	175
Créditos iconográficos	176

Introducción

La Secretaría de Educación Pública pone a disposición de los docentes el libro para el maestro cuyo propósito es brindar orientaciones y sugerencias didácticas para promover el aprendizaje de las matemáticas en el aula.

Este libro contiene dos grandes apartados. El primero, denominado “La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Orientaciones generales”, ofrece información acerca de la forma en que se aprende y se enseña matemáticas de acuerdo con el enfoque de los programas de estudio; enfatiza la importancia de crear una cultura en el salón de clases donde se fomente el trabajo colaborativo, la reflexión y la discusión organizada y respetuosa; y destaca la resolución de problemas como el medio, pero también como el fin de estudiar matemáticas. Una parte básica del trabajo docente es la planeación y la evaluación, por lo que se resaltan dos aspectos torales: por un lado, se analiza la forma en que ambas se vinculan y, por otro, cómo darle a la evaluación un sentido formativo. Como parte final de este apartado, se dan recomendaciones por eje temático, en las que se acentúan aspectos relevantes que se desarrollan a lo largo de las lecciones para propiciar que los alumnos adquieran conocimientos y desarrollen habilidades que les permitan mejorar sus aprendizajes, y se abordan algunos aspectos que permiten al maestro seguir aprendiendo y desarrollando sus habilidades docentes.

En el segundo apartado, llamado “Sugerencias didácticas específicas por trayecto y por lección”, se presenta una ficha descriptiva de cada trayecto, y se describen aspectos esenciales de cada lección como su intención didáctica, los materiales requeridos, cómo guiar el proceso de estudio, cómo apoyar a los alumnos y cómo extender las actividades para asegurar que todos aprendan.

Finalmente, se brinda una bibliografía donde se proponen libros que son referencia y apoyo para fortalecer la intervención docente en favor del aprendizaje de los alumnos.

En los materiales dirigidos a las maestras y a los maestros de educación primaria, la Secretaría de Educación Pública emplea los términos niño(s), alumno(s), maestro(s), docente(s) aludiendo a ambos géneros, con la finalidad de facilitar la lectura. Sin embargo, este criterio editorial no demerita los compromisos que la SEP asume en cada una de las acciones encaminadas a consolidar la equidad de género.

I

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Orientaciones generales

1

El objeto de estudio de las matemáticas, su pertinencia y cómo se aprende

El desarrollo del pensamiento matemático es de gran importancia para cualquier persona. Las matemáticas no solamente constituyen una herramienta valiosa para resolver una gran variedad de problemas tanto de la vida cotidiana como en los ámbitos científicos, sociales y tecnológicos, también contribuyen a organizar y estructurar el pensamiento. Hacer matemáticas ayuda a transitar desde razonamientos informales e intuitivos hasta formas de pensamiento que involucran el uso de conceptos y procedimientos más eficientes y que se encuentran fundamentados en argumentos y justificaciones rigurosas. Al aprender matemáticas se construyen formas de ver el mundo y de acercarse a los fenómenos para comprenderlos. Con ellas se buscan relaciones y regularidades, se organizan los datos, se sistematizan los procedimientos, se desarrollan generalizaciones y se fundamentan las conclusiones y resultados obtenidos. Las matemáticas brindan formas de interactuar con el mundo y ayudan a hacerlo de manera analítica, reflexiva y creativa.

Esta propuesta se basa en la idea de que todos los niños son capaces de aprender matemáticas de una manera profunda, es decir, comprendiendo los conceptos y procedimientos matemáticos, pudiéndolos utilizar de manera creativa en una variedad de contextos, planteando preguntas y problemas propios y reflexionando sobre su proceso de aprendizaje. Su intención es brindar oportunidades para que los estudiantes se acerquen al pensamiento matemático y lo desarrollen, con la

idea de que el proceso de aprendizaje puede ser estimulante, colaborativo y cercano a su experiencia cotidiana, lo cual conduce a la formación integral de la persona. Se pretende que, al proponer experiencias en torno a las matemáticas en las que se aprecie el poder de las herramientas que brinda esta rama del conocimiento, y en las que al mismo tiempo se consideran e involucran las diferentes aportaciones individuales y las habilidades que naturalmente traen los pequeños al salón de clases, se promuevan actitudes favorables que a su vez inviten a seguir aprendiendo.

Cómo se aprende matemáticas

Aprender matemáticas va más allá de memorizar términos o aplicar procedimientos, involucra algo más que resolver operaciones y problemas en los que hay una única respuesta correcta, siguiendo un solo camino. Para lograrlo es necesario hacer matemáticas, lo cual implica involucrarse en la resolución de problemas, hacer preguntas y construir significados. Esto no quiere decir que los alumnos deberán deducir por sí solos todos los conceptos y procedimientos matemáticos. Significa que, en interacción con sus compañeros y con su maestro, tendrán que realizar acciones matemáticas tales como la generación de conjeturas, la búsqueda de patrones o regularidades y el desarrollo de argumentos y justificaciones, incluyendo términos, procedimientos y conceptos matemáticos que van construyendo a lo largo del proceso mismo de resolución de problemas.

Aprender matemáticas implica buscar distintas alternativas de solución, mirar desde distintas perspectivas, buscar elementos que se repiten y distinguirlos de aquellos que cambian. Constituye un proceso creativo que va, en reiterados ciclos de aprendizaje, de lo concreto a lo abstracto, de lo particular a lo general y viceversa con el compromiso de comunicar a otros las ideas, las estrategias de resolución y los resultados, pudiendo generar argumentos lógicos para fundamentar las propuestas al cuestionar y reflexionar sobre las acciones propias y de los otros. En el acercamiento al aprendizaje que aquí se presenta, la actividad matemática del que aprende es fundamental, y el quehacer docente gira en torno a dicha actividad.

Para aprender matemáticas

Se necesita paciencia. Creo que se necesita curiosidad. Se necesita sistematizar y registrar la sistematización del pensamiento, creo que eso es muy importante; además de que no sé si sea perseverancia, constancia o tolerancia a la frustración. O sea, no hay que desfallecer con el primer 'me cuesta trabajo', tiene que ver con la curiosidad.

Relato de experiencia docente

Aprender a aprender matemáticas

El aprendizaje de los diferentes temas, conceptos y procedimientos matemáticos abarca acciones que son transversales a los distintos ejes temáticos. Para llevar a cabo este tipo de acciones matemáticas mencionadas en el apartado anterior, es necesario desarrollar habilidades de observación, de comunicación y de análisis, así como reflexionar acerca de lo que se ha experimentado.

Para aprender a aprender matemáticas es necesario, no solamente vivir experiencias en las que se lleven a cabo acciones que apuntan hacia la construcción de conceptos. Es de gran importancia también tener espacios para reflexionar sobre estas

experiencias con el apoyo de alguien más que pueda guiar los procesos de revisión, repaso y recuento de lo realizado. En esta reflexión es recomendable hacer un alto en el camino y proporcionar oportunidades para comentar y consolidar lo aprendido, ver hasta dónde se ha llegado y hacia dónde conviene dirigirse. Es parte fundamental del aprendizaje tomar nota de los progresos, así como de aquellos lugares en los que existen dificultades.

Hacer un recuento de los procedimientos y resultados matemáticos debe acompañarse de la reflexión acerca de las propias habilidades: ver con objetividad lo que se ha logrado en torno a la observación, la comunicación y el análisis, así como de lo que requiere de atención especial para seguir desarrollándose. Aprender a aprender supone dar seguimiento a los avances en relación con los aprendizajes esperados y con los contenidos particulares de los ejes y temas, pero también comprende la reflexión acerca de las habilidades transversales, necesarias para la resolución de problemas matemáticos.

Mitos acerca del aprendizaje de las matemáticas

En torno al aprendizaje de las matemáticas existen algunos mitos que son comunes y sobre los cuales conviene reflexionar. Dichos mitos resultan de confusiones en torno a la naturaleza de esta disciplina y su aprendizaje, y suelen promover acciones que con frecuencia resultan desfavorables para su enseñanza y su aprendizaje.

A continuación se presentan algunos de estos mitos.

Mito 1. El que acaba primero es el mejor

Se suele pensar que aumentar la velocidad en la resolución de problemas y operaciones es deseable para el aprendizaje de las matemáticas y que la rapidez es uno de los elementos a tomar en cuenta en la enseñanza y en la evaluación.

Mito 2. Se nace bueno o malo para matemáticas

La creencia de que la habilidad para las matemáticas es innata suele ser común. Se sabe, sin embargo, que el pensamiento matemático y las habilidades que lo caracterizan se desarrollan con la práctica, por tanto aquellas personas que pueden resolver problemas matemáticos complejos son aquellos que han tenido múltiples oportunidades de aprendizaje y de práctica.

Mito 3. Si cometo errores significa que soy malo en matemáticas

Los errores son parte fundamental en el aprendizaje de las matemáticas. Se puede llegar a creer que cometer errores indica falta de competencia o habilidad matemática, pero en realidad es imposible aprender matemáticas sin equivocarse.

Mito 4. Aprender matemáticas es aplicar fórmulas y procedimientos

Es común relacionar el quehacer matemático con la mera aplicación de fórmulas y procedimientos que han sido planteados por el docente o que se encuentran en los libros de texto. La construcción activa juega un papel fundamental, así como la observación, el planteamiento de preguntas, la argumentación y la reflexión.

Mito 5. En matemáticas todo (o nada) es practicar y memorizar

En algunos casos se piensa que la retención es la actividad central en las matemáticas y que hay que memorizar definiciones, fórmulas y procedimientos para poder tener éxito en su aprendizaje. La postura opuesta suele también presentarse, afirmando que la práctica y la memoria no tienen papel alguno en el aprendizaje matemático. La práctica y la memoria juegan un papel importante en el aprendizaje matemático, pero únicamente cuando se vinculan estrechamente con la comprensión.

Mito 6. Las matemáticas se aprenden de forma individual

Si bien la acción y la reflexión individuales son imprescindibles, es a través de las interacciones con otros que se aprende matemáticas. En este caso los otros incluyen compañeros de clase, maestros, hermanos, padres de familia, e incluso libros, videos y juegos. Las interacciones son el vehículo que propicia el cuestionamiento de las ideas presentes y la construcción de nuevas formas de mirar.

Mito 7. Usar material concreto indica que el trabajo no es avanzado

En matemáticas la construcción del conocimiento se da en un proceso reiterativo de acciones que van de lo concreto hacia lo simbólico y abstracto, y viceversa. El proceso es un ir y venir entre las dos dimensiones: concreta y abstracta.

Mito 8. Lo más importante al resolver un problema es la respuesta

En matemáticas se tiene la tendencia a enfocarse en la respuesta a los problemas u operaciones, y en determinar si esta es correcta o incorrecta. Sin embargo, para el aprendizaje lo más importante es el proceso, es decir los diferentes caminos mediante los cuales puede solucionar el problema así como las ideas que puede haber detrás de una respuesta, ya sea correcta o equivocada.



2

Enfoque: principios generales de enseñanza de las matemáticas

Para conseguir que los estudiantes logren los aprendizajes esperados indicados en los programas de estudio oficiales, y apliquen las ideas en torno al aprendizaje de las matemáticas presentadas en el apartado anterior, es necesario llevar a cabo estrategias, dentro del salón de clases, que vayan en línea con dichas ideas. En este apartado se presentan algunos principios generales de enseñanza de las matemáticas que conducen a la creación de condiciones favorecedoras de la enseñanza.

Una cultura de aprendizaje de matemáticas en el salón de clases

Crear las condiciones necesarias para el aprendizaje de las matemáticas implica necesariamente crear una cultura del salón de clases en donde se fomenten acciones matemáticas de manera que se construyan los conceptos y procedimientos deseados y se desarrollen las habilidades transversales citadas en el apartado anterior. El docente, junto con sus alumnos, debe propiciar ambientes en los que se hagan preguntas, se use el error como fuente de aprendizaje, se fomente la discusión y el trabajo matemático. Para crear este tipo de cultura en el salón de clases es necesario que, desde el inicio del ciclo escolar, se establezcan rutinas y formas de trabajo. También, es necesario proporcionar suficiente tiempo para explorar los problemas y las actividades para que cada estudiante desarrolle sus estrategias y pueda aprender de los demás. Por último, conviene crear un ambiente de confianza en el que todos puedan compartir las emociones que surgen al momento de aprender las matemáticas.

Algunas acciones que el docente puede realizar para fomentar este tipo de cultura son:

- Investigar los procesos de pensamiento de los estudiantes. Observar sus acciones y hacerles

preguntas. ¿Cómo lo hiciste? ¿Qué fue lo que pensaste? ¿De dónde salió ese resultado?

- Guiar las explicaciones de los estudiantes fomentando las habilidades de argumentación. ¿Por qué se obtiene ese resultado? ¿Por qué seguiste ese procedimiento?
- Invitar a la búsqueda de distintos caminos y soluciones. ¿Hay otros caminos? ¿Es la única respuesta?
- Fomentar la discusión entre pares. Esto involucra invitar a los estudiantes a explicar unos a otros lo que piensan, a escuchar al otro, a respetar opiniones diferentes, justificar ideas y procedimientos frente a sus compañeros, realizar cuestionamientos acerca de las ideas de los otros. ¿Cómo lo hizo tu compañero? ¿Puedes ahora utilizar el procedimiento de tu compañero para resolver el problema?
- Organizar el trabajo colaborativo con la integración de grupos según la actividad y los propósitos de la misma. ¿De cuántos integrantes serán los equipos? ¿De qué se encargará cada uno? ¿Cómo estarán conformados los equipos?
- Dirigir momentos de discusión grupal. A lo largo del proceso de aprendizaje se deben organizar sesiones para comentar lo que se ha realizado hasta el momento, lo que se ha aprendido y hacia dónde deben dirigirse las acciones futuras. También se pueden introducir términos, ideas y procedimientos matemáticos que ayuden en la resolución de los problemas.

Al inicio del ciclo escolar se pueden establecer normas junto con el grupo, para regular y guiar el trabajo matemático. La siguiente lista muestra un ejemplo de lo que se puede acordar con los alumnos:

Mi clase de matemáticas

- Me hago responsable de los materiales con los que trabajo.
- Explico mis ideas y mi trabajo.
- Respeto las opiniones de mis compañeros.
- Apoyo a mis compañeros a resolver las actividades.
- Demuestro mi compromiso por terminar las tareas asignadas.
- Hago preguntas: ¿por qué?, ¿qué pasaría si...?
- Reconozco los aspectos en los que puedo mejorar.

Resolución de problemas como propuesta central

La propuesta planteada en el libro de texto *Matemáticas. Segundo grado*, gira alrededor de la resolución de problemas como forma de aprendizaje. Este acercamiento difiere de otros en los que primero se enseñan los procedimientos y definiciones y después se aplican en la resolución de problemas. Es en el proceso de trabajo con los problemas que se introducen conceptos, términos y nuevas ideas y procedimientos.

Las características de los problemas guían la actividad matemática, fomentan distintas acciones y desarrollan diferentes habilidades. Para un alumno, un problema es aquel frente al cual no tiene respuesta inmediata, es decir, constituye un reto verdadero. Durante el proceso de resolución se generan diversas ideas, se exploran caminos, se comparten procedimientos, se construyen nuevas estrategias. Por ello, es importante utilizar una variedad de problemas que sean auténticos y significativos. Por un lado es necesario que el problema tenga autenticidad con relación al contexto en el que está planteado, es decir, sea posible, viable y que tenga sentido en sí mismo. Por el otro, un problema es significativo para quien lo resuelve cuando puede comprenderlo y relacionarse con él.

Cabe mencionar, en relación con el contexto, que un problema significativo y auténtico no ne-

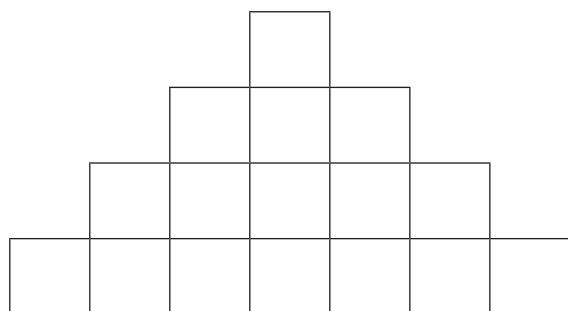
cesariamente es una situación de la vida cotidiana de los alumnos. Los problemas también incluyen contextos dentro de las matemáticas mismas, pero en todos los casos se deben evitar contextos forzados que pudieran generar la idea de que las matemáticas son absurdas.

Diversidad de problemas y actividades

En el libro de texto se incluyen distintos problemas y actividades ya que a través de esta variedad se favorece el aprendizaje matemático. Por un lado se tienen problemas de tipo exploratorio, en los que se invita a investigar lo que sucede en diversas situaciones, a registrar y analizar observaciones y a utilizar procedimientos propios. Por otro lado, se incluyen actividades específicas a través de las cuales se construye, por ejemplo, una estrategia, un procedimiento o un acercamiento puntual a un concepto. Los problemas exploratorios y las actividades puntuales se trabajan de manera entrelazada. Las estrategias sugeridas, a través de las actividades, contribuyen a ampliar el repertorio que se tiene para la resolución de los problemas, a la vez que estos proporcionan un contexto que da sentido y utilidad a dichas estrategias.

Algunos de los problemas tienen muchas respuestas o diferentes maneras de ser resueltos. En estos casos conviene registrar los diferentes resultados y organizarlos para que se comenten en sesiones plenarias. Este tipo de problemas brindan la oportunidad de trabajar directamente con la diversidad en el aula, en la medida que los alumnos pueden elegir y explorar caminos que les resulten útiles y también encontrar uno o más resultados, dependiendo de lo que en un momento determinado esté a su alcance realizar. Si al inicio eligen estrategias como el ensayo y error o el adivinar, poco a poco desarrollarán estrategias más avanzadas a través de las interacciones con sus compañeros y con el maestro. El siguiente es un ejemplo de un problema exploratorio que permite indagar distintos caminos e incluso que puede tener diferentes respuestas.

- ¿Cuántos cuadrados puedes contar en la figura? ¿Cómo los contaste?
 - Si agregáramos otra fila de cuadrados en la parte de abajo, ¿cuántos cuadrados habría?
- Otras posibles preguntas:
- ¿Son todos los cuadrados del mismo tamaño?
 - ¿Encontraste cuadrados “escondidos”?
 - ¿Ves algún patrón?



En este problema se pueden tener diferentes acercamientos, incluyendo algunos con más énfasis en la parte numérica y otros enfatizando en lo geométrico. Desde el uso y desarrollo de estrategias de conteo, pasando por el estudio de las características de las figuras, y de figuras “dentro de otras figuras”, se incluye también la posibilidad de búsqueda de descripciones que apuntan a la generalización.

Nivel de dificultad en los problemas y actividades

En el libro de texto se han incluido problemas que pueden ser accesibles para todos los alumnos, es decir, problemas con los que todos se pueden relacionar y para los que pueden buscar soluciones.

Una de las actividades del docente será realizar las adecuaciones necesarias para ajustar los problemas, ya sea por medio del uso de ejemplos particulares incluso más sencillos, cuando se presentan dificultades, o por medio del planteamiento de preguntas más complejas, cuando lo considere conveniente. Lo importante es mantener un nivel de dificultad que invite a los alumnos a esforzarse para resolverlos. Se debe evitar, por un lado, un

nivel de dificultad demasiado alto para que los esfuerzos no resulten infructuosos, y por otro, problemas triviales en los que no se requiera esfuerzo alguno. Por ejemplo, si a usted se le plantea que una persona tiene \$27 después de pagar \$15, y se quiere saber cuánto tenía inicialmente, la respuesta para usted puede ser sencilla e incluso inmediata, sin embargo para un niño que se está introduciendo en las relaciones aditivas puede resultar un problema significativo.

Un paso más

En el trabajo matemático, cuando se llega a alguna conclusión, es común que aparezcan nuevas preguntas y caminos por explorar. Es importante que los alumnos no consideren las Matemáticas como una serie de actividades aisladas en las que existe un inicio y un final caracterizado por una respuesta correcta. Se trata de invitar a los alumnos a que desarrollen su natural curiosidad por el aprendizaje al formular sus propios problemas, hacer preguntas e involucrarse en retos mayores. Por ello, en cada lección en el libro se proponen retos. La idea es que los alumnos perciban el aprendizaje de las matemáticas como un proceso continuo en el que exploran, generan estrategias, obtienen conclusiones y plantean otras preguntas para iniciar nuevos procesos de exploración.

El uso de material concreto, organizadores y otras representaciones

El trabajo matemático incluye el uso de diferentes representaciones para mostrar las ideas, conceptos y procedimientos. Algunas representaciones pueden ser objetos concretos, dibujos, gráficas, tablas, símbolos, diagramas, etcétera. El uso de diferentes representaciones en torno a una misma idea matemática permite explorarla desde distintas perspectivas, lo cual a su vez promueve la comprensión profunda. También constituyen una herramienta para comunicar ideas. Las representaciones pueden ser convencionales, como los

símbolos numéricos, o pueden ser creadas por los alumnos, en cuyo caso conviene invitarlos a que expliquen sus componentes y significado. Cabe mencionar que las representaciones no sustituyen a las ideas y conceptos matemáticos. Por ejemplo, una colección de 100 frijoles no sustituye al concepto “centena”. De ahí también la importancia de utilizar diferentes representaciones en torno a un mismo concepto.

El material concreto puede constituir una representación para una idea matemática y es de particular importancia. En el libro de texto gratuito se sugiere el uso de una variedad de materiales tanto para crear experiencias matemáticas como para representar y organizar ideas. Se proponen algunos materiales que serán utilizados de manera reiterada durante el ciclo escolar. Por ejemplo, en segundo grado, se piden tarjetas para llevar a cabo múltiples actividades relacionadas con el agrupamiento y formación de cantidades.

Se sugiere que al inicio del ciclo escolar revise los materiales a emplear en cada lección, de manera que, cuando sea pertinente, se les pueda solicitar a los alumnos con anticipación. En todos los casos se sugiere material que es posible conseguir fácilmente y que suele ser de uso común.

Algunos materiales se proporcionan en el material recortable y otros pueden elaborarse fácilmente, como por ejemplo tarjetas de números que pueden hacerse con cartoncillo. Se sugieren también organizadores gráficos, como tableros de números, que sirven para representar las ideas de una forma particular. Por ejemplo, los tableros de 10, utilizados tanto en primer grado como en segundo, organizan las colecciones de tal manera que pueden agruparse de 5 en 5 o de 10 en 10.

Es conveniente designar un área en el salón de clases en la que se guarden los materiales. Dicha área puede denominarse Rincón de las matemáticas o darle algún otro nombre que se decida junto con los alumnos y puede servir, además de un lugar para guardar ordenadamente los mate-

riales, como una estación permanente de trabajo en donde, cuando se requiera, se puede invitar a algunos pequeños a realizar actividades con algunos de los materiales (ver también Estrategias de diferenciación, página 13).

El papel del juego en el aprendizaje de las matemáticas

El juego, en especial en los primeros años escolares, es una actividad fundamental a través de la cual los niños se relacionan con el entorno. En matemáticas se puede aprovechar esta actividad natural de los pequeños para que a través de ella se realicen acciones que conducen a la construcción del conocimiento. El juego no necesariamente tiene que ser competitivo. Puede involucrar la creación de escenarios en los que se simulen situaciones en donde se plantean determinados problemas a resolver. Se pueden utilizar tanto situaciones de la vida cotidiana como situaciones fantásticas para crear ambientes en los que se presentan problemas y preguntas particulares. El juego contribuye a que los estudiantes disfruten de las matemáticas, creando contextos en los que se divierten y al mismo tiempo aprenden.

Es importante destacar el papel que desempeña el docente en el juego. Al jugar, deberá invitar a los pequeños a realizar ciertas acciones y a diseñar estrategias que les permitan participar en el juego y, cuando se trata de juegos competitivos, ganarlos. El papel del maestro consiste en guiar estas actividades de manera que conduzcan al aprendizaje y que no queden meramente en actividades recreativas. El maestro debe hacer preguntas que fomenten la reflexión en torno a lo que se realiza y que también abran caminos y nuevas posibilidades. Es responsabilidad del maestro hacer explícitas las relaciones entre las acciones en el juego y las ideas, conceptos y procedimientos matemáticos involucrados. También el maestro puede introducir nuevas estrategias ejemplificándolas frente al grupo, de tal manera que los estudiantes aprendan

de las acciones que el maestro realiza al jugar. Es a través de la modelación que los niños también aprenden las reglas del juego, así como el respeto por los demás y las actitudes positivas tanto de los ganadores como de los perdedores. Conviene tener escritas en algún lugar visible dentro del salón, algunas reglas que regulen el comportamiento de los estudiantes y los inviten a involucrarse en los juegos de manera respetuosa y cordial.

Reglas para jugar

- Respeto a mis compañeros en todo momento.
- Espero mi turno.
- Mantengo un volumen bajo de mi voz.
- Si alguien pierde no es motivo para burlarse.
- Cuando gano, no hago comentarios negativos sobre los perdedores.
- Cuando pierdo, lo acepto y felicito a los ganadores.

El error en el aprendizaje

El error es parte intrínseca de los procesos de aprendizaje. Detrás de un procedimiento incorrecto suele existir una razón que lo justifica. Conocer estas justificaciones es importante para los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Los errores pueden ser de una naturaleza simple: escribir un número en lugar de otro, utilizar un procedimiento en un contexto inadecuado, confundir conceptos o no darse cuenta de ciertas relaciones o datos que deben considerarse para la resolución de algún problema. Es importante hacer preguntas para investigar el proceso de pensamiento de los estudiantes, de manera que se pueda tener una idea de por qué cometieron determinado error (ver también el apartado Evaluación del proceso y del progreso, en la página 21). También conviene involucrar a los estudiantes en la detección de errores, tanto propios como de sus compañeros.

Para incluir al error en el proceso natural de aprendizaje conviene poner atención no solamente

a las estrategias exitosas, sino también a aquellas que no han llevado a la respuesta correcta.

- ¿Intentaste algo que no funcionó? ¿Cómo te diste cuenta de que no funcionaba?
- ¿Pueden encontrar el error aquí? ¿Qué le dirían a quien siguió este procedimiento?
- ¿Tienes una respuesta diferente? ¿Alguna está equivocada? ¿Por qué?

Detectar y señalar contradicciones también es parte significativa del trabajo con el error. Sin indicar exactamente que la respuesta es incorrecta, es sustancial guiar a los estudiantes para que se den cuenta de los errores por sí mismos. Por ejemplo:

- Cuando contaste de arriba hacia abajo te dio 18, pero cuando contaste de abajo hacia arriba te dio 15. ¿Qué crees que esté pasando?
- Aquí dices que hay 24 niños, pero acá dices que son 3 grupos de 10. ¿Cuánto son 3 grupos de 10? ¿Cuántos niños hay?

Estrategias de diferenciación

En todo proceso de enseñanza, aun cuando se tengan aprendizajes esperados para todos los alumnos por igual, se debe tomar en cuenta que la manera de llegar a éstos puede ser diferente para distintos alumnos. Se puede trazar un camino y tomar en cuenta que habrá estilos y tiempos diferentes de transitar por ese camino. La presente propuesta incluye trayectos que han sido concebidos como caminos que conducen a la construcción de conceptos y procedimientos matemáticos y que en su conjunto pretenden ayudar a que todos los estudiantes alcancen los aprendizajes esperados. Es necesario, sin embargo, hacer adecuaciones en cada salón de clases de manera que se atiendan las particularidades que caracterizan al aprendizaje de cada estudiante.

Las estrategias de diferenciación se encuentran relacionadas de manera estrecha con los procesos de evaluación y de planeación, mismos que

se verán con detalle más adelante. A continuación se dan algunas sugerencias que pueden ser útiles a los docentes para atender la diversidad que en toda aula existe.

- Transformar las actividades y problemas para adecuarlos a las características particulares, ya sea del grupo completo o de algunos alumnos.
- Proveer diversos materiales a diferentes estudiantes.
- Atender el lenguaje —es necesario tomar en cuenta la lengua materna de los estudiantes y hacer adecuaciones.
- Trabajar con equipos —cuando se trabaja con equipos, se puede dar diferentes problemas a cada uno.
- Tener áreas permanentes de trabajo —un lugar en el salón de clases dedicado tanto a guardar materiales como a proporcionar un espacio de trabajo para un grupo pequeño de alumnos.
- Crear estaciones temporales de trabajo para atender un cierto tema o actividad. Durante varios días se colocan materiales en una mesa del salón para que uno o más estudiantes realicen actividades con éstos. Pueden utilizarse cuando no se cuenta con suficiente material para que todo el grupo realice la actividad. También pueden utilizarse para que algunos alumnos repitan una actividad que el resto del grupo ya domina.
- Ofrecer a los estudiantes la posibilidad de elegir: compañeros de trabajo, cómo presentar y compartir las ideas, procedimientos y resultados.

Actitudes frente a las matemáticas

Se suele tener la idea de que en matemáticas lo más importante es el desarrollo de procesos cognitivos como el pensamiento lógico-matemático. En la actualidad se sabe que los procesos cognitivos se encuentran estrechamente relacionados con los procesos afectivos y que es necesario tomar en cuenta los aspectos emocionales en los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

En matemáticas esto resulta especialmente importante, ya que con frecuencia, a lo largo del paso por la escolaridad, se generan actitudes negativas acompañadas de emociones como el miedo y la aversión hacia las matemáticas. Estas actitudes y emociones suelen presentarse como resultado de distintos factores, incluyendo influencias familiares, sociales y culturales, o cuando se viven experiencias de aprendizaje en las que, por ejemplo, se castiga el error, o cuando no se respetan o escuchan ideas que difieren de los procedimientos matemáticos convencionales.

Esto no quiere decir que para evitar emociones o actitudes negativas se deben ignorar los errores, o que toda respuesta o procedimiento se tome como correcto o válido. Es importante analizar las diferentes propuestas, pedir explicaciones y justificaciones, señalar donde hay equivocaciones, uso incorrecto de procedimientos o términos, o fallas en el razonamiento.

Cuando el docente invita a todos los estudiantes a comentar las diferentes propuestas y resultados, sin enjuiciar o ridiculizar, se crea en el salón de clases una cultura de respeto en la que diferentes opiniones se valoran y se toman en consideración para un análisis cuidadoso.

Brindar oportunidades a los estudiantes para que elijan la manera en que quieren trabajar también contribuye a crear ambientes favorables. Por ejemplo, algunos pequeños encuentran difícil hablar en público, por lo que pedir que expliquen sus procedimientos frente a todo el grupo puede causarles ansiedad. Es importante brindar diferentes opciones para que tengan la oportunidad de compartir lo que han hecho sin necesidad de forzarlos a tener una experiencia que para ellos puede ser desagradable.

Es importante también fomentar en los alumnos la perseverancia y la resiliencia. Para resolver problemas complejos en matemáticas es necesario intentar varios caminos, equivocarse y volverlo a intentar. Es recomendable construir la idea de

que resolver problemas lleva tiempo. También, es preciso que, cuando se ha tenido algún fracaso, se tenga la capacidad de seguir intentando. Cuando las matemáticas se trabajan de manera creativa, tomando al error como parte del proceso de aprendizaje, proponiendo cotidianamente una variedad de problemas en los que hay distintos caminos de resolución, y que en muchas ocasiones hay más de una respuesta correcta, y ofreciendo diferentes posibilidades para que los pequeños compartan sus ideas, la cultura del salón de clases fomentará actitudes positivas.



Algunas ideas para fomentar actitudes positivas

- Ayudar a los estudiantes a reconocer lo que pueden hacer. ¿Qué sabes ahora acerca de esto?, ¿qué es lo nuevo que aprendiste o que ya puedes hacer?
- Trabajar con el error como parte del proceso de aprendizaje.
- ¿Te equivocaste? ¡Inténtalo de nuevo!
- Fomentar que los estudiantes hablen o escriban sobre lo que sienten en su clase de matemáticas.
 - Cuando me piden que explique algo frente a todo el grupo me siento...
 - Cuando tengo que explicarle algo a mi compañero de equipo siento...
 - Cuando empezamos un nuevo tema en matemáticas siento...
- Evitar seleccionar los grupos de trabajo. Permitir que los estudiantes decidan con quién quieren trabajar.
- Invitar a que expongan todas las ideas que se generen en torno a los problemas, incluso las que no sean adecuadas.
 - ¿Qué pensaron al leer el problema?, ¿qué se les ocurrió?, ¿cuáles fueron sus ideas?, ¿qué sintieron?

3

Vinculación con otras asignaturas

La vinculación de Matemáticas con otras asignaturas se promueve cuando los aprendizajes logrados en la asignatura se convierten en herramientas útiles en otras. Para el trabajo en el aula, se vincula el campo formativo Pensamiento Matemático con otros Campos y Áreas de Desarrollo, de la siguiente manera:

1. Con el Campo Lenguaje y Comunicación. Se promueven diversas prácticas sociales del lenguaje, para el intercambio oral y escrito de experiencias y de nuevos conocimientos. Además, los niños aprenden diferencias entre escribir letras y números y sus respectivas funciones.
2. Respecto al Campo Exploración y Comprensión del Mundo Natural y Social, se analizan fenómenos de las ciencias socia-

les y naturales como contextos auténticos para la construcción de conocimientos matemáticos.

3. Las Artes y la Educación Física proveen situaciones significativas para desarrollar aprendizajes esperados del eje Forma, espacio y medida. Por otro lado, los aprendizajes logrados a lo largo de la Educación Socioemocional contribuyen a uno de los propósitos generales de la educación básica que consiste en que los estudiantes desarrollen confianza en sus propias capacidades y perseverancia al enfrentarse a problemas; disposición para el trabajo colaborativo y autónomo y curiosidad e interés por emprender procesos de búsqueda en la resolución de problemas.

4

Uso articulado de distintos recursos didácticos y su lugar frente al libro de texto

Construir un espacio propicio para el aprendizaje de las matemáticas y con oportunidades para la diversidad que hay en un salón de clases es un reto para la labor docente. En cada clase de matemáticas se toman decisiones (antes, durante y después) en función de lo que saben los alumnos y lo que necesitan aprender. Cuando las acciones docentes buscan propiciar la actividad matemática en sus alumnos, se toman en consideración diferentes elementos para enriquecer el aprendizaje. Uno de ellos es la articulación de diversos materiales educativos (tanto curriculares como didácticos)¹ pertinentes, necesarios y disponibles en la comunidad donde se realiza la práctica educativa.

Ante la diversidad de materiales educativos disponibles en términos de formatos (impresos, multimedia o digitales), destinatarios (alumnos, docentes, padres de familia) y propósitos (construir aprendizajes, practicar, mostrar, evaluar...), la decisión está mediada por, al menos, dar respuesta a: qué usar, para qué, por qué, cuándo, cómo y quién lo usa en la clase.

En la construcción y comprensión del conocimiento matemático los materiales juegan un papel importante. Se pueden identificar diferencias en términos de cómo se presentan las ideas matemáticas y de las acciones que son posibles realizar. La labor del docente está en proponer y organizar actividades en las que se usen diversos materiales

¹ Se retoma la clasificación para los materiales educativos, propuesta por el INEE (2014, p. 3). Los curriculares se refieren al plan y programas de estudio, libros de texto gratuitos, libros para el maestro mientras que los didácticos son aquellos que apoyan la implementación del currículo (material concreto, audiovisuales, multimedia, es decir, diversas tecnologías digitales y no digitales) así como acervos bibliográficos escolares y de aula. <http://publicaciones.inee.edu.mx/buscadorPub/P2/A/325/P2A325.pdf>

Algunas preguntas guía para elegir materiales didácticos

- ¿Cuáles materiales permiten explorar y experimentar las ideas y conceptos matemáticos, así como analizar los fenómenos a estudiar? ¿A cuáles tengo acceso? ¿Cuáles son necesarios y, aunque no los tengo, podemos construirlos como comunidad educativa?
- ¿Qué actividades son las que mis estudiantes necesitan para la construcción de significados y sentido?
- ¿Qué materiales necesito para llevar a cabo estas actividades matemáticas?
- ¿Qué acciones matemáticas es posible realizar con este material didáctico que no lo permite el libro de texto?
- Para qué lo requiero, ¿para apoyar mi tarea de enseñanza (explicar, mostrar,...)?, ¿o como herramienta de aprendizaje de mis alumnos (experimentar, construir, calcular, manipular, observar un fenómeno, explorar y resolver problemas)?
- ¿Con cuáles se complementan diversas representaciones?
- ¿Con cuáles materiales se pueden explorar un mayor abanico de ejemplos a fin de construir conjeturas y explicaciones?

a fin de proporcionar a sus alumnos oportunidades para una exploración apropiada, sistemática y profunda del contenido abonando al desarrollo de su pensamiento matemático.

En matemáticas, el libro de texto gratuito establece un puente entre la propuesta curricular y cómo concretarla en actividades para efectuar en el aula. Si bien es un elemento central que organiza y guía actividades con la finalidad de lograr los aprendizajes esperados, no debe ser el único. Una primera inquietud que surge entonces es cómo articular el libro de texto gratuito con otros materiales didácticos.

Otro tipo de materiales son los disponibles en la biblioteca escolar y de aula y en el aula de medios (en caso de contar con ellas). Hay diversidad de éstos que resultan útiles para profundizar o ampliar sobre un tema visto, o para contrastar con otras maneras de abordar el mismo contenido matemático. Para identificarlos, deberá hacer una búsqueda y selección.

Respecto a los materiales digitales, hay una gran variedad y con diferentes propósitos. El reto es cómo y qué usar para promover actividad matemática. Esto depende de un actor clave, el profesor, del diseño cuidadoso que él haga de las tareas, de la selección de las herramientas tecnológicas así como su mediación en el aula. El uso de calculadoras, computadoras y algunas aplicaciones digitales tienen gran potencial educativo, siempre y cuando respondan a una finalidad matemática, pedagógica y curricular.

Una sugerencia es identificar algunos repositorios o páginas de instituciones educativas u organizaciones de profesores de matemáticas en los que se comparten recursos diseñados con fines educativos; y, posteriormente elegir aquellos que permiten construir una especie de laboratorio, para hacer matemáticas de manera diferente o complementaria a lo que se hace con otros materiales. Por lo que la prioridad está en emplear aquellos que permiten experimentar, visualizar, simular-modelar fenómenos, representar, analizar y comprobar, más que en los que sólo informan sobre temas matemáticos, muestran ejemplos o proponen ejercicios.

Por medio de una selección adecuada de actividades disponibles en internet, diseñadas con esas herramientas y con otras aplicaciones digitales, el profesor puede incorporar su uso en la clase de matemáticas cuando el plantel cuente con la infraestructura necesaria.

5

La evaluación formativa como elemento rector para la planeación

Cuando las habilidades e ideas matemáticas emergen y se desarrollan a partir del trabajo con problemas, sucede una variedad de acontecimientos, algunos imprevistos, como diferentes respuestas e interpretaciones, nuevas estrategias, algunas dificultades y errores, entre otros. La manera de actuar ante ello es un momento en el que cobra sentido la interacción entre la planeación y la evaluación, herramientas valiosas y complementarias para el quehacer de la práctica en el aula en beneficio de los aprendizajes de los estudiantes. Contar con una actitud reflexiva, crítica, analítica, propositiva y creativa es fundamental cuando se quiere ser mejor maestro.

La planeación como parte integral de la labor docente

La planeación didáctica es una herramienta valiosa para todo docente. Cuando se pretende enseñar se planea cada clase en lo individual, esta no puede estar desconectada de las demás. Cada clase es uno o varios pasos dentro de un camino más amplio hacia el logro de aprendizajes a fin de contribuir con el desarrollo del pensamiento matemático. Hay un entrelazado entre ideas, conceptos, procedimientos así como el desarrollo de ciertas habilidades que no es fácil identificar por los estudiantes. Ese es el objetivo de los **trayec-**

tos, pues cada actividad dentro de una lección tiene una función específica, y a su vez, cada lección aporta al trayecto en su conjunto.

En cada planeación se pone en juego cómo se considera que se aprende matemáticas, los aprendizajes matemáticos a lograr, qué saben y a dónde se quiere llegar con esa clase y cuáles son las estrategias didácticas y pedagógicas más adecuadas para un mejor aprendizaje. También permite anticipar algunas posibles dificultades y adecuar la enseñanza a las necesidades de los educandos en lo individual y en lo colectivo.

Planear y aprender de su implementación, para algunos maestros resulta un camino en solitario. No debería de ser así. Cuando se comparte con los colegas son muchos los aprendizajes que se pueden lograr, en términos de la diversidad en formación y experiencia en las aulas, del conocimiento matemático y pedagógico, del diseño o selección de materiales, etcétera. Las inquietudes que emergen en un proceso de planeación son variadas por lo que la discusión y toma de decisiones en colectivo puede resultar fructífero. Algunas inquietudes pueden estar relacionadas con:

- ¿Cuál es el aprendizaje a lograr?, ¿qué acciones lo favorecen?
- ¿Cómo secuenciar las ideas, conceptos y procedimientos?
- ¿Cómo se podrían establecer conexiones entre las nuevas ideas matemáticas y las previas?
- ¿Qué temas relacionados se han estudiado en grados anteriores?
- ¿Este tema con cuáles temas posteriores se relaciona?
- ¿Cuáles estrategias de diferenciación son adecuadas para atender la individualidad en el aprendizaje?
- ¿Cómo identificar y abordar los posibles errores de los estudiantes?

- ¿Qué actividades podrían llevar más tiempo, cuáles menos?
- ¿Cómo identificar aprendizajes alcanzados por los estudiantes?
- ¿Cómo y con qué estrategias se puede dar seguimiento al proceso de aprendizaje?
- ¿Cómo registrar la información sobre los logros, dificultades o errores y usarla para la toma de decisiones de la siguiente clase?

- Para mí la planeación es una oportunidad para situarme como profesor en cómo creo que mis alumnos pueden aprender y qué y cómo puedo hacer para que ellos aprendan mejor.
- A mí me gusta hacer un plan con los detalles importantes de lo que voy a realizar en la clase, pero a mi colega le gusta hacer un "estilo mapa para la lección". Yo no le entiendo a esos cuadros, pero a ella le funcionan muy bien.
- Yo planeo mi clase, pero cuando estoy con mis niños, le voy ajustando y cambiando. Eso sí, sin perder el objetivo principal. A veces, intercambio las actividades, hago nuevas preguntas, todo depende de cómo percibo a mis alumnos. En algunos casos, cuando veo muchas dificultades, invierto más tiempo, me voy más despacio de lo que tenía planeado.
- Cuando planeo mi clase siento mayor confianza y seguridad.

Relatos de experiencias docentes

Esta propuesta es flexible y cada docente la adaptará a las necesidades de sus propios educandos a fin de anticipar lo que podría suceder en su clase. Por ejemplo, en caso de no ver viable terminar todo lo planeado para una clase, será necesario graduar y segmentar las actividades propuestas para generar verdaderas oportunidades de aprendizaje a los alumnos, esta estrategia permitirá anticipar puntos intermedios de cierre para que no resulte abrupto o precipitado culminar la lección. Estas y otras estrategias, permitirán transitar de

“enseñar el libro de texto” a “enseñar matemáticas usando el libro de texto”.

Organización del salón de clases

La disposición del salón de clases invita a los niños y niñas a cierto tipo de actividad. No es lo mismo un salón donde las sillas y mesas de trabajo para cada alumno están organizadas por filas que si están acomodadas por mesas de trabajo. El mensaje respecto a la actividad a realizar es distinto. Lo mismo sucede con la ubicación de los materiales y del propio pizarrón, pueden invitar o no a la autonomía y a la participación.

Cuando se entra a un salón de clases, su estructura comunica libertad o restricción, individualidad o interacción, actividad o pasividad, en otras palabras, indica cómo se puede actuar en éste. El mobiliario disponible puede permitir, o no, la reorganización según el tipo de actividad a realizar. Lo importante es que la organización del espacio promueva la interacción continua entre los alumnos y el maestro. En las lecciones hay movimiento, hay actividades de experimentación, de análisis, de discusión y de escritura. Así que el espacio del salón de clases debe permitir la movilidad de unos y otros, así como el acceso a los materiales necesarios para llevar a cabo cada actividad.

En el Rincón de las matemáticas, por ejemplo, los niños deberían poder identificar rápidamente dónde están ubicados los diferentes materiales: las tarjetas de números, los tableros de 10, los recipientes, las cajas de sorpresas, las tiras con sus estaturas, el diario del salón, las figuras del tangram, las básculas, etcétera. Es decir, una clasificación de lo que contiene dicho rincón. Se sugiere que toda la clase participe en la organización y etiquetado de este espacio, de manera que cuando los estudiantes lo requieran se optimizará, tanto el tiempo para disponer de ellos como para guardarlos. Además, favorece que las y los niños accedan a ellos cuando lo consideren necesario, o si el maestro se lo sugiere. Cada estudiante debe

He aprendido a adaptar las lecciones de los libros de texto a las necesidades de mis pequeños. Para hacerlo me sirven las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es el propósito de esta lección?
- ¿Cómo organizo las actividades en relación con el número de estudiantes que tengo?
- ¿Cómo organizo los grupos de trabajo?
- ¿Qué otras actividades podría incluir? ¿Qué problemas son los más adecuados, de una única respuesta o de muchas respuestas?
- ¿Cómo hacer que esta actividad se convierta en un desafío para los alumnos que necesitan mayores retos? ¿Y para los que necesitan un mayor acompañamiento?
- ¿Cómo puedo ajustar este contexto para que les resulte más interesante y capte la atención de mis alumnos?
- ¿En qué actividades podrían tener dificultades? ¿Cómo podría apoyarlos sin simplificar el problema?
- ¿Qué forma de trabajo puede resultar más adecuada? ¿En qué momento promover la discusión grupal o en equipos?
- ¿Qué materiales son necesarios para apoyar la comprensión?

Relato de experiencia docente

hacerse responsable de los materiales que utiliza en las clases, como ya se mencionó en el apartado Una cultura de aprendizaje de las matemáticas en el salón de clases (ver página 9).

En las lecciones del libro de texto encontrará actividades que requieren trabajo individual y de discusión en parejas, en pequeños equipos o de todo el grupo, y por tanto, la organización del espacio físico puede variar. Cuando la actividad involucra trabajo con material concreto, a fin de experimentar y explorar ideas matemáticas, se requiere de espacios pequeños (como una mesa) o más grandes (como el piso del salón) o salir a un espacio más amplio, para implementar un juego, recopilar datos o hacer procesos de medición.

Al inicio del ciclo escolar, preparo la lista de materiales que necesito para cada uno de mis pequeños. Se la comparto en la reunión de padres de familia y entre todos los juntamos. Todos colaboramos.

Para organizar los materiales lo que me ha funcionado es:

- Colocar etiquetas de colores con nombres y dibujos para identificarlos.
- Dividir los materiales en bolsas y etiquetarlos. Los divido por tipo de material o por cantidad de alumnos que pueden usarlo. Por ejemplo, pongo una cajita para el tangram y adentro están por cada alumno una bolsa o sobre con su nombre. A veces tengo material que alcanza para grupos de dos, tres o cuatro.
- Usar cajas u otros recipientes que faciliten mantener organizados los materiales.
- Cuando quiero favorecer una actitud de compartir entre los alumnos, coloco los materiales de uso diario como colores en un solo recipiente, por ejemplo una caja o tarro. Lo mismo hago con las tijeras, borradores o crayones. Todos usan lo de todos.

Relato de experiencia docente

Otro espacio que invita a aprender matemáticas es la información que se coloque en las paredes del salón. Información que puede irse cambiando en diferentes momentos (semana, mes, durante un trayecto, o se enriquece durante todo el ciclo escolar). Por ejemplo, se pueden colocar los trabajos realizados en una clase, pegar el semanario, un procedimiento que hayan descubierto para resolver ciertos tipos de problemas, la lista de asistencia para que ellos la registren cada día, un collage con diferentes imágenes que contienen información matemática sobre un concepto que se está abordado a fin de irlo complementando —a lo largo del trayecto, bloque o ciclo escolar—, un póster con información matemática (diferentes tipos de representaciones de un mismo concepto), un espacio donde hay problemas inventados por los alumnos, entre otros.

El espacio del salón también debe permitir la realización de diferentes actividades de manera si-

multánea. Pueden ser estaciones de trabajo transitorias, es decir, el grupo se divide en varios equipos para experimentar con diferentes materiales. O estaciones de trabajo permanentes: el área de exploración y experimentación con material concreto, la de práctica, la de retos. En cada una de esas áreas cada aprendiz puede decidir si necesita realizar la actividad usando material concreto o bien, practicar más una estrategia o procedimiento, o quiere realizar un reto porque ya terminó lo planteado en la clase. Esta es una forma de trabajo en clase que permite atender a la diversidad. Tener todos estos materiales disponibles requiere de planeación. Para cada uno de esos espacios los docentes pueden diseñar actividades, de manera colegiada, que ayuden a sus estudiantes a desarrollar, por ejemplo, una estrategia, procedimiento o concepto particular. Puede ser en términos de menor o mayor complejidad cognitiva, todo dependerá de la necesidad específica de cada estudiante.

Organización de los estudiantes: interacción y aprendizaje

Cada docente tiene el compromiso y responsabilidad de proveer a cada estudiante la mejor oportunidad para avanzar en su aprendizaje. En cada grupo, a medida que avanza el ciclo escolar se identifica la diversidad en conocimientos, intereses y maneras de aprender. Mientras que algunos estudiantes tienen las herramientas para avanzar en un concepto o estrategia, otros pueden necesitar un poco más de tiempo para consolidar una estrategia antes de continuar con una nueva. Una manera de proveer oportunidades de aprendizaje es a través de estrategias diferenciadas (ver página 13) y de la interacción entre pares.

El trabajo con el grupo completo puede ser poderoso para introducir un tema o al momento de recapitular los aspectos centrales para el logro del aprendizaje, sin embargo, es importante que se complemente con otras estrategias de agrupamiento, en donde los diferentes equipos pueden

trabajar con la misma o con distintas actividades. El trabajo en equipos favorece el aprendizaje colaborativo e individual utilizando estrategias diferenciadas, que atiendan las necesidades particulares de cada alumno.

¿Cómo agrupar?

- Grupos aleatorios: por orden de lista, por cercanía, etcétera.
- Dar a los alumnos la opción para elegir.
- Formar grupos de manera intencionada. La finalidad es enriquecer las oportunidades de aprendizaje.

El trabajo en equipos favorece mayor interacción entre los estudiantes. Cuando se promueve la reflexión y la comunicación de ideas para resolver los problemas, los educandos aprenden a discutir sobre ellas y a dar argumentos matemáticos para justificar por qué un camino es válido o no, o a buscar algún otro. Cuando los alumnos se comunican, usan palabras más comprensibles para ellos que las usadas por un docente, y ante una dificultad o error se pueden acompañar para resolverlo de manera más libre y con mayor confianza. El trabajo en equipos también puede ser diferenciado. Aunque el concepto o estrategia matemática sea el mismo, algunos equipos pueden abordar unas ideas mientras que otros profundizan sobre dicho tema.

El trabajo individual también es adecuado. En ciertos momentos de la enseñanza se quiere observar la manera como un estudiante puede resolver una tarea específica y de manera independiente. En algunas otras ocasiones este tipo de trabajo puede ser adecuado para aquellos estudiantes que necesitan más tiempo para resolver un problema, apropiarse de una estrategia, o bien, resolver un nuevo problema para profundizar o ampliar lo visto en la clase. Puede hacer uso de las sugerencias de la sección “Cómo apoyar” o “Cómo entender” de cada lección. Estas actividades diferenciadas pueden llevarse a cabo mientras otros

trabajan en alguna tarea que puede ser incluso de otra asignatura.

El trabajo colaborativo implica transitar de la costumbre que existe de dividirse las tareas y que cada quien realice su parte por separado, a trabajar juntos para alcanzar una meta, con el compromiso y responsabilidad de cada miembro para aportar lo mejor que puede desde sus conocimientos y habilidades. Este tipo de trabajo se puede favorecer al interior de un equipo o con todo el grupo. Un ejemplo de este tipo de trabajo es la creación de un collage, la elaboración del diario o el semanario, o bien, hacer algunas variantes de un mismo problema.

Otro ejemplo es el último trayecto del ciclo escolar, que con el propósito de consolidar algunas de las ideas aprendidas, los estudiantes se involucran en un proyecto cuyo éxito depende del trabajo al interior de cada equipo y del grupo en su totalidad.

Evaluación del proceso y del progreso

Evaluar significa dar cuenta de cómo está el aprendiz respecto al propósito de aprendizaje, dónde está ubicado y en qué ha logrado avanzar. Los resultados de la evaluación permiten reflexionar sobre lo que ya se sabe, lo que aún no se ha logrado para así decidir sobre nuevas metas de aprendizaje.

Dar seguimiento al aprendizaje es complejo. Hay diversas maneras para reconocer el progreso de cada estudiante y del grupo en general. Cada maestro debe desarrollar estrategias para identificar dificultades y errores en sus estudiantes y encontrar actividades alternativas que plantearles para ayudarlos en sus metas de aprendizaje.

Cuando se piensa en evaluación lo que se busca es construir un espacio adecuado para que todos los estudiantes puedan mostrar lo que saben, lo que pueden hacer, hasta dónde han llegado y en lo que pueden mejorar, respecto a lo que se espera que aprendan. Hay diversos tipos de evaluación

(diagnóstica, formativa y sumativa); cada uno tiene un propósito e informa de diferentes aspectos. En todas ellas, se involucran acciones docentes como: observar, escuchar, indagar, profundizar y confirmar.

Algunas ideas útiles para la evaluación

- Hay maneras alternativas para indagar sobre el mismo asunto. Dos de ellas:
 - Preguntar de manera distinta.
 - Usar diferentes ejemplos.
- Para comunicar lo que saben y para proponer ideas que aporten cómo resolver un problema hay varias opciones. Algunas son:
 - Por medio de dibujos o una tabla.
 - A través de una explicación oral o escrita.
 - Al utilizar materiales disponibles para dar un ejemplo.
 - Al usar los símbolos convencionales.

Para obtener información más completa del progreso en lo individual y en lo grupal, es recomendable obtener información de distintas fuentes y que sea integral. Los resultados de estas evaluaciones están estrechamente ligados con la toma de decisiones en la enseñanza, es decir, para enseñar mejor. Hay que dar cuenta de los aprendizajes respecto a las diferentes facetas, por ejemplo, la integración al grupo, la actitud y confianza ante lo nuevo, la manera en que han logrado integrar lo aprendido a nuevas situaciones, la capacidad para reconocer sus propios aprendizajes y errores, buscar nuevos caminos o estrategias para resolver los problemas, etcétera.

En el libro de texto se sugieren diversas maneras para evaluar a fin de ubicar a cada estudiante y al grupo según la meta de aprendizaje y cómo se sienten en ese proceso. Estas sugerencias pretenden apoyar la labor docente para valorar los logros, las dificultades y cómo las superaron, así como lo que les hace falta para llegar a dicha meta.

A continuación se listan algunas maneras útiles para evaluar e incorporar a la práctica cotidiana del aula:

1. **Observaciones.** Esta práctica de evaluación permite dar seguimiento de manera continua e integrada a la actividad cotidiana. Si bien esta práctica es usual en las clases, lo que hay que hacer para cumplir con su papel en la evaluación formativa es sistematizar esas observaciones para dar cuenta del progreso de los estudiantes. Por ejemplo, observar las estrategias de solución de un problema, los tipos de respuestas en el grupo, la manera como participan en el equipo, entre otros. Las observaciones pueden ser sistematizadas de varias formas. A continuación se muestran tres ejemplos:

- a) **Registros anecdóticos.** Se incluyen datos como nombre(s) de los involucrados, fecha y se describe una situación inesperada explicando por qué es importante destacar, y por qué fue inesperada, además, si mostró un avance significativo en el proceso de aprendizaje: “Logró ordenar la duración de eventos e incluyó nuevos eventos de actividades que realiza en su casa”.
- b) **Listas de cotejo.** Permiten identificar tareas muy concretas y evaluar logros dentro de un proceso. A continuación se muestra un ejemplo.

	Aún no lo hace	Lo hace	Extensiones	Comentarios
Valor posicional				
Cuenta de 10 en 10				
Cuenta de 100 en 100				
Sabe que 100 equivale a 10 decenas				
Compara números de tres dígitos				
Habilidades transversales				
Persevera en la resolución de problemas				
Usa diferentes modelos				

- c) **Tarjetas de observación para cada estudiante.** Por enfrente tiene el nombre del estudiante y por atrás notas que dan cuenta del proceso de aprendizaje. Por ejemplo, febrero 20, sumar $348 + 352$, muestra mayor flexibilidad en el uso de estrategias: completar decenas y sumar decenas completas. Se puso contenta al darse cuenta de que lo pudo hacer de dos maneras distintas. Aún no logra ordenar los meses del año.
2. **Cuestionamiento.** Preguntar a los estudiantes les permite profundizar sobre lo que están aprendiendo y verbalizar sus ideas, por lo que las preguntas deben centrarse en aquellos aspectos importantes y centrales para el aprendizaje, y no sólo en dar una respuesta inmediata o recordar alguna información. Esta información podría usarse para completar registros anecdóticos o las tarjetas de los estudiantes. Algunos ejemplos de preguntas para indagar el nivel de comprensión son:
- ¿Puedes explicar el problema con tus propias palabras?
 - ¿Qué puedes decir acerca del tema de hoy?
 - Explica tu dibujo y cómo se relaciona con el problema.
 - ¿Cómo decidiste qué hacer?
 - ¿Cómo supiste si tu respuesta es correcta?
 - ¿Trataste algo que no funcionó? ¿Cómo te diste cuenta de que no funcionaba?
 - ¿Cómo podrías explicarle a tus demás compañeros esta manera de resolver el problema?
3. **Problemas y actividades para evaluar.** Se pueden diseñar actividades que permitan aproximarse al nivel de comprensión sobre una idea, concepto o procedimiento matemático. Estas acciones pueden servir de diagnóstico e informar sobre lo que saben los alumnos antes de introducir un nuevo concepto. O para informar el progreso sobre los nuevos aprendizajes. Algunas pueden llevar poco tiempo.
- a) **Escribir/dibujar respuestas para mostrar o entregar.** Se puede preguntar sobre un aspecto central de la clase y cuya respuesta no debería llevar más de cinco minutos resolver. Esta estrategia puede dar información rápida sobre algún aspecto y podrá complementarlo con preguntas específicas a aquellos que dieron respuestas inesperadas a fin de comprender su proceso de aprendizaje. Algunos ejemplos podrían ser:
- Describir tres figuras de cuatro lados.
 - Dos maneras diferentes de escribir 100.
 - Cinco cosas que me gustaron de la clase de hoy.
- b) **Áreas de oportunidad.** Los aspectos a mejorar de cada estudiante pueden estar vinculados con lo académico, lo personal y lo social. Valorar el logro en esos aspectos es importante en el aprendizaje. Algunos desafíos pueden estar relacionados con:
- Comunicar sus ideas matemáticas ante la clase.
 - Ilustrar de diferentes maneras una misma idea o concepto matemático.
 - Ampliar su vocabulario matemático.
 - Compartir sus estrategias de solución.
 - Escuchar las ideas de los demás y lograr acuerdos para resolver un problema.
 - Cambiar de roles al trabajar al interior del equipo.
 - Participar en la discusión grupal y en equipo.
- c) **Evaluaciones escritas.** Se pueden construir actividades relacionadas a fin de valorar un aspecto específico respecto a un aprendizaje que se busca lograr, esta evaluación puede ser individual o en equipos.

Es importante que en su diseño cada educando pueda mostrar lo que sabe. En el libro de texto encontrará, al final de cada bloque, ejemplos de actividades relacionadas con lo que se pretende evaluar. Por ejemplo, un aspecto importante a aprender en medición es comparar y ordenar longitudes, por lo que se espera que los alumnos puedan identificar quién es el más alto, cuál es el camino más corto, etcétera.

- d) **Rúbricas.** Con este instrumento se definen criterios de éxito claros que permiten valorar la comprensión respecto a un aprendizaje específico para determinar cómo van en el proceso. En una rúbrica se definen escalas para valorar los criterios, pueden ser numéricas o cualitativas. Las rúbricas pueden utilizarse para ser valoradas por el docente o como herramienta de autoevaluación.

Criterios	Indicadores			
Aspectos observables	Aún no se observa	En proceso	Hace lo esperado	Más de lo esperado
Suma números de dos cifras				

Criterios	Indicadores			
Aspectos observables/puntaje	Muy bien	Bien	Regular	Necesito mejorar
Resta números de dos cifras				

4. **Autoevaluación.** Este tipo de evaluación tiene como propósito reflexionar sobre el propio aprendizaje, expresar lo que se ha logrado y lo que falta por lograr, y proponer cómo se

podría alcanzar dicha meta de aprendizaje y qué tipo de apoyo necesita. Puede hacer preguntas como: ¿qué sabes ahora que antes no sabías? ¿Cómo lo aprendiste a hacer? ¿Hay algo que no sepas hacer todavía o se te dificulta? ¿Cómo piensas que te puedo ayudar para aprender eso que se te dificulta?

- a) **Tarjetas de metas y su avance.** Al inicio de ciertos periodos dentro del ciclo escolar, los alumnos anotan sus metas para tiempos determinados sobre lo que deben aprender, y después ellos anotan el nivel de avance.
- b) **Registro de aprendizaje.** Cada alumno puede tener un cuaderno para registrar lo que va aprendiendo y lo que espera aprender. Dicho registro lo pueden realizar al final de un día de clase, al finalizar un trayecto, bloque y hasta el ciclo escolar. Es esencial colocar la fecha y pueden escribir sobre diferentes aspectos del proceso de aprendizaje:
- Hoy aprendí que....
 - Me gustaría volver a hacer el problema sobre ...
 - Mis preguntas sobre la clase de hoy ...
 - Me gustaría aprender sobre ...
 - Hoy me sentí feliz en mi clase de matemáticas cuando logré...

5. **Evaluación entre pares.** Una estrategia es la denominada “dos estrellas y un deseo” lo que busca es construir un espacio para el reconocimiento y la retroalimentación propositiva del trabajo del otro. Al final de una actividad que implica compromiso en equipos, por ejemplo la realización de un proyecto, cada estudiante le dice o escribe, dos aspectos que destacan de su aporte y se señalan uno que podría mejorar.

La estructura del libro gira alrededor de **trayectos**, cada uno formado por varias **lecciones** con problemas y actividades que abordan conceptos o procedimientos matemáticos que apuntan directamente a alcanzar alguno o varios de los aprendizajes esperados de un eje temático.

Dado el énfasis de la propuesta en el aprendizaje conceptual y profundo, la manera en que los trayectos están organizados tiene que ver con un trabajo detallado en el que una misma idea se observa desde distintas perspectivas para poder profundizar en ella.

Por ejemplo, el trayecto 2 llamado “La centena”, se conforma por una serie de actividades y problemas que giran en torno a los primeros cien números y que incluye el conteo, la lectura y escritura, la descomposición y los complementos. Su propósito es fomentar un trabajo profundo con la centena, fortaleciendo la idea de valor posicional y promoviendo, a través de la descomposición, la flexibilidad en el concepto de los números de dos dígitos.

El trabajo realizado en un trayecto, sobre un tema específico, se retoma, profundiza y amplía en el siguiente trayecto que aborda, ya sea el mismo tema u otro relacionado con éste. Por ejemplo, en el segundo bloque se incluye el trayecto “Hasta 1000”, en el cual se construye la serie numérica hasta 1000. Este trabajo incluye la representación de la serie utilizando objetos concretos. Posteriormente, en el trayecto “Otra vez 1000”, se sigue trabajando con los primeros 1000 números, profundizando en estos y explorando con mayor detenimiento las regularidades en la serie numérica, las descomposiciones y las relaciones entre los números.

Como se indicó anteriormente, los problemas y actividades al interior de los trayectos son de diversos tipos; en algunos de tipo exploratorio,

se invita a los estudiantes a realizar actividades, observar y registrar sus resultados para luego comentarlos con el resto del grupo. A través de este tipo de actividades se guía progresivamente a los alumnos para que hagan observaciones particulares. Otros problemas están relacionados con situaciones de la vida cotidiana como las compras o la organización de objetos. En algunos casos los estudiantes deben obtener información a partir de imágenes, para organizarla, analizarla y utilizarla en la resolución del problema. Hay problemas abiertos, en los que se pueden seguir muchos caminos y en donde hay muchas respuestas. Hay también actividades más cerradas, relacionadas más directamente con alguna estrategia o procedimiento. Asimismo, se incluye una variedad de juegos que fomentan el aprendizaje al promover estrategias en las que se ven involucrados conceptos y procedimientos. En su conjunto, las distintas situaciones invitan a hacer contrastes, analogías, a razonar de manera inductiva y a descubrir semejanzas y diferencias, además a hacer generalizaciones a partir de ejemplos concretos.

La diversidad en el tipo de problemas y actividades contribuye al aprendizaje, ya que en cada caso se contemplan aspectos diferentes de las mismas ideas o conceptos, utilizando diferentes modelos o representaciones y teniendo distintos acercamientos. Esto es evidente en las diversas **lecciones** que forman parte de un **trayecto**, por ejemplo en el segundo bloque se incluye el trayecto “Hasta 1000”, en el cual se construye la serie numérica hasta 1000. Este trabajo incluye la representación de la serie utilizando objetos concretos. Posteriormente, en el trayecto “Otra vez 1000”, se sigue trabajando con los primeros 1000 números, profundizando en éstos y explorando con mayor detenimiento las regularidades en la

serie numérica, las descomposiciones y las relaciones entre los números.

Se ha realizado un esfuerzo por presentar problemas significativos para los estudiantes, ante los cuales no se tenga respuesta inmediata y cuya solución requiera del uso de estrategias de pensamiento de un nivel cognitivo alto, y que inviten a generar estrategias nuevas. En su conjunto, se espera que con las actividades planteadas en los trayectos se contribuya a la construcción de los conceptos e ideas matemáticas pertinentes, pudiéndolos utilizar en diferentes contextos.

Cada lección tiene finalidades particulares que se declaran en las intenciones didácticas, ubicadas en el apartado “¿Qué busco?” (ver página 41) y que se pretenden alcanzar a través de los problemas, actividades o juegos planteados en la misma.

En cada lección del libro de texto se incluye un “Cierre”, cuyo propósito es promover la reflexión en torno a lo que se busca con la lección. Dicho “Cierre” generalmente está constituido por una pregunta, o por alguna frase que debe comentarse con el grupo completo. El “Cierre” es la parte sustantiva del trabajo de cada lección; en él se debe promover la participación de los estudiantes para que compartan sus procedimientos, razonamientos, argumentos, e incluso comenten los errores propios y de sus compañeros.



¿Qué forma tendrá la Luna o la semana siguiente de la última observación? ¿Cuánto dura aproximadamente el ciclo completo de la Luna?

Al final de cada lección se incluye la sección “Un paso más”, que es una invitación a seguir explorando y que constituye un nuevo problema, pregunta o actividad que lleva al estudiante a profundizar más en el tema o las ideas de la lección.

Un paso más

¿Qué nombre se le da a cada uno de las distintas formas de la Luna y cómo se pueden distinguir?

Dada la complejidad con la que se abordan los temas, los trayectos están distribuidos, a lo largo del ciclo escolar, siguiendo un orden determinado. Asimismo, los problemas y actividades al interior de los trayectos se presentan siguiendo un orden diseñado para fortalecer el aprendizaje. Es el docente, sin embargo, quien debe decidir si quiere seguir dicho orden o si por alguna razón particular o debido a alguna característica de su grupo, quiere modificarlo. Asimismo, corresponde al docente hacer adecuaciones, cuando sean necesarias, para adaptar los problemas y actividades a las necesidades de sus alumnos (ver Estrategias de diferenciación, página 13 y La planeación como parte integral de la labor docente, página 17). También corresponde al docente construir nuevas situaciones a partir de las presentadas en el libro, para complementar las actividades y fortalecer el aprendizaje. En particular, es conveniente diseñar ejercicios de práctica para que, una vez abordados los conceptos y procedimientos de forma exploratoria y enfatizando su comprensión, pueda profundizarse en ellos a través de la ejercitación.

Cabe destacar que en la propuesta se considera que el pensamiento matemático involucra la construcción de los conocimientos acerca del número, las figuras y los cuerpos geométricos, la medida de diversas magnitudes y de estadística, en igual medida por considerar que todos son importantes. Por lo tanto, los trayectos propuestos muestran un equilibrio entre los ejes, a partir de lo propuesto desde los aprendizajes esperados. Asimismo, cabe mencionar que aunque los trayectos abordan temas particulares de los diferentes ejes, por separado, el trabajo se concluye con un trayecto al final del curso que incluye actividades relacionadas con todos los ejes, y que constituye una oportunidad, por un lado, para evaluar el aprendizaje logrado a lo largo del ciclo escolar y por otro, para seguir profundizando en los temas y desarrollando las habilidades asociadas al pensamiento matemático.

Alternativas para seguir aprendiendo como maestros

Ser maestro, aprender y enseñar

Para ejercer la docencia en la escuela primaria todo maestro debe poseer ciertos saberes educativos que van desde el conocimiento de la materia a enseñar, del currículum, de cómo aprende el alumno los contenidos matemáticos, las lecciones del libro de texto, cómo gestionar la clase, cómo enseñar cada contenido, entre otros.

El conocimiento del contenido matemático a enseñar rebasa el conocimiento de los conceptos matemáticos, requiere conocer la estructura del contenido, es decir, la forma en que los conceptos y principios básicos de las matemáticas se organizan y las formas como se establece la validez o no, de alguna afirmación.

Otro conocimiento tiene que ver con la organización y gestión de la clase, las formas que utiliza el maestro para hacer comprensible un tema en particular, relativo a cómo enseñar cada contenido específico considerando una posición didáctica. El conocimiento curricular se refiere a la propuesta de enseñanza y de aprendizaje presentes en los programas de estudio.



Todos estos y otros conocimientos se articulan en cada sesión de clase y son la base del actuar del maestro, de cómo gestiona la enseñanza de cada contenido del programa de estudios.

1 Aprender de la misma práctica

Si bien, los docentes de la escuela primaria mexicana tienen conocimiento y experiencia en la enseñanza de las matemáticas, que promueven la construcción del conocimiento, cada vez que el maestro entra al salón de clases, tiene la oportunidad de tener nuevos aprendizajes respecto de su tarea de enseñar a partir de analizar su propia práctica. Entre algunos de los aprendizajes que los maestros de primaria obtienen al enseñar matemáticas se encuentran:

a. Aprender cómo los alumnos adquieren los aprendizajes esperados

Uno de los principales aprendizajes que debe lograr todo maestro que enseña matemáticas es habituarse a resolver previamente cada una de las lecciones de cada trayecto, de modo que en el proceso de resolverlas, aprenda qué se espera que aprendan los niños, qué estrategias puede seguir en el grupo, cómo van a aprenderlo, y qué deben saber y saber hacer al terminar el trayecto. También deberá aprender que después de resolverlo en solitario, debe compartir, analizar, reflexionar y tomar decisiones en conjunto con otros maestros, sobre sus experiencias de enseñanza, en relación con los aprendizajes de los alumnos.

b. Reflexionar y escribir sobre posibles maneras de resolver de los alumnos

Al momento de ir resolviendo cada una de las actividades, el maestro debe reflexionar sobre la

manera en que lo hizo, y paralelamente, pensar cómo lo resolvería cada alumno en particular. Es importante anticipar y escribir los posibles procedimientos que podrían usar los alumnos. Este repertorio de posibles procedimientos y razonamientos de los niños, se va ampliando con lo que sucede en el salón de clases con cada grupo.

c. Aprender sobre la forma de organización del grupo

Otro punto a pensar es cómo organizar al grupo para desarrollar cada lección. Si bien se sugiere en el libro para el alumno, con base en el conocimiento de sus estudiantes, puede probar otras formas. Lo importante, es no hacer las cosas de manera mecánica, sino que mientras los alumnos trabajan, solos, en parejas o en equipo, se los debe observar, si hay interacción, la expresión de sus caras, las manifestaciones de si lo están logrando o no. Al observar a sus alumnos trabajar, el maestro podrá ir aprendiendo, según el propósito de cada actividad, cuál es la mejor manera de organizarlos.

d. Saber escuchar y saber preguntar

De manera general, el maestro inicia la clase dando instrucciones para que resuelvan las actividades del libro de texto, les da un tiempo de trabajo, y en la última parte de la clase, los alumnos explican cómo las resolvieron. He aquí uno de los aprendizajes más difíciles para cualquier maestro de primaria, escuchar los razonamientos de los alumnos y no emitir juicios de bien o mal, sino convertir dichos juicios en preguntas para que los alumnos expliquen con detalle sus procedimientos. Y para que el resto del grupo exprese lo que opinan al respecto.

El análisis de la forma en que se resolvió una determinada actividad, lleva al alumno a conocer sobre cómo aprende, esto se llama metacognición, que traducido en términos de aprendizajes, se dice “Aprender a aprender”. Esta actividad es fundamental en el aprendizaje de las matemáticas, y se debe convertir en una práctica cotidiana. En el

ejercicio de revisión, la mayoría de las veces, son los propios alumnos quienes detectan algún error, dicho de otro modo, validan o invalidan el conocimiento generado. Esto es “Hacer matemáticas”.

Aunque los alumnos insistan en que el maestro valide sus resultados o procedimientos y constantemente pregunten: “¿está bien maestro?”, el docente no debe sentirse obligado a responder, más bien, su obligación es hacerles preguntas que sirvan para que ellos mismos sean quienes validen o invaliden sus razonamientos, y que mediante este proceso alcancen el resultado correcto.

La muy repetida frase “que los alumnos resuelvan los problemas con sus propios procedimientos”, que se sugiere en diversos materiales educativos para maestros, con frecuencia se interpreta de manera limitada. Si bien el maestro les pide que expliquen cómo resolvieron el problema, ante resultados diferentes, debe gestionar la revisión del por qué se llegó a estos resultados, cuál de ellos es correcto y cuál incorrecto. Es responsabilidad del maestro orientar mediante preguntas la revisión de los procedimientos realizados y la detección del error por parte de los mismos alumnos. Este es otro aprendizaje fundamental, porque esto se presenta en situaciones particulares y cada caso es diferente. La información que el maestro va obteniendo de cada niño en relación con el aprendizaje esperado, le permite ubicar qué tan lejos o cerca está de alcanzar, y qué dificultad tiene para lograrlo.

Cuando el maestro tiene un amplio conocimiento sobre cómo los alumnos aprenden un determinado concepto, puede escuchar, preguntarles, hacer que los niños expliquen, que encuentren dónde se equivocaron. De esta manera aprenden los niños y aprenden los maestros.

2 Aprender con otros

Aprender a trabajar con otros, a intercambiar ideas sobre proyectos formativos, a gestar acuerdos y a poner en diálogo el proyecto personal con

el institucional forma parte de las finalidades de la formación docente (Sadovsky, 2010).

Así como se postula el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes mediante la acción de los alumnos, en la interacción y discusión en pequeños grupos, el aprendizaje de los maestros sobre el ejercicio de su profesión, ser enseñante, debe salir del aislamiento en el que ha estado hasta ahora para compartir con otros maestros que pertenezcan a la misma escuela o a escuelas cercanas o lejanas, las observaciones, experiencias de enseñanza, formas de proceder de los alumnos, sus planes de clases, así como sus creencias, mitos, éxitos y dificultades que se presentan.

a. Aprender con mis compañeros maestros

Las reuniones mensuales de Consejo Técnico son un espacio para que los profesores analicen, acuerden, compartan experiencias, con la finalidad de crecer como profesionales de la educación, y por lo tanto, lograr aprendizajes con sentido en los niños mexicanos.

Incluir en estas reuniones aquellos temas que ofrecen cierta dificultad en maestros y estudiantes, puede ser el inicio de un camino de grandes motivaciones y éxitos, de aprender de los otros, de compartir la experiencia de probar una estrategia de enseñanza en particular en distintos grados, analizar los resultados en cada uno, mejorarla y de esta manera fortalecer el ser maestro. Apoyarse en el estudio de algunos resultados de investigaciones didácticas relacionados con el tema de enseñanza puede ayudar a tener una mayor comprensión de la situación de enseñanza.

b. Aprender con otros a la distancia

La posibilidad de comunicarnos a pesar de la distancia es un factor que favorece este intercambio con el propósito de aprender y mejorar cada día. Existen en la red numerosas páginas web personales, denominadas blogs donde do-

centes, investigadores, profesores universitarios, ministerios de educación de distintos países, editoriales, tratan una tema educativo. En especial, por ejemplo, la enseñanza de las matemáticas en la primaria; muestran diferentes recursos educativos para las clases como videos de especialistas, actividades de enseñanza. Y son un punto de encuentro para resolver dudas, plantear discusiones, entre otros.

También hay que desarrollar una actitud crítica que permita discernir de toda la información que hay en la red, cuál es seria, fundamentada y cuál no.

c. Aprender sobre la práctica de otros

Participar en debates virtuales en los que se sube una clase grabada sobre la enseñanza de algún tema del programa. La interacción puede articularse y guiarse mediante distintas preguntas. El grupo participante deberá escribir un informe acerca del propósito de la actividad, por ejemplo, analizar las intervenciones del maestro ante las participaciones de los alumnos, o proponer modificaciones a la actividad de aprendizaje.

3 Aprender sobre la enseñanza de temas específicos

Los contenidos matemáticos de cada grado tienen sus complejidades y dificultades dentro de la disciplina y respecto a cómo enseñarlo. Para determinar cómo enseñar ciertos temas que ofrecen cierta dificultad, se puede organizar un grupo de estudio que integre información de alguna clase, ya sea grabada, a partir de un registro de observación de clase, del análisis de las actividades del libro de texto, de bibliografía sobre resultados de investigaciones didácticas sobre el tema, todo con el propósito de construir una propuesta grupal que contemple cómo superar las dificultades encontradas en la práctica.

Mapa curricular y dosificación de aprendizajes esperados: 2º grado

Al inicio de un nuevo ciclo escolar surgen preguntas respecto de los conocimientos previos de los educandos, así como de los temas y contenidos vistos y de los nuevos.

Por ejemplo:

- ¿Qué vieron en el año anterior?
- ¿Cómo se vinculan los aprendizajes esperados de segundo grado con los de primero y con los de tercer grado?
- ¿Qué relación hay al interior de los temas de un eje o entre ejes?

Una herramienta que permite, en la práctica educativa, identificar de manera horizontal cómo están secuenciados y graduados es la dosificación de los aprendizajes esperados. Para ello es necesario tener visibles y a la mano, no sólo los del grado en el que se realiza dicha práctica sino, al menos, los del grado anterior (primer grado) y el posterior (tercer grado). Para reconocer la manera en la que cada uno de los ejes aporta al desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes, para el grado escolar específico, se hace una lectura vertical de esta misma dosificación.

Enseñar matemáticas implica conocer de manera profunda los contenidos matemáticos que corresponden al nivel educativo en el que se trabaja con el grupo. Pero este conocimiento es insuficiente, se necesitan otros elementos que permitan construir espacios de aprendizaje adecuados para cada grupo, conocimientos que se derivan no sólo de formación (inicial y continua) sino de la experiencia en el aula y de los resultados

de investigación en educación matemática, como ya se comentó en el apartado anterior.

Conocer los propósitos generales de la educación básica, así como los específicos para la educación primaria, es útil como un referente amplio para las acciones realizadas en cada una de las clases, en las que se pretende avanzar hacia el logro de los aprendizajes esperados para el grado en el que se imparte esta enseñanza. Como se mencionó previamente, para construir entornos que enriquezcan el aprendizaje se requiere establecer conexiones entre lo que se sabe y lo nuevo por conocer. Por lo que el tener a la mano los aprendizajes esperados del grado anterior, en este caso, primer grado, puede ser útil para la toma de decisiones respecto de la planeación y de la evaluación a fin de establecer conexiones entre contenidos anteriores y posteriores a los que se están viendo en este segundo grado.

Cada eje y tema contiene ideas matemáticas diferenciadas que en su conjunto contribuyen al desarrollo del pensamiento matemático de los alumnos y por ende, del logro de los propósitos específicos para la educación básica. En cada aprendizaje esperado se entretajan ideas y estrategias matemáticas fundamentales que de manera gradual y cíclica los alumnos se van apropiando en un grado o al cabo de varios grados escolares. Así la lectura tanto horizontal como vertical del mapa curricular en su conjunto, y de la dosificación de los aprendizajes esperados más cercanos al grado escolar en que se trabaja, posibilita el establecimiento de puentes y relaciones entre diferentes asignaturas, ejes y temas. A continuación presentamos un desglose, por eje, tema, aprendizaje esperado, bloque y trayecto.

EJES	TEMAS	APRENDIZAJES ESPERADOS	TRAYECTOS		
			Bloque 1	Bloque 2	Bloque 3
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	Número	Lee, escribe y ordena números naturales hasta 1000.		T2. Hasta 1000 T8. Otra vez 1000	T1. Más sobre el 1000
	Adición y sustracción	Calcula mentalmente sumas y restas de números de dos cifras, dobles de números de dos cifras y mitades de números pares menores que 100.	T2. La centena T7. Otra vez 100	T2. Hasta 1000 T4. Más sumas y restas	T3. Sumas y restas hasta 1000
	Multiplicación y división	Resuelve problemas de suma y resta con números naturales hasta 1000.	T3. Sumas y restas hasta 100	T4. Más sumas y restas	T3. Sumas y restas hasta 1000 T9. Puesto de galletas
	Figuras y cuerpos geométricos	Resuelve problemas de multiplicación con números naturales menores que 10.	T5. Introducción a la multiplicación	T6. La multiplicación	T5. Cuadro de multiplicaciones
FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	Figuras y cuerpos geométricos	Construye y describe figuras y cuerpos geométricos.	T6. Características de las figuras geométricas T9. Cuerpos geométricos	T5. Construcción de figuras T7. Más cuerpos geométricos	T4. Composición y descomposición de figuras T7. Mosaicos T9. Puesto de galletas
	Magnitudes y medidas	Estima, compara y ordena eventos usando unidades convencionales de tiempo: día, semana, mes y año.	T1. La semana y el mes	T1. Los meses	T6. Los años
	Estadística	Estima, compara y ordena longitudes y distancias, pesos y capacidades, con unidades no convencionales y el metro no graduado, el kilogramo y el litro respectivamente.	T8. A medir más longitudes T10. A experimentar con la capacidad	T3. El litro T9. Midamos distancias y la longitud T11. Experimentar con peso	T2. Más sobre distancias y longitudes T8. El kilogramo y la balanza T9. Puesto de galletas
ANÁLISIS DE DATOS	Estadística	Recolecta, registra y lee datos en tablas.	T4. Registro en tablas sencillas	T10. Búsqueda de información.	T9. Puesto de galletas

Se inicia con algunas consideraciones generales para cada eje, para después pasar a las recomendaciones puntuales de las lecciones de cada trayecto.

a. Número, álgebra y variación

En este eje los estudiantes en segundo grado profundizan en su comprensión de la estructura del sistema de numeración decimal. Se continúa el trabajo iniciado en primer grado con actividades en torno al conteo, la lectura, la escritura y la comparación de números, el desarrollo de estrategias de cálculo y la resolución de problemas. En este caso, se añade, al trabajo con la suma y la resta, la introducción a la multiplicación como operación. También se amplía el rango numérico hasta 1000, pero el énfasis se mantiene en la construcción del sentido numérico, es decir, en la comprensión de la estructura de los números y de sus relaciones.

El sistema decimal y el valor posicional

Al ampliarse el rango numérico, el acercamiento al conteo en segundo grado se realiza, en mayor medida, a través del trabajo con la estructura del sistema decimal. Se tiene como fundamento la idea de que contar va más allá de enunciar la serie numérica y que involucra elementos tales como la invariancia de la cardinalidad (reconocer que el número de elementos del conjunto se mantiene sin importar el orden en que se presentan o la organización que tengan los mismos) y la inclusión (saber que cada número se incluye en el siguiente, es decir, el 89 está incluido en el 90) y el valor posicional (el valor de un dígito en un número depende del lugar en el que se encuentra ubicado).

El trabajo con el conteo parte de colecciones concretas pero se realiza fomentando el conteo

de grupos. Considerar a un grupo (de 10 o 100 elementos) como una unidad es una idea fundamental en el desarrollo del sentido numérico y se encuentra estrechamente vinculada con el valor posicional. Para lograr que los estudiantes desarrollen esta idea es importante que se utilicen diferentes modelos para representar y organizar tanto los elementos en una colección como los símbolos numéricos: utilizando objetos para representar agrupamientos, representando los símbolos en tarjetas, en secuencias ascendentes y descendentes, en tablas de números y en la recta numérica. Por ejemplo, en el trayecto 1 del bloque 3, los alumnos realizan agrupamientos de 100 y de 10 para expresar cantidades.

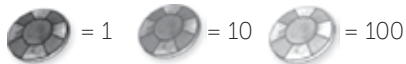
Para trabajar con los agrupamientos que conducen a la idea de valor posicional, en el libro se propone en primera instancia el uso de tableros en los que se pueden acomodar objetos. En particular se utiliza el “Tablero de 10”, que está formado por 10 cuadrados y el “Tablero de 100” que es una cuadrícula de 10 por 10.

Tableros de 10

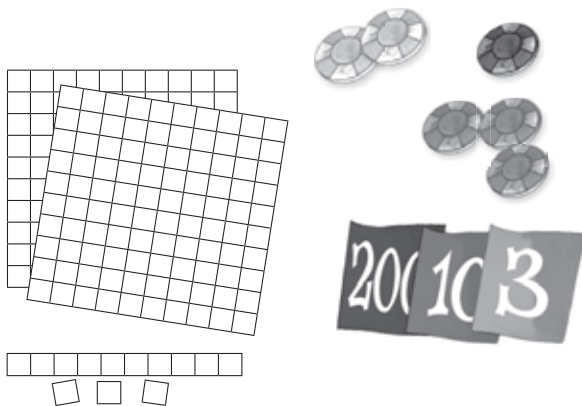
Los tableros de 10 sirven para fomentar los agrupamientos en 5 y en 10. Sirven también para trabajar con la descomposición de 10 en sumandos y con complementos a 10. Los estudiantes los pueden utilizar para realizar agrupamientos y comparar y ordenar colecciones. Puede utilizarse para modelar la equivalencia entre 10 unidades y una decena.

Los tableros de 100, ponen también de manifiesto la manera en que está organizado el sistema decimal en grupos de 10. Permiten explorar el conteo de 1 en 1 y de 10 en 10, de 2 en 2, etcétera, así como las diferentes regularidades que se presentan en la sucesión numérica. De igual manera, utilizados en conjunto con los Tableros de 10, modelan la equivalencia entre 10 decenas y una centena.

Un segundo momento en el trabajo con colecciones y agrupamientos es cuando se utilizan objetos que representan unidades, decenas y centenas. En el libro se propone el uso de fichas de colores, así como de monedas y billetes para este fin.



Asimismo, se sugiere el uso de tarjetas de unidades, decenas y centenas completas para formar cantidades. Lo anterior permite que puedan representarse los números utilizando diferentes modelos. Por ejemplo el 213 se representa así:



Se fomenta, al igual que en primer grado, la descomposición no solamente mediante diferentes modelos, sino también con agrupamientos equivalentes. En el caso del 213 puede representarse con los objetos anteriores, en descomposiciones distintas a la convencional que involucra el mayor número posible de decenas y centenas:

Grupos de 100 (centenas)	Grupos de 10 (decenas)	Elementos sueltos (unidades)
		213
	21	3
1	11	3
2	1	3
2	0	13

Algunas descomposiciones equivalentes de 213 en centenas, decenas y unidades

Si bien es deseable que los estudiantes aprecien las ventajas de los agrupamientos convencionales, este tipo de trabajo con descomposiciones equivalentes es importante no solamente para profundizar en la comprensión del número, sino también para desarrollar estrategias de cálculo. A través de las diferentes descomposiciones se construye un concepto de número flexible y se construye un camino que facilita agrupar y desagrupar en decenas y unidades al sumar y restar cantidades.

La lectura, escritura y comprensión de los números se desarrollan también a través del análisis de patrones o regularidades en la serie numérica. La búsqueda de elementos que se repiten, distinguiéndolos de aquellos que cambian, es parte fundamental de la actividad matemática. En este caso, se busca que los niños describan regularidades en la numeración hasta 1000 utilizando tableros, tiras de números y con la recta numérica.

Con el fin de explorar características y regularidades en la sucesión numérica se utiliza la recta numérica, la cual constituye un modelo que facilita posteriormente la incorporación de los números enteros, las fracciones y los decimales. Fomenta la idea de continuidad, es decir, la certeza de que no hay “huecos” entre los números o de que entre dos números siempre hay otro dígito. En ella se pueden mostrar números consecutivos, o unos que siguen cierto patrón o regularidad. Esto constituye una herramienta valiosa también para el cálculo. Por ejemplo, en ella se pueden dar “brincos” de diferentes tamaños, para sumar o restar.



Recta numérica

Suma y resta

La suma y la resta como operaciones se van construyendo a través de actividades en las que se desarrolla una variedad de estrategias para el cálculo. Se fomentan, por ejemplo, estrategias en las que se trabaja con decenas y centenas completas: juntar dieces al sumar dígitos, completar a la decena y centena más próxima (sumar 4 a 236 para tener 240 o restar 3 a 723 para tener 720) y con el conteo de 10 en 10 y de 100 en 100.

El desarrollo de las estrategias de cálculo se da dentro de un contexto de resolución de problemas. Se exploran diferentes situaciones aditivas: situaciones en las que se añade, junta, compara, quita. El valor faltante se presenta en el resultado ($34 + 58 = \underline{\quad}$), en el estado inicial ($\underline{\quad} + 58 = 92$) y en el operador ($34 + \underline{\quad} = 92$).



Conocía el algoritmo de la suma y trabajé siempre con el valor posicional, preguntando por las unidades y decenas para poder llevar a mis alumnos a la suma 'de llevar'. Hasta que empecé a trabajar así como con muchas descomposiciones, con monedas o así viéndolo de muchas formas, es algo que yo no hacía pero que veo cómo mis alumnos sí las buscan y luego usan eso. Siento que les sirve para entender mejor.

Relato de experiencia docente

El algoritmo convencional de la suma se construye de manera paulatina a través de una serie de actividades que fomentan el tránsito entre descomposiciones equivalentes, ya sea en centenas, decenas y unidades. Se proponen situaciones en las que se intercambian grupos de unidades y decenas por decenas y centenas, y se trabaja, al sumar, con múltiples representaciones en la escritura de cantidades.

Centenas	Decenas	Unidades
2	5	4
3	6	9
5	Total: 11	Total: 13
5	12	3
6	2	3

Si bien a lo largo de todo el texto se busca la comprensión por encima del utilizar procedimientos sin entenderlos, es importante mencionar que para desarrollar un sentido numérico profundo, la práctica es necesaria. Al resolver operaciones en una variedad de contextos se espera que los estudiantes desarrollen fluidez para operar con los números. Al trabajar una y otra vez con la suma de dígitos los resultados se van memorizando de forma natural. Esto facilita posteriormente los cálculos, así como la comprensión de procedimientos más eficientes.

La multiplicación

En segundo grado se introduce la multiplicación como la operación que permite representar una suma de dos o más sumandos iguales. El trabajo inicia con sumas repetidas, presentándose éstas en diferentes contextos: colecciones de objetos del mismo tamaño y arreglos rectangulares. En esta parte es importante relacionar las estrategias de suma con patrones a observar en sucesiones numéricas. Se introducen después el símbolo y la palabra “multiplicación” para nombrar y representar este tipo de sumas. Finalmente se trabaja con el cuadro de multiplicaciones para explorar en éste las regularidades que lo caracterizan. Se enfatiza la importancia de una introducción exploratoria a la multiplicación en la que el trabajo riguroso con la memorización de las tablas se deja para momentos posteriores.

El cálculo mental

Para promover el desarrollo de las habilidades de cálculo y el sentido numérico en los alumnos, a lo largo del texto se trabaja con el cálculo mental. Hay lecciones específicas, al final de los trayectos, dedicadas a trabajar con alguna estrategia o procedimiento particular de cálculo

mental. Resulta insuficiente, sin embargo, que dichas estrategias se trabajen únicamente en las lecciones dedicadas a ello. Se recomienda que, una vez trabajada la lección en la que se introduce la estrategia, ésta se incorpore al repertorio de cálculo mental que se maneja en el salón y que debe trabajarse de manera constante. De igual manera, las estrategias de cálculo con lápiz y papel deben practicarse más allá de las actividades en el libro en las que se desarrollan. Se recomienda que se dedique al cálculo una sesión corta de 10 a 15 minutos, varias veces a la semana y de manera independiente al trabajo con lecciones que tienen que ver otros temas matemáticos.

b. Forma, espacio y medida

En este eje se abordan dos temas: Figuras y cuerpos geométricos; Magnitudes y medidas.

Cada niño necesita oportunidades para desarrollar y expresar su pensamiento geométrico y espacial, no sólo como una herramienta en las actividades escolares sino para participar activamente en la sociedad. Contar con herramientas para el reconocimiento de propiedades y relaciones geométricas permite a los estudiantes prepararse para la modelación matemática y disponer de otros acercamientos para resolver problemas y dar explicaciones.

En segundo grado el énfasis está en la construcción y descripción de figuras y cuerpos geométricos. Por lo que se profundiza en el análisis e interpretación de relaciones de figuras y de cuerpos geométricos a través de la experimentación. En el libro de texto encontrará actividades que favorecen la observación de las formas en el entorno, la manipulación de objetos, de figuras y de cuerpos geométricos, la construcción y trazo, así como la comparación, la clasificación y análisis de algunas de sus características a fin de elaborar colectivamente descripciones más geométricas. Nombrar sobrepasa al acto de enriquecer el vocabulario, es poner atención en las propiedades y en los objetos

6 Alrededor del 10

1 Anota los números que faltan.

Número	Una decena de números	Una decena de números
5	17	6

2 ¿Cuánto falta para 10?

Número	¿Cuánto le falta para 10?
2	4

3 Suma o resta en tu mente.

$10 + 8$	$10 + 6$
$10 - 8$	$10 - 6$
$10 + 9$	$10 + 1$
$10 - 9$	$10 - 1$

¿Cuánto le falta al 1 para llegar a 10? ¿Cuánto le falta al 7 para llegar a 10?

4 ¿Cómo hiciste para sumar 10 más un número? ¿Cómo hiciste para restar 10 menos un número?

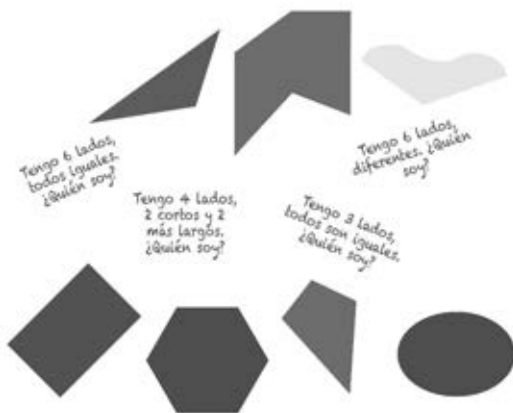
Un paso más ¿Cuánto le falta al 0 para llegar a 10? ¿Cuánto le falta al 10 para llegar a 10?

10

que son de interés en geometría. Describir estas propiedades ayuda a extraer la estructura que subyace a un grupo de figuras o cuerpos. Respecto de las relaciones espaciales, encontrará actividades que continúan con el desarrollo de la percepción o visualización geométrica, la anticipación de un resultado (antes de rotar, reflejar o trasladar figuras y cuerpos), y la comunicación oral y escrita para reconstruir una configuración geométrica en el plano o en el espacio.

Características de figuras y cuerpos geométricos: visualizar, construir y definir

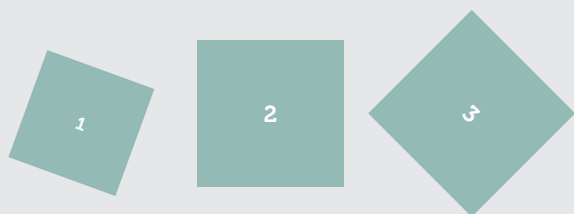
Experimentar y explorar con diversas figuras y cuerpos favorece la construcción de conceptos y comprensión de sus propiedades (lo que es invariante). Las representaciones geométricas proveen información que es necesario discernir, por ejemplo: qué propiedades tienen, qué las define y qué es invariante. Aprender a extraer toda esta información geométrica es un proceso gradual. En el libro se proponen actividades que involucran diversidad de figuras geométricas y sus características, por ejemplo, con lados rectos y curvos, con pocos o muchos lados, y con diferentes relaciones entre los tamaños de los lados de una misma figura y entre figuras. Después, el análisis se centra en algunos polígonos (de tres, cuatro, cinco y seis lados) y el círculo.



Lo mismo se propone para los cuerpos geométricos, se inicia con cuerpos comunes en el entorno de los alumnos, como prismas (en particular rectangulares y triangulares, así como el cubo), pirámides, esferas, cilindros y conos, principalmente. El análisis se guía hacia las formas de sus caras (planas o curvas), si tienen o no aristas, si tienen o no vértices. El trabajo con los cuerpos y su representación en papel requiere un fuerte trabajo inicial con los objetos en físico (en tres dimensiones), de manera que puedan confrontar cómo se ve ese objeto cuando está dibujado (en dos dimensiones). De ahí podrán concluir que lo que vemos depende desde dónde lo vemos.

Un problema que seguramente le resulta familiar en su salón de clases es vincular la posición espacial a las características geométricas de las figuras y cuerpos geométricos. Estas apreciaciones de los educandos pueden estar relacionadas con los ejemplos que, seguramente, han visto en libros, en el pizarrón o cuando se les describen verbalmente o con gestos. Entonces, un punto central en el tema de “figuras y cuerpos geométricos” es aprender a “ver” (percibir); es decir, a discernir objetos geométricos y sus relaciones. Pero, ¿por qué resulta difícil para algunos diferenciar entre la figura/cuerpo geométrico y su representación? Una limitación que se tiene en geometría es que cuando se construye una figura o cuerpo geométrico sus lados tienen medidas, color, grosor y una posición específica (es decir, es un caso particular), pero se pretende que los aprendices observen (a través de esta representación) una mayor diversidad desechando información de esa representación (esto es, imaginar si son más grandes, pequeños, si están en diferentes posiciones). Para propiciar en los alumnos la reflexión sobre las características geométricas es necesario usar las transformaciones geométricas —como rotar (rotación), voltear (simetría) y mover (traslación)— sobre figuras y sobre cuerpos geométricos y focalizarse en reconocer lo que cambia y lo que no cambia.

¿Por qué en mi clase, algunos niños consideran que el cuadrado es el número 2 mientras que el rombo es el que está con el número 3?



Relato de experiencia docente.

Una figura o un cuerpo geométrico no pierde sus propiedades cuando se mueve, rota o gira.

Relaciones geométricas entre figuras y entre cuerpos geométricos: clasificar y explicar

En este grado para realizar clasificaciones, se propone disponer de una amplia variedad de figuras a fin de que los educandos manipulen, comparen y separen tomando en cuenta dos características comunes de manera simultánea, por ejemplo: el número de lados y la forma de sus lados (curvos o rectos), relacionar número de lados y el tamaño, o si tienen vértices o no. Para clasificar cuerpos geométricos también se analizan dos características: si tienen bordes (o aristas) pero no tienen picos (o vértices); si tienen bordes (o aristas) y tienen picos (o vértices); o si no tienen bordes (o aristas) ni picos (o vértices). Al momento de clasificar figuras y cuerpos geométricos, se involucran otras acciones como: nombrar, describir, conjeturar y explicar, lo que ayuda a tomar conciencia de la estructura geométrica que subyace a dicho grupo.

Relaciones geométricas entre figuras y cuerpos geométricos, cambio de dimensiones

Lograr establecer diferencias y relaciones entre figuras y cuerpos geométricos es más complejo que la confusión de términos para nombrarlos, por ejemplo, decir cuadrado en lugar de cubo.

Lograrlo requiere construir y deconstruir cuerpos y analizar su superficie. En el libro se analizan características en el contexto de las cajas, de la elaboración de forros, del armado con popotes/palillos (prismas y pirámides) y las huellas que dejan. También se proponen problemas de construcciones con cubos iguales a fin de explorar qué se puede formar y cómo se “ven”, a fin de destacar la importancia del punto de referencia. O formar una configuración usando las caras de un cubo.

Diversos materiales para desarrollar el sentido geométrico y espacial

Para lograr una comprensión profunda de las características geométricas de diferentes figuras y cuerpos es necesario que los estudiantes tengan oportunidades de verlos, explorarlos y discutirlos en una amplia variedad y en distintos contextos. El sentido geométrico y espacial es fundamental para otros contenidos geométricos como el de semejanza y para resolver problemas de otros temas, ejes o asignaturas en las que se usan contextos geométricos; por ejemplo, en medición, en fracciones, proporcionalidad, álgebra, artes o en física. Es decir, es importante que los alumnos se apropien de herramientas que les permitan comprender y transformar diversas representaciones geométricas, ya sean en enunciados verbales -como descripciones, definiciones o instrucciones-, en dibujos en papel o en computadora o en modelos físicos a fin de resolver problemas y analizar fenómenos.

Magnitudes y medidas

En primer grado los alumnos aprendieron a comparar, ordenar, estimar o igualar cantidades de longitud, capacidad y peso de manera directa o con intermediarios. En este grado comprenderán que otra forma de resolver esos problemas es a partir del uso de unidades de medida. Saber, por ejemplo, que un mueble mide de largo 7 varas y otro mide 11 varas permite compa-

rarlos sin necesidad de juntarlos. Además, el uso de unidades facilita la tarea de ordenar objetos a partir de cierta magnitud, pues los números ya están ordenados y ese orden determina el de los objetos.

Las actividades que se plantean a lo largo del año permiten entender varios aspectos de los procedimientos de medición. Por ejemplo, para medir longitudes es necesario repetir la unidad las veces que se pueda sin encimarla, sin dejar huecos y en línea recta. O bien, para medir capacidades es necesario rasar la unidad, no apretar demasiado la arena o masa y tampoco hacer burbujas, o no tirar agua. Los alumnos aprenderán que si no cuidan estos detalles, las medidas pueden variar tanto que no serán útiles para comparar objetos.

El uso de unidades implica el problema de contar con una unidad estable, es decir, que se mantenga fija. Por ejemplo, un paso que no varíe de tamaño según le convenga a la persona, o representar el año siempre del mismo tamaño en una línea del tiempo. También implica la necesidad de que todos los alumnos del grupo utilicen la misma unidad para poder comparar los resultados de sus mediciones.

En algunas actividades los alumnos tendrán disponibles varias unidades para poder elegir la más pertinente según el objeto a medir. Por ejemplo, conviene medir el ancho del salón en varas pero el de una libreta en dedos. Medir un mismo objeto con distintas unidades permite establecer, por ejemplo, que si un objeto pesa más que otro, su medida es mayor con cualquier unidad que se utilice.

Los alumnos usarán unidades no convencionales y también el litro, kilogramo y metro. Estas unidades convencionales se introducen a partir de los contextos en los que figuran: los libros informativos dan la medida de animales en metros, en el mercado las frutas y verduras suelen venderse por kilogramos y los productos comerciales de limpieza expresan el contenido en litros. En el caso del tiempo, desde el inicio se emplean las

unidades convencionales, a saber, el día, semana y mes. Las actividades buscan que los alumnos comprendan qué tan largo es un metro, cuán pesado es un kilogramo, cuánto es un litro y cuánto duran la semana, el mes y el año.

Otra actividad importante consiste en construir escalas para longitud y peso, es decir, una cuerda con marcas en cada vara o metro, y una balanza romana graduada en kilogramos. Dichas escalas permiten medir con mayor facilidad. Por ejemplo, para el caso de la longitud, evita la necesidad de repetir varias veces la unidad y contar el número de veces, pues este número ya está registrado en la escala. Además, reduce los errores de medición que provienen de encimar la unidad o dejar huecos. Estas graduaciones permitirán a los alumnos comprender el funcionamiento de las cintas métricas o balanzas comerciales.

Finalmente, la elaboración de líneas del tiempo para registrar el paso de los meses o años permiten (además de algunas cosas señaladas anteriormente como la necesidad de tener una unidad estable y repetirla sin dejar huecos ni encimar) comprender la información que se concentra en el calendario o las líneas de tiempo en las que se representan periodos más grandes como el siglo en otras asignaturas.

c. Análisis de datos

En segundo grado los estudiantes profundizan y amplían los conocimientos acerca de: la elaboración de preguntas, las posibles respuestas, la recolección de datos, la organización en tablas y la validación o no de conclusiones que pueden sacarse de los datos obtenidos. Toman decisiones acerca de: a quién preguntarles, qué preguntarles, cómo elaborar las preguntas, cómo recolectar los datos. Además, agrupan los datos en categorías.

En este grado, los alumnos analizan las preguntas que pueden permitirles obtener información. Se analizan las respuestas para presentarlas

en una tabla que ayude a comunicar y comparar los resultados obtenidos de la encuesta.

También se enfrentan a información ya organizada para que ellos validen si corresponde al resultado de aplicar la encuesta.

A diferencia de primero, en este grado se trata de que los alumnos se involucren en la recolección de datos, así como en la organización de tablas y en la obtención de conclusiones más puntuales.

Elección del tema a investigar

Para conocer más de sus compañeros, en este grado los alumnos deciden de un listado de temas, cuál quieren preguntar. Es fundamental que la decisión se tome entre todos y que piensen y digan a los demás por qué les gustaría hacer preguntas sobre dicho tema. Esta reflexión facilitará la tarea siguiente de elaborar preguntas que cumplan con el requisito de que las respuestas sean diferentes a: *Sí, No* o *No sé*. Se trata de que los niños pongan en juego su habilidad indagatoria respecto de saber qué piensan o qué les gusta a sus compañeros del tema elegido.

Elaboración de preguntas

Es común que las primeras preguntas que surjan tengan como respuesta: *Sí, No* o *No sé*.

Si esto sucede, el maestro deberá hacer reflexionar sobre los términos a utilizar en las preguntas. Por ejemplo, ¿tienes hermanas? Las respuestas pueden ser *Sí* o *No*. En cambio, si se pregunta: ¿cuántos hermanos tienes?, la respuesta será un número de 0 en adelante.

Para que los alumnos empiecen a elaborar preguntas escritas, antes deben hacérselas entre ellos de manera oral, y probar cuáles respuestas se obtienen. El probar las preguntas, no sólo sirve para comprobar si está bien elaborada, sino también para tener una idea de las posibles respuestas que se pueden obtener.

El niño de este grado está en lo que se conoce como “la edad de las preguntas” o acaba de pasar

La estadística aporta a la formación matemática algo importante y único: el razonamiento a partir de datos empíricos inciertos. Este tipo de pensamiento estadístico debería ser parte del equipamiento mental de todo ciudadano inteligente.

Marco teórico, PISA 2003.

por ella. Si promovemos esta capacidad de los niños, tendremos estudiantes que no se conforman sólo con recibir información, sino que permanentemente se cuestionan sobre diferentes cosas, lo que les lleva a involucrarse activamente en la adquisición del conocimiento.

Recolección y organización de los datos

En ese cuestionamiento del que hablamos, está el que ellos se pregunten acerca de la mejor manera de aplicar la encuesta, si preguntan directamente o dejan los formatos para que los completen.

Respecto del uso de las tablas para organizar los datos, en este grado se utilizan para reunir las respuestas de las encuestas aplicadas. Al haber más de una pregunta, surgen categorías para clasificar la información obtenida.

Además de las tablas se presenta un esquema gráfico muy usado actualmente para presentar información estadística, llamado infografía.

Estructura de las sugerencias didácticas

Al inicio de cada **trayecto** encontrará una ficha descriptiva con tres apartados:

1. Organizadores curriculares. Corresponden al eje, tema y aprendizajes esperados en los que se inserta dicho trayecto.

2. Propósito y descripción del trayecto. Se precisa la finalidad del trayecto en su conjunto y se señalan los aspectos conceptuales particulares que se abordan (variables didácticas, estrategias, aspectos a discernir). Como se ha mencionado en secciones anteriores, lograr los aprendizajes esperados implica un proceso continuo y cíclico; en

esta descripción se mencionan los aspectos que se comparten con otro(s) trayecto(s) y la manera en que dicho trayecto contribuye al logro del aprendizaje esperado.

3. Tiempo de realización. Se informa sobre el número de lecciones que integran el trayecto y el tiempo lectivo estimado para su implementación en horas o semanas de clases. En el caso de lecciones que requieren ser repetidas en un lapso mayor, por ejemplo, de cálculo mental o para la construcción de la magnitud tiempo, se señalará de manera explícita.

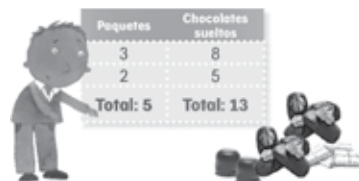
Las recomendaciones para cada lección comunican la intención didáctica y matemática que la sustenta y se señalan aquellos aspectos de los conceptos o procedimientos que se pretende desarrollar o profundizar. Los apartados que la componen son:

- **¿Qué busco?** Indica la intención didáctica específica de cada lección.
- **¿Qué materiales necesito?** Se listan los materiales necesarios para su implementación, y que deberán solicitarse o elaborarse con anticipación. Si bien se proponen algunas alternativas, en caso de que no sean factibles de conseguir en su comunidad, puede cambiarlos por otros más accesibles siempre y cuando tengan características similares y permitan la experimentación y exploración de las ideas matemáticas precisadas en el apartado “¿Qué busco?” Este apartado aparece cuando el uso de materiales específicos es fundamental.
- **¿Cómo guió el proceso?** Se dan pautas sobre los aspectos en los cuales se debería centrar la atención, aspectos que permiten lograr la inten-

ción didáctica específica. Se dan sugerencias de algunas preguntas clave para hacer a los aprendices a fin de guiarlos hacia su consecución.

- **¿Qué errores comunes puedo encontrar?** Se señalan algunos de los más frecuentes y que son parte de ese camino del aprendizaje, además se acompaña de recomendaciones para la intervención docente ante dicho error. Cabe mencionar que este apartado aparece cuando es pertinente.
- **Pautas para evaluar.** Proporciona algunas ideas para realizar una evaluación formativa. Los resultados pueden informar sobre aspectos diversos, por ejemplo, del contenido matemático, de los errores y dificultades, del nivel cognitivo de las actividades (alto, adecuado o bajo) para el grupo, avances respecto a la apropiación de vocabulario matemático, a la cultura del salón de clase, a las habilidades de comunicación e interacción, o de la actitud hacia las matemáticas.
- **¿Cómo apoyar?** Se dan sugerencias de la intervención docente para adecuar la actividad propuesta cuando hay dificultades con la actividad original. También el tipo de retroalimentación necesaria para que los alumnos logren avanzar en su aprendizaje.
- **¿Cómo extender?** Se sugieren alternativas de cómo podría complejizar la actividad de manera que se profundice aún más en el concepto, esto puede darse, por ejemplo, cambiando el contexto o aumentando el nivel de dificultad. En otros casos, se proponen actividades para establecer conexiones con otros temas o asignaturas.

	Paquetes	Chocolates sueltos
Pasitos con chocolate		
Chocolates con nueces		



Paquetes	Chocolates sueltos
3	8
2	5
Total: 5	Total: 13
Total: 6	Total: 3

Como tengo un nuevo paquete de chocolates, debo agregarlo a los 5 paquetes que había juntado y sólo me quedaron 3 chocolates sueltos.