

OBJETIVO GENERAL

Reforzar de manera teórica y práctica, la comprensión y desarrollo del pensamiento crítico, mediante la lectura de textos, asociación de imágenes, resolución de ejercicios, asesorías docentes y producción de contenido, con el fin de mejorar los niveles de desempeño y logro en las áreas de Matemática y Lenguaje y Comunicación; rumbo a la evaluación PLANEA 2023.

¿Cómo está estructurado el cuadernillo?

En la sección “Mis bases” encontrarás los conceptos y ejemplos de cada contenido, así como los recursos donde puedes consultar el tema.

MÁXIMO COMÚN DIVISOR Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

Mis bases

DIVISOR DE UN NÚMERO
Identifiquemos que se entiende por divisor de un número.
a) Los divisores de un número son los números naturales que le pueden dividir, resultado de cociente otro número natural y de resto 0.

Los divisores de 60 son: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60. Tiene 12 divisores.

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD
Podemos saber fácilmente si un número es divisible por otro sin necesidad de hacer la división, observando estas características:

- 2 Si... termina en 0 u cifra par.
- 3 Si... termina de 3 en 3, en 6 u en 9.
- 4 Si... termina en 0 u en 4.
- 5 Si... termina en 0 u en 5.
- 10 Si... termina en 0.

RECURSOS

<https://www.youtube.com/watch?v=Qz6qdXRN8I>

https://www.youtube.com/watch?v=jDdWaENPq_0

<https://guiauniversitaria.mx/como-hacer-un-ensayo-bien-estructurado/>

Mis desafíos

EJERCICIO 1
Para los siguientes casos determina:
a) El Máximo Común Divisor.
Códigos de excel si el mayor divisor que se repite en los siguientes números

6 — [][][][]
9 — [][][]
12 — [][][][][][]

Hallamos el M.C.D. (6, 9, 12, 30)

60 — [][][][][][][][][]
10 — [][][]
30 — [][][][][]

b) Mínimo Común Múltiplo.
Decide que se conserva el significado de múltiplo de un número, tanto a punto en pedida, como el menor múltiplo que sea que se repite en cada uno de los siguientes números

6 — [][][][][][][][][]
9 — [][][][][][][][][]
12 — [][][][][][][][][]

En la sección “Mis desafíos” podrás realizar los ejercicios de reforzamiento del tema. Considera las sugerencias para la resolución de los ejercicios.

SUGERENCIAS PARA LA REDACCIÓN

ANTES DE ESCRIBIR organiza bien tus ideas.
MIENTRAS ESCRIBES cuida la redacción, la presentación y la ortografía.
AL TERMINAR no olvides revisar tu texto.

Mis logros

Para valorar el nivel de avance que has logrado en este tema, es importante que completes la siguiente tabla de manera consciente y honesta. Marca con un X la casilla correspondiente.

Interpretación del nivel de avance:
100-90% - Lo logré de manera independiente
89-79% - Requiere apoyo para construir el aprendizaje
69-59% - Fue difícil el proceso de aprendizaje y solo lo logré parcialmente.
49% en adelante - No logré el aprendizaje.

CONTENIDOS CURRICULARES	NIVEL DE AVANCE			
	100-90%	89-79%	69-59%	49% o menos
CONCEPTUALES Identifico las características y estructura del ensayo. Conozco la metodología propia para la redacción de un ensayo.				
PROCEDIMENTALES Practico la metodología para la redacción de ensayos objetivos y ensayos subjetivos. Redacto ensayos utilizando la metodología apropiada. Expreso mis ideas de manera escrita con cohesión, limpieza, correcta ortografía y redacción. Reflexiono sobre temas vinculados a mi vida personal, familiar y social. Expreso mi aprecio por el lenguaje al escribir con cohesión, limpieza, correcta ortografía y redacción.				
ACTITUDINALES Manejo argumentos acerca de un tema, de manera reflexiva. Trabajo de manera colaborativa, compartiendo mis ideas y escuchando respeto a las otras aportaciones.				

La sección “Mis logros” está diseñada para que puedas autoevaluar tu desempeño respecto a los contenidos curriculares conceptuales, procedimentales y actitudinales.

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

Mis bases

DIVISOR DE UN NÚMERO

Identifiquemos que se entenderá por **divisor de un número**:

- Los divisores de un número natural son los números naturales que le pueden dividir, resultando de cociente otro número natural y de resto 0.

$42 \overline{) 7}$	División exacta, 42 es múltiplo de 7
$0 \quad 6$	

La división no es exacta, 39 no es múltiplo de 8

$39 \overline{) 8}$	
$7 \quad 4$	

➔

Los divisores de **60** son:

1	2	3	4
5	6	10	12
15	20	30	60

tiene 12 divisores

En estos ejemplos, si realizamos la división del número dado, entre cada uno de los divisores, observaremos que nos dará CERO.



Un número **a** es **divisor** de un número **b** si la división de **b** entre **a**, es exacta.

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Podemos saber fácilmente si un número es divisible por otro sin necesidad de hacer la división, observando estas características:



Fuente recuperada <http://www.colegiomiralbueno.es/index.php/blog/unArticulo/9/922/0/87>

MÁXIMO COMÚN DIVISOR (MCD)

El **Máximo Común Divisor (MCD)** de un conjunto de números enteros, es el producto de todos los divisores comunes a todos los números de ese conjunto.



Otra manera: El Máximo Común Divisor de varios números a, b, c, etc., es el número más grande que es divisor de todos esos números.

Ejemplo: Determine el MCD de 12 y 30.



Observa: 1, 2, 3 y 6; son **divisores** de 12 y de 30, el mayor es el 6.



$$\text{MCD}(12, 30) = 6$$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN CON MCD

El Máximo Común Divisor se aplica en situaciones que se quieran dividir en pedazos, segmentos iguales de longitud.

Las palabras claves para identificar o aplicar el **MCD** en un problema son las siguientes:

Fuente recuperada [https://www.youtube.com/watch?profe Rodolfo Rodriguez Alfero Youtube](https://www.youtube.com/watch?profe+Rodolfo+Rodriguez+Alfero+Youtube)



EJEMPLOS

1. Nicole tiene 25 bolas blancas, 15 azules y 90 rojas, ella quiere elaborar collares **iguales** de tal forma que cada collar tenga la misma cantidad de bolas sin que sobre ninguna. ¿Cuántos collares puede elaborar Nicole?

Sabemos que se aplica MCD porque aparece la palabra clave **"IGUALES"**

Palabra Clave

MCD (25, 15, 90)

25	15	90	5
5	3	18	



La respuesta del primer ejercicio sería 5 collares.

2. Divide 3 varillas de 20, 24 y 36 cm en pedazos **iguales** y el mayor posible sin que sobre ni falte un pedazo entre cada varilla, la longitud de cada pedazo.

MCD (20, 24, 36)

20	24	36	2
10	12	18	2 = 4 cm
5	6		

$$36 \div 4 = 9$$

$$20 \div 4 = 5$$

$$24 \div 4 = 6$$



Palabra Clave

La longitud de cada pedazo es de 4 cm.

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN DE LOS EJERCICIOS

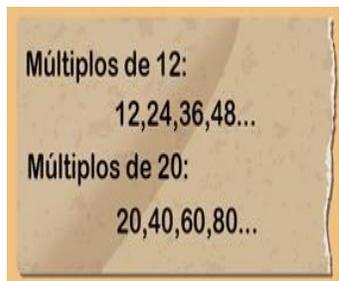
- Lee atentamente cada reactivo.
- Identifica el contenido relacionado con el reactivo.
- Redacta de forma clara y sencilla tu argumento mencionando que contenidos y definiciones relacionaste con cada reactivo.

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (mcm)

Identifiquemos que se entiende por **múltiplo de un número**:

- El múltiplo de un número, son aquellos que obtienes cuando multiplicas un número por otros, es decir, como si repasáramos las tablas de multiplicar.



Fuente recuperada
<https://www.mundoprimaria.com/curso-matematicas/minimo-comun-multiplo>



Múltiplos de 2			Múltiplos de 3		
$2 \times 0 = 0$	$2 \times 1 = 2$	$2 \times 2 = 4$	$3 \times 0 = 0$	$3 \times 1 = 3$	$3 \times 2 = 6$
$2 \times 3 = 6$	$2 \times 4 = 8$	$2 \times 5 = 10$	$3 \times 3 = 9$	$3 \times 4 = 12$	$3 \times 5 = 15$
...hasta el infinito			...hasta el infinito		

Fuente recuperada
<http://www.bartolomecossio.com/MATEMATICAS/multiplos.html>

Para calcular el múltiplo de los números que se nos dieron en los ejemplos anteriores, debemos multiplicar sucesivamente por 1, por 2, por 3..., y así obtener una infinidad de números.

¿QUÉ SIGNIFICA DESCOMPONER EN FACTORES PRIMOS?

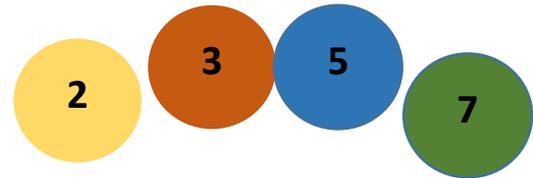
Significa que vamos a encontrar 2 o más números primos, que dividan exactamente a un entero y esto se logrará haciendo divisiones utilizando los números primos hasta llegar a 1.

DESCOMPONER EN FACTORES PRIMOS

75	3	Numeros Primos 2 3 5 7 11
25	5	
5	5	
1		

Recuerda.

Los números **primos** son los que tienen dos divisores, que son el 1 y el mismo número primo.



Fuente recuperada <https://www.youtube.com/watch?v=OGq6UbpIkw> Daniel Carreón



MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (mcm)

El **Mínimo Común Múltiplo (mcm)** de dos o más números, es el menor de los múltiplos comunes de dichos números distinto de cero.

Otra manera: El **mínimo común múltiplo** de varios números es el producto de los factores **comunes y no comunes** elevados a su **mayor** exponente.

Ejemplo: Determine el mcm de 35 y 25.



Observa 175, 350 y 525 son múltiplos de 35 y 25

mcm (35,25) = 175

EJERCICIOS DE APLICACIÓN CON MCM

El mínimo común múltiplo se aplica cuando se quiere determinar una frecuencia, el menor número y cada cierta cantidad de horas, días, meses, minutos, etc.



Fuente recuperada <https://sites.google.com/a/iepinal.edu.co/gmathsix-17/trimestre-i/teoria-de-numeros/mcd-y-mcm>

EJERCICIO 1

Sean dos naves que parten juntas desde Ciudad de México. Una **volverá** a partir dentro de doce (12) días y la otra dentro de cuarenta (40) días. La pregunta es ¿Cuántos días transcurrirán para que ambas naves vuelvan a partir juntas?

Sabemos que se aplica mcm por la palabra clave **volverá**.

Palabra Clave

En este ejemplo lo que debemos hacer, es hallar el mínimo común múltiplo de 12 y de 40. Para ello descomponemos cada uno de esos números en sus factores primos.

12	40	2
6	20	2
3	10	2
3	5	3
1	1	5

$$\Rightarrow m. c. m = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$$

R = 120 días



EJERCICIO 2

Dos ciclistas profesionales participan en una competencia en la pista de un velódromo. El primero de ellos demora 32 segundos en dar una vuelta completa a la pista y el segundo 48 segundos. ¿Cada cuánto tiempo en segundos, se **encontrarán** en el punto de partida?

Palabra Clave

Sabemos que se aplica mcm por la palabra clave "encontrarán".

El ejemplo es similar al anterior por lo que tenemos que descomponer 32 y 48 en sus factores primos.

32	48	2
16	24	2
8	12	2
4	6	2
2	3	2
1	3	3
1	1	

$$\Rightarrow m. c. m = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 96$$

R= Cada 96 segundos.



Fuente recuperada
<https://www.ejemplode.com/5-matematicas/1321-ejemplo-de-minimo-comun-multiplo.html#ixzz6wleWbUQU>

RECORDANDO

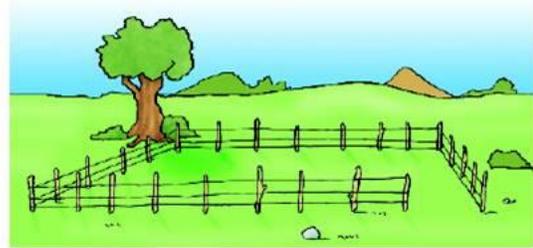
- Para calcular el mínimo común múltiplo de dos o más números, empezamos por descomponer esos números en factores primos.
- El mínimo común múltiplo se obtiene tomando todos los factores (comunes y no comunes), elevados a la máxima potencia.

EJERCICIO 2. Determina el Máximo Común Divisor en los siguientes ejercicios:

a) En una frutería quieren colocar 48 aguacates y 60 tomates en bandejas iguales, sin mezclar las frutas y sin que sobre ninguna. ¿Cuál es el mayor tamaño que pueden tener las bandejas?



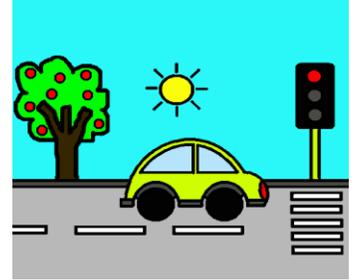
b) Una parcela mide 180 m de largo por 160 m de ancho. El agricultor decide dividirla en parcelas iguales, de forma cuadrada y del máximo tamaño posible.

**EJERCICIO 3.** Determina el Mínimo Común Múltiplo en los siguientes ejercicios:

a) Dos autobuses salen a la vez de la estación uno de ellos completa su recorrido y vuelve cada 36 minutos y el otro cada 24. ¿Dentro de cuánto tiempo volverán a coincidir en el punto de salida?

Fuente recuperada <https://www.youtube.com/watch?v=hpwzXMAQOIo>

b) En un tramo de carretera recto y bastante largo hay tres semáforos. El primero se pone en rojo cada 3 minutos, el segundo cada 6 minutos y el último cada 12 minutos. Si los tres semáforos coinciden a las 13:15 horas, ¿Sabrías dar la hora exacta de la próxima coincidencia? Justifica tu respuesta utilizando el concepto de mcm.



Fuente recuperada <https://www.youtube.com/watch?v=hpwzXMAQOIo>



¿Sabías qué?

Para poder resolver problemas sobre M.C.D. Y M.C.M. debes tener en cuenta las siguientes indicaciones:

- Debes leer el problema las veces que sean necesarias.
- Se debe recoger los datos del problema.
- Identificar lo que se necesita.
- Plantear estrategias al problema.
- Comprobar las estrategias y elegir una de ellas.

RECURSOS

- [https://co.pinterest.com/pin/571746115194603474/?amp_client_id=CLIENT_ID\(\)&mweb_unauth_id={default.session}&simplified=true](https://co.pinterest.com/pin/571746115194603474/?amp_client_id=CLIENT_ID()&mweb_unauth_id={default.session}&simplified=true)
- <https://es.scribd.com/document/478580908/Minimo-Comun-Multiplo-y-Maximo-Comun-Divisor-para-Cuarto-Grado-de-Primaria-3-docx>
- <https://www.youtube.com/watch?v=hpwzXMAQOIo>
- <https://leccionesdemates.com/blog/problemas-de-mcd-maximo-comun-divisor/>
- https://www.ejemplode.com/5-matematicas/1321-ejemplo_de_minimo_comun_multiplo.html#ixzz6wleWbUQU
- (2040) Mínimo común múltiplo, concepto y ejemplo – YouTube youtube.com.
- <https://www.mundoprimaria.com/recursos-matematicas/minimo-comun-multiplo>
- <https://www.youtube.com/watch?v=OGg6Ubplbkw>
- Libro de Matemáticas I Bloque I Pág. 31 a la 37.

Mis Logros

Para valorar el nivel de avance que has logrado en este tema, es importante que completes la siguiente tabla de manera consciente y honesta. Marca con un X la casilla correspondiente.

Interpretación del nivel de avance:

100-90% - Lo logré de manera independiente.

89-70% - Requerí apoyo para construir el aprendizaje.

69-50% - Fue difícil el proceso de aprendizaje y sólo lo logré parcialmente.

40% o menos – No logré el aprendizaje.

CONTENIDOS CURRICULARES		NIVEL DE AVANCE			
		100-90%	89-70%	69-50%	40% o menos
CONCEPTUALES	Identifico los contenidos conceptuales relacionados con Mínimo Común Divisor.				
	Identifico las palabras claves asociadas con el Mínimo común Divisor.				
	Conozco la metodología de MCD.				
PROCEDIMENTALES	Practico la metodología para resolver problemas de MCD.				
	Aplico los pasos para resolver problemas de aplicación asociados con el MCD.				
	Expreso mis ideas de manera escrita con orden, limpieza, correcta ortografía y redacción.				
	Reflexiono sobre temas vinculados a mi vida personal, familiar y social.				
ACTITUDINALES	Expreso mi aprecio por el lenguaje matemático al escribir con orden, limpieza, correcta ortografía y razonamiento lógico mis argumentos al dar respuesta a un problema particular.				
	Manejo argumentos acerca de un tema, de manera reflexiva.				
	Trabajo de manera colaborativa, compartiendo mis ideas y mostrando respeto a las otras aportaciones.				

OPERACIONES CON NÚMEROS

Mis bases

DEFINICIÓN DE TÉRMINO ALGEBRAICO

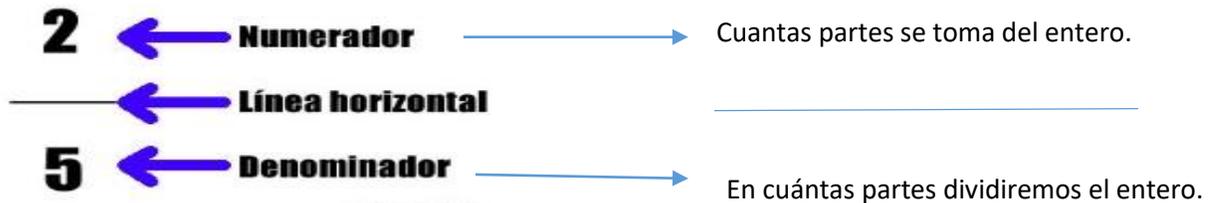
FRACCIÓN ALGEBRAICA

Es el cociente indicado de dos expresiones algebraicas.

Así, $\frac{a}{b}$ es una fracción algebraica porque es el cociente indicado de la expresión **a** (dividendo) entre la expresión **b** (divisor).

El dividendo **a** se llama numerador de la fracción algebraica, y el divisor **b**, denominador. El numerador y el denominador son los términos de la fracción.

Partes de una fracción



FRACCIONES PROPIAS, IMPROPIAS Y MIXTAS

FRACCIONES	FRACCIONES PROPIAS (Numerador menor que el denominador)	$\frac{2}{7}$
	FRACCIONES IMPROPIAS (Numerador igual o mayor que el denominador)	$\frac{3}{3}, \frac{8}{5}$
	NÚMEROS MIXTOS (Enteros y fracciones)	$4 \frac{9}{4}$

Fuente recuperada <https://bit.ly/3dmt8OD>

OPERACIONES CON FRACCIONES PROPIAS

A continuación, se muestra la operatividad que se debe seguir de acuerdo al tipo de fracción que se tenga, tomando como referencia el denominador:

Fracciones con igual denominador o fracciones homogéneas.	Fracciones con diferente denominador o fracciones heterogéneas.
$\frac{5}{9} + \frac{2}{9}$	$\frac{2}{9} + \frac{1}{6}$
$\frac{1}{8} + \frac{3}{8}$	$\frac{7}{12} + \frac{1}{4}$
$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$	$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$

Elaborado para este cuadernillo

Ejemplos. De manera más clara a lo estandarizado en la tabla, se ilustra a continuación, el procedimiento para la suma de fracciones:

Para sumar fracciones del mismo denominador: se suman los numeradores y se deja el mismo denominador.

$$\frac{4}{6} + \frac{3}{6} + \frac{8}{6} = \frac{4+3+8}{6} = \frac{15}{6}$$



Para restar fracciones del mismo denominador: se restan los numeradores y se deja el mismo denominador.

$$\frac{9}{7} - \frac{3}{7} = \frac{9-3}{7} = \frac{6}{7}$$

REDUCCIÓN DE FRACCIONES A COMÚN DENOMINADOR POR EL MÉTODO DE LOS PRODUCTOS CRUZADOS:

Para reducir fracciones a común denominador por el método de los productos cruzados, se multiplican el numerador y el denominador de cada fracción por el producto de los denominadores de las demás.

Ejemplo. Vamos a reducir a común denominador las fracciones:

$$\frac{3}{2} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{60}{40}$$

$$\frac{3}{2} \quad \frac{5}{4} \quad \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 4}{2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{8}{40}$$

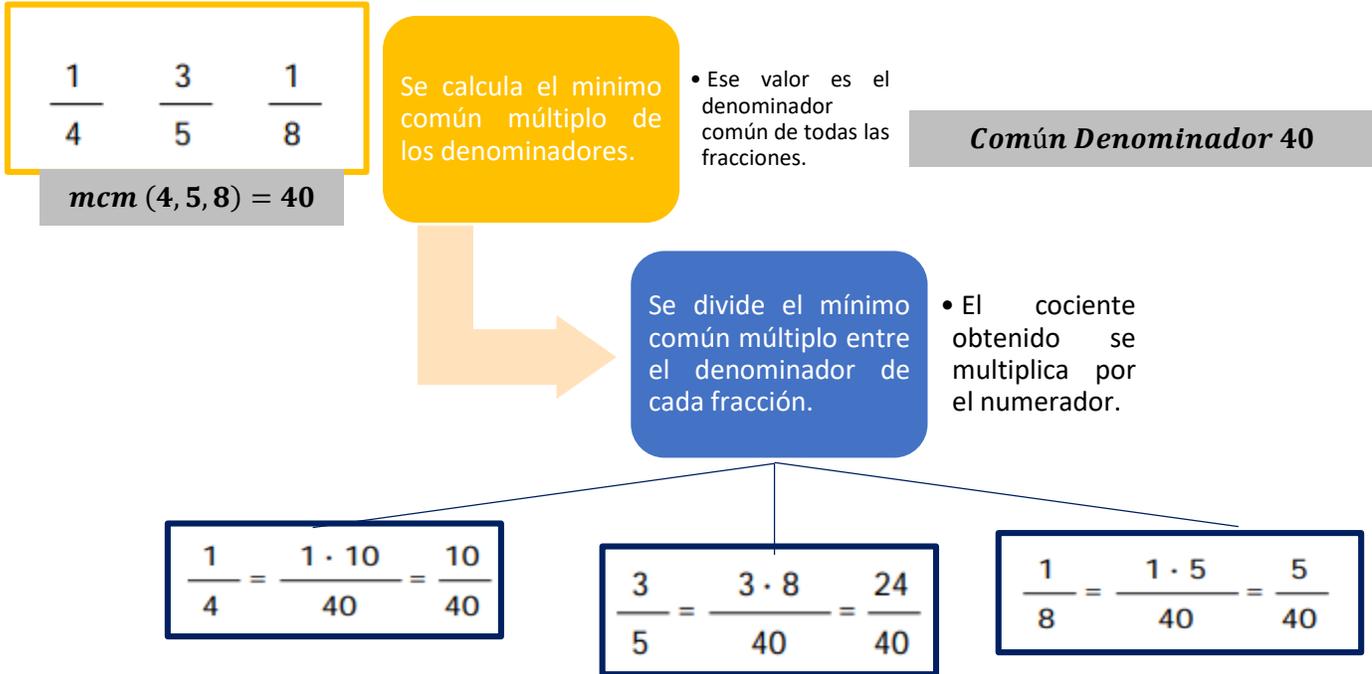
$$\frac{5}{4} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{50}{40}$$

Fracciones encontradas

$$\frac{60}{40} \quad \frac{50}{40} \quad \frac{8}{40}$$

REDUCCIÓN DE FRACCIONES A COMÚN DENOMINADOR POR EL MÉTODO DEL MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO.

Para reducir fracciones a común denominador por el método del mínimo común múltiplo se procede así:



Fuente recuperada: <https://bit.ly/3dmYLHO>



Para realizar la suma de fracciones con diferente denominador, también se puede realizar por mínimo común múltiplo (mcm).

FRACCIONES IMPROPIAS

Es toda fracción en la que el numerador es mayor o igual que el denominador.

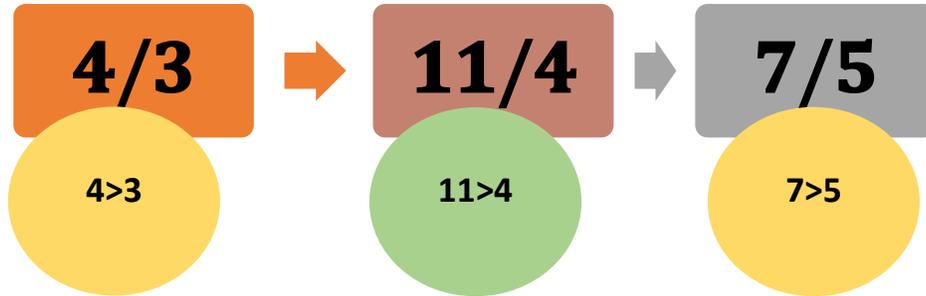
fracciones impropias

$\frac{a}{b} = a > b$

→ el numerador es mayor

Ejemplos: $\frac{3}{2} = 3 > 2$

→ que el denominador



Fuente recuperada: <https://bit.ly/2SDAFkY>

FRACCIONES MIXTAS

Una fracción mixta permite representar una fracción impropia a partir de un número entero y una fracción propia.

Fuente recuperada: <https://bit.ly/3x6KWVY>

Convertir fracciones mixtas a fracciones impropias

Para convertir una fracción mixta a una impropia se realiza lo siguiente:

1. Multiplica la parte entera por el denominador.

CONVERTIR FRACCIONES MIXTAS A IMPROPIAS

$3\frac{1}{5} \rightarrow 15 + \frac{1}{5} = \frac{16}{5}$

2. Suma al numerador, el resultado obtenido de la multiplicación del entero por el denominador.

3. Escribe el resultado de la suma en el numerador y finalmente, conserva el denominador de la fracción.

Otro ejemplo:

$$4\frac{5}{6} + 2\frac{1}{2} = \frac{29}{6} + \frac{5}{2} = \frac{58 + 30}{12} = \frac{88}{12}$$

Multiplicación de Fracciones

Para multiplicar fracciones: multiplicar numerador con numerador y denominador con denominador.

Producto de numeradores

Producto de denominadores

$$\frac{3}{2} \times \frac{7}{4} = \frac{3 \cdot 7}{2 \cdot 4} = \frac{21}{8}$$

Fuente recuperada: <https://bit.ly/3w4d3DJ>

Cociente (división) de Fracciones

Para dividir una fracción $\frac{a}{b}$ por otra fracción $\frac{c}{d}$, se multiplica la fracción $\frac{a}{b}$ por la fracción inversa de $\frac{c}{d}$ ($\frac{c}{d}$ Inversa $\frac{d}{c}$), o lo que es lo mismo, se multiplican en cruz los términos de las fracciones $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c}$.

Ejemplos:

División de fracciones

$$\frac{4}{5} \div \frac{3}{8} = \frac{4 \times 8}{5 \times 3} = \frac{32}{15}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

$$\frac{3}{4} : \frac{5}{7} = \frac{3 \times 7}{4 \times 5} = \frac{21}{20}$$

Fuente recuperada: <https://bit.ly/3qvTOIf>

RECURSOS

- *Libro de texto de los TBC Matemáticas I (Bloque I: Números racionales).*
- *Evaluación Diagnóstica Al Ingreso De La Educación Media Superior, Guía de estudios 2019-2020.*
- <https://www.youtube.com/watch?v=NCak3K475hY>
- <https://www.youtube.com/watch?v=LgMptyzudX>
- <https://www.youtube.com/watch?v=2FAexADgxP8>

Mis desafíos



Ejercicio 1

a) Realiza las siguientes operaciones con suma, resta y división de fracciones.

$$\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} =$$

$$\frac{3}{5} \div \frac{1}{2} =$$

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{2} =$$

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{2} =$$

b) Indica con una palomita si la fracción es propia, impropia, mixta, homogénea y heterogénea.

Fracción	Propia	Impropia	Heterogénea	Homogénea	Mixta
$7\frac{3}{4}$					
$\frac{3}{4}$					
$\frac{5}{2}$					
$\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$					
$\frac{3}{5} + \frac{2}{6}$					

Ejercicio 2

a) Para pintar una casa se mezclaron $\frac{5}{4}$ L de pintura blanca y $\frac{1}{2}$ L de pintura azul. Al final sólo se emplearon $\frac{2}{3}$ L de la mezcla. ¿Cuántos litros sobraron?

- a) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{4}{3}$ c) $\frac{13}{12}$ D) $\frac{29}{12}$

b)

Tema: Fracciones impropias a Mixtas**1.- Transforme la fracción mixta a fracción impropia**

$$3\frac{4}{9} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$2\frac{7}{12} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

c)

2.- Identifique si es fracción propia, impropia o mixta

$$\frac{8}{18}$$

$$\frac{26}{9}$$

$$5\frac{3}{7}$$

Ejercicio 3**Resuelve los siguientes problemas argumentando cada uno de los pasos utilizados.**a) Un ciclista recorre $35\frac{3}{4}$ km en $2\frac{1}{2}$ horas, ¿Cuál es su velocidad promedio por hora?b) Para construir un mueble se requieren $27\frac{1}{2}$ metros lineales de madera recortados de la siguiente forma: $\frac{5}{11}$ del total en tramos de 2.5 metros, $\frac{8}{15}$ de lo que resta en tramos de un metro y lo que sobra en tramos de medio metro. ¿Cuántos tramos de cada medida se necesitan?

Mis Logros

Para valorar el nivel de avance que has logrado en este tema, es importante que completes la siguiente tabla de manera consciente y honesta. Marca con un X la casilla correspondiente.

Interpretación del nivel de avance:

100-90% - Lo logré de manera independiente

89-70% - Requerí apoyo para construir el aprendizaje

69-50% - Fue difícil el proceso de aprendizaje y sólo lo logré parcialmente.

40% o menos – No logré el aprendizaje.

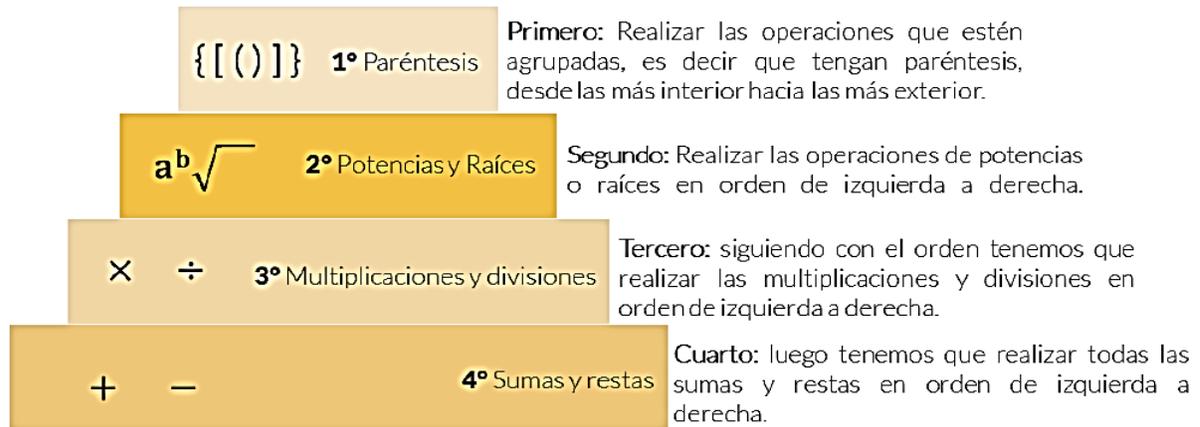
CONTENIDOS CURRICULARES		NIVEL DE AVANCE			
		100-90%	89-70%	69-50%	40% o menos
CONCEPTUALES	Identifico los contenidos conceptuales relacionados con las fracciones suma, resta y división.				
	Identifico los tipos de fracciones propias e impropias y determino sus procedimientos.				
	Conozco la metodología para realizar fracciones y conociendo las fracciones homogéneas y las heterogéneas saber aplicar para resolver problemas diversos.				
PROCEDIMENTALES	Practico la metodología para resolver fracciones algebraicas y convertir a fracciones equivalentes.				
	Aplico los pasos para identificar los términos semejantes y operar con monomios y polinomios.				
	Expreso mis ideas de manera escrita con orden, limpieza, correcta ortografía y redacción.				
	Reflexiono sobre temas vinculados a mi vida personal, familiar y social.				
ACTITUDINALES	Expreso mi aprecio por las fracciones algebraicas al escribir con orden, limpieza, correcta ortografía y razonamiento lógico mis argumentos al dar respuesta a un problema particular.				
	Manejo argumentos acerca de un tema, de manera reflexiva.				
	Trabajo de manera colaborativa, compartiendo mis ideas y mostrando respeto a las otras aportaciones.				

JERARQUÍA DE LAS OPERACIONES (LEYES DE LOS SIGNOS)

Mis bases

DEFINICIÓN DE JERARQUÍA DE OPERACIONES

Es un método o regla para resolver una operación en una expresión combinada, que contenga dos o más operadores. La regla o jerarquía indica que:



Evaluación Diagnóstica Al Ingreso De La Educación Media Superior, Guía de Estudios 2019-2020.

Cuando realizamos operaciones con los números debemos tener claro que solo podemos efectuar una operación a la vez, de modo que es necesario saber cuál es el orden correcto para realizar todas las operaciones que aparezcan en una misma expresión.

En una expresión aritmética puede ser que aparezcan los **signos de agrupación como los paréntesis (), corchetes [] o llaves de conjunto { }**, así también los operadores aritméticos y potencias.

El siguiente ejemplo, ilustra su aplicación al determinar el valor de la expresión aritmética.

Evaluación Diagnóstica Al Ingreso De La Educación Media Superior, Guía de Estudios 2019-2020.

$4+4 \times 4+4=$ $8 \times 4+4=$ $32+4=36$	✗	$4+4 \times 4+4=$ $4+16+4=$ $20+4=24$	✓
Incorrecto		Correcto	

Para la obtención correcta de los resultados, recordemos que primero se ejecutan los paréntesis anidados o agrupando, potencias, multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha, al igual que sumas y restas; al orden especificado se le llama **prioridad de los operadores aritméticos**.

Para poder aplicar esta regla de jerarquía de operaciones debemos conocer la **ley de los signos**.

¿QUÉ ES UN SIGNO?

En matemáticas, un signo es un símbolo usado para indicar una operación entre dos expresiones; tales como:

RADICALIZACIÓN SUMA $+$ MULTIPLICACIÓN \times
 RESTA $-$ \div

<https://www.youtube.com/watch?v=W2GWO8Xt560>

O bien, para indicar alguna característica de un elemento; como si es:

POSITIVO o NEGATIVO



La **ley de los signos** para la suma, resta, multiplicación y división nos dice:



Suma	Resta	Multiplicación	División
$(+) + (+) = (+)$	$(+) - (-) = (+)$	$(+) (+) = (+)$	$\frac{(+)}{(+)} = (+)$
$(-) + (-) = (-)$	$(-) - (+) = (-)$	$(-) (-) = (+)$	$\frac{(-)}{(-)} = (+)$
$(+) + (-) = (+) \circ (-)$	$(+) - (+) = (+) \circ (-)$	$(+) (-) = (-)$	$\frac{(+)}{(-)} = (-)$
$(-) + (+) = (+) \circ (-)$	$(-) - (-) = (+) \circ (-)$	$(-) (+) = (-)$	$\frac{(-)}{(+)} = (-)$

Evaluación Diagnóstica Al Ingreso De La Educación Media Superior, Guía de Estudios 2019-2020.

Jerarquía De Operaciones

Utilizando la regla o jerarquía de operaciones, podemos aplicar claves o bien **nemotécnicas** que nos faciliten su aplicación.



P	Paréntesis	
E	Exponentes	
M	Multiplicaciones	}
D	Divisiones	
A	Adiciones	}
S	Sustracciones	

Para Explicar Mucho Dime Adios Susy

<https://www.todamateria.com/jerarquia-de-operaciones/>

Nota



Recuerda siempre que las operaciones de multiplicaciones, divisiones, adiciones (sumas) y sustracciones (restas), se realizan de izquierda a derecha.

EJEMPLO 1.

Primero se deben separar los **términos** y luego resolver cada uno de ellos.

- Se resuelven las operaciones encerradas entre **parentesis, corchetes** y **llaves**; en el siguiente orden:
 - Potenciación y radicación
 - Multiplicación y división
 - Suma y restas
- Se resuelven las sumas y las restas que separan los términos.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c} \text{1}^\circ \text{ término} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{2}^\circ \text{ término} \end{array} \\
 \underbrace{(17 \times 2 + 3^2 - 6)}_{\downarrow} \div 5 - 2 \times \underbrace{(4.7 - 1.2 \times 2)}_{\downarrow} = \\
 (34 + 9 - 6) \div 5 - 2 \times (4.7 - 2.4) = \\
 \underbrace{37 \div 5}_{\downarrow} - \underbrace{2 \times 2.3}_{\downarrow} = \\
 7.4 - 4.6 = 2.8
 \end{array}$$



<https://matematica.laguia2000.com/general/operaciones-combinadas>

EJEMPLO 2.

Se desea evaluar la expresión:

$$3^2 + 8x^2 + 6x^3 + 4 - \sqrt{9}x^5 - 7 + 2^3$$

1°. Realizar las operaciones que estén agrupadas, es decir que tengan paréntesis, desde las más interior hacia las más exterior.

No aplica

2°. Realizar las operaciones de **potencias o raíces** en orden de izquierda a derecha.

$$3^2=9 \quad \sqrt{9}=3 \quad 2^3=8$$

$$9+8 \times 2+6 \times 3+4-3 \times 5-7+8$$

3°. Siguiendo con el orden tenemos que realizar las multiplicaciones y divisiones en orden de izquierda a derecha.

$$8 \times 2=16 \quad 6 \times 3=18 \quad 3 \times 5=15$$

$$9+16+18+4-15-7+8$$

4°. Realizar todas las sumas y restas en orden de izquierda a derecha.

$$9+16+18+4+8=55 \quad -15-7=-22$$

$$55-22=33$$

Nota

Términos: hace referencia a cada uno de los elementos que intervienen en una relación, suma, resta, sucesión, proporción o fracción.

Evaluar: Atribuir o determinar el valor de algo o de alguien, teniendo en cuenta diversos elementos o juicios.

EJEMPLO 3.

Se desea evaluar la expresión:

$$10 - 2^2 + \frac{15 - 3^2}{5 + 1} + (4 - 1)(3 + 2)$$

$$\begin{aligned}
 &= 10 - 2^2 + \underbrace{\left(15 - \underbrace{3^2}_{1: \text{ por prioridad}} \right)}_{\text{operación agrupada}} \div \underbrace{(5+1)}_{2: \text{ op. agrupada}} + \underbrace{(4-1)}_{3: \text{ op. agrupada}} \underbrace{(3+2)}_{4: \text{ op. agrupada}} \\
 &= 10 - 2^2 + \underbrace{(15-9)}_{5: \text{ op. agrupada}} \div 6 + \underbrace{2^2}_{6: \text{ prioridad}} + 6 \div 6 + (3)(5) \\
 &= 10 - 4 + \underbrace{6 \div 6}_{7: \text{ asociatividad}} + (3)(5) = 10 - 4 + 1 + \underbrace{(3)(5)}_{8: \text{ prioridad}} = \underbrace{10-4}_{9: \text{ asociatividad}} + 1 + 15 \\
 &= \underbrace{6+1}_{10: \text{ asociatividad}} + 15 = \underbrace{7+15}_{11} = 22
 \end{aligned}$$

Comprobación con calculadora:

$$10 \square - 2 \square \wedge 2 \square + (15 \square - 3 \square \wedge 2 \square) \square \div (5 \square + 1 \square) \square + (4 \square - 1 \square) \square (3 \square + 2 \square) \square =$$

Se mostrará en la pantalla: $\boxed{22}$

Nota: Las teclas pueden variar de un modelo y marca de calculadora a otro.

Matemáticas I. Libro de texto TBC (Bloque I: Resuelve Problemas Aritméticos y Algebraicos).



RECURSOS

- Matemáticas I. Libro de texto TBC (Bloque I: Resuelve Problemas Aritméticos y Algebraicos).
- Manual de Ejercicios. PLANEA 2016.
- Evaluación Diagnóstica al Ingreso de la Educación Media Superior. Guía de estudios 2019-2020.
- <https://www.youtube.com/watch?v=XV5PiV2-91U>
- <https://www.youtube.com/watch?v=W2GWo8Xt560>
- <https://www.youtube.com/watch?v=6f40XK7nssY>

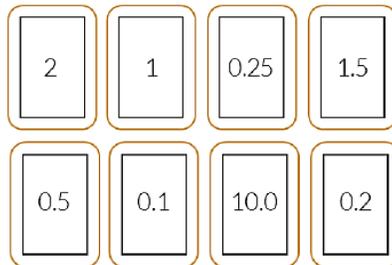
Mis desafíos



Pon a prueba tus conocimientos:

Ejercicio 1.

- c) En un juego tenemos las siguientes cartas, una vez resueltas con estos números, puestas hacia abajo una sobre otra.



Se pueden anotar
 $2 \times 0.5 + 0.1 + 0.2$
 $0.1 \times 0.2 \times 0.5 \times 2$
 $2 \div 0.1 + 0.5 \times 0.2$

El juego inicia al tomar del centro cada carta, cada alumno puede voltear 4 cartas y los números se anotan de la siguiente forma, al final gana el que tenga más puntos.

Alumno	Operaciones	Resultado
Lulú	$0.2 \times 2 + 0.25 \times 0.1$	
Pablo	$2 \div 0.1 \div 0.2 \div 0.25$	
Julia	$2 \times 0.1 \times 0.2 + 0.25$	

¿Quién ganó? _____

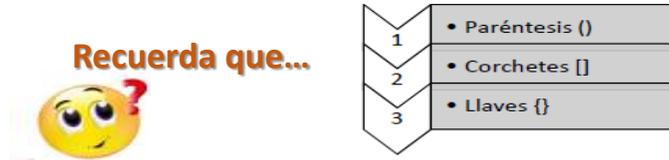
Evaluación Diagnóstica al Ingreso de la Educación Media Superior. Guía de estudios 2019-2020.

- d) Resuelve los siguientes ejercicios aplicando la jerarquía de operaciones.

Operaciones:	Resultado:
$7 \cdot 3 + [6 + 2 \cdot (2^3 \div 4 + 3 \cdot 2) - 7 \cdot \sqrt{4}] + 9 \div 3$	<input type="text"/>
$7 \cdot 2 - [7 + 12 - (8 - 6)] + (4 + 6 - 15) + 3 - (5 - 4)$	<input type="text"/>
$5^2 - [6 - 2 - (1 - 8) - 3 + 6] + 5$	<input type="text"/>
$12^2 \div \sqrt{16} \div \sqrt{81} + 5^2 \times 6 \div 3$	<input type="text"/>
$\sqrt{13^2 - 12^2} + (6 - 4)^2 \times 8 - \sqrt{(10 - 8)^2}$	<input type="text"/>
$\sqrt{5^2 - 3^2} \times 2^2 + \sqrt[3]{8} \times \sqrt{81} \div 18 \sqrt{18 \times 8}$	<input type="text"/>

Manual de Ejercicios. Planea 2016.

Ejercicio 2. Con ayuda de tu maestro, resuelve los siguientes ejercicios sobre operaciones mixtas con fracciones utilizando la jerarquía de operaciones.



¿Cuál es el resultado que se obtiene al realizar la operación $3 - [4(2 + 1) - (3 + 2)]$?

¿Cuál es el resultado que se obtiene al realizar la operación $\left[\frac{2 + (6)(3)}{2} \right] + 3(2 - 4)^2 = ?$

¿Cuál es el resultado de la operación $(-4 + 2)^2 \cdot \{(2)^3 + [(2 \cdot 4) - (3 \cdot 2)]\}$?

¿Cuál es el resultado de la operación $\sqrt{9} - \{2^3 + [-1 + 8(10 - 3)]\}$?

Manual de Ejercicios. Planea 2016.

Ejercicio 3. Resuelve cada ejercicio argumentando la metodología empleada para su solución.

I. Resuelve los siguientes ejercicios de jerarquía de operaciones.

Expresión aritmética	1°	2°	3°	4°	Resultado
$9 \times 8 - 12 \div 3$					

Expresión aritmética	1°	2°	3°	4°	Resultado
$9 \times 4 + 8 \div 2$					

Expresión aritmética	1°	2°	3°	4°	Resultado
$9 + (3+7-5) \times 4 \div 2$					

Evaluación Diagnóstica al Ingreso de la Educación Media Superior. Guía de estudios 2019-2020.

II. Resuelve los siguientes ejercicios de jerarquía de operaciones.

a. $-1 \times (-\sqrt{81}) + 10^2 =$

b. $(20-4+5) + (3 \times 2) \div (+\sqrt{49}) - 1^2 =$

1. Gloria compró dos cajas de cereal y tres latas de atún. Anotó que tenía que pagar.

$$2 \times 22.50 + 3 \times 13.50$$

- a. Al hacer la cuenta pensó que tenía que pagar \$648.00. ¿Qué hizo Gloria para llegar a este resultado?

- b. Realizó las operaciones de izquierda a derecha sin respetar las reglas de jerarquía.

- c. ¿Es razonable lo que calculó y que tiene que pagar? ¿Respetó Gloria la jerarquía de operaciones?

SUGERENCIAS



- Lee atentamente cada ejercicio.
- Identifica la jerarquía de operaciones al inicio de la resolución del ejercicio.
- Aplica correctamente la ley de los signos.
- Redacta de forma clara y sencilla tus respuestas considerando lo aprendido.

Mis Logros

Para valorar el nivel de avance que has logrado en este tema, es importante que completes la siguiente tabla de manera consciente y honesta.
Marca con un X la casilla correspondiente.

Interpretación del nivel de avance:

100-90% - Lo logré de manera independiente

89-70% - Requerí apoyo para construir el aprendizaje

69-50% - Fue difícil el proceso de aprendizaje y sólo lo logré parcialmente.

40% o menos - No logré el aprendizaje.

CONTENIDOS CURRICULARES		NIVEL DE AVANCE			
		100-90%	89-70%	69-50%	40% o menos
CONCEPTUALES	Identifico los contenidos conceptuales relacionados con la jerarquía de operaciones y ley de los signos.				
	Identifico las agrupaciones asociadas a la regla de prioridad en operaciones matemáticas para traducirlas al lenguaje común y viceversa.				
	Conozco la metodología para reducir términos semejantes y lo aplico para resolver problemas diversos aplicando la jerarquía de operaciones.				
PROCEDIMENTALES	Practico la metodología para traducir problemas diversos de jerarquía de operaciones al lenguaje común.				
	Aplico los pasos para identificar las agrupaciones y los signos para operar la jerarquía de operaciones.				
	Expreso mis ideas de manera escrita con orden, limpieza, correcta ortografía y redacción.				
	Reflexiono sobre temas vinculados a mi vida personal, familiar y social.				
ACTITUDINALES	Expreso mi aprecio por el lenguaje matemático operacional al escribir con orden, limpieza, correcta ortografía y razonamiento lógico mis argumentos al dar respuesta a un problema particular.				
	Manejo argumentos acerca de un tema, de manera reflexiva.				
	Trabajo de manera colaborativa, compartiendo mis ideas y mostrando respeto a las otras aportaciones.				

RAZONES Y PROPORCIONES

Mis bases

Una **razón** es la relación de dos cantidades para expresar cuánto de una está contenida en (o pertenece a) la otra. La notación empleada para expresar esta relación es **a:b**, que se lee **a es a b**.

Otra manera de ser expresada una razón es como fracción (a/b , y se lee **a es a b**). Los términos de una **razón se** llaman: antecedente y consecuente. El antecedente es el dividendo y el consecuente es el divisor.

Dividendo



Divisor



RAZÓN

$$\frac{5}{3}$$

5 ES A 3

5:3

Fuente: Recuperado de <https://i.pinimg.com/564x/3d/82/cc/3d82ccae4f6d8ac033a5803a79147f3c.jpg>

Ejemplo 1

➤ En un grupo de estudiantes de séptimo grado, 34 estudiantes eran diestros y 5 eran zurdos. Encuentra la razón de diestros con relación a los zurdos.

$$\frac{\text{diestros}}{\text{zurdos}} = \frac{34}{5} \quad (\text{Escribir la razón con palabras y luego sustituye los números}).$$

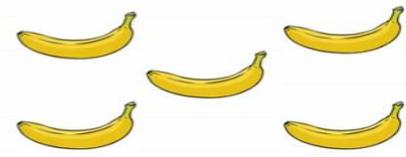
• Las razones se dejan como fracciones impropias y no se cambian o escriben como números mixtos.

Fuente: Recuperado de <https://image.slidesharecdn.com/razonproporcionytasa-140620101519-phpapp02/95/razon-proporcion-y-tasa-8-638.jpg?cb=1403259355>

EJEMPLO 2:

Los monos y los plátanos están en la razón 4 : 5, porque por cada 4 monos hay 5 plátanos.





Fuente: Recuperado de https://files.liveworksheets.com/def_files/2021/3/24/103241405191560600/103241405191560600003.jpg

Proporción

Una proporción es la igualdad entre dos razones.
La expresión de una proporción es $a:b :: c:d$ que
también se puede escribir como:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Regla de tres simple directa

Para resolver problemas de variación directa en los que intervienen dos variables se usa esta regla. El procedimiento para usarla es el siguiente:

1. Se escribe el supuesto: a es a b .
2. Se escribe la pregunta: c es a x o x es a d , donde x es la incógnita.
3. Se despeja la incógnita de la expresión: $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$ o de la expresión $\frac{a}{b} = \frac{x}{d}$ según corresponda, dando lugar a $x = \frac{bc}{a}$ o $x = \frac{ad}{b}$, respectivamente.

Fuente: Recuperado de pág. 109 libro Matemáticas I, Telebachillerato Comunitario.

Ejemplo: Para administrar un medicamento se debe considerar el peso del paciente para indicar la dosis. Si se requieren 10 mg de este medicamento para un paciente de 50 kg de peso, ¿Cuántos mg se requerirán para un paciente de 75 kg de peso?

Supuesto: 10 mg de medicamento corresponden a 50 kg de peso.

Pregunta: x mg de medicamento corresponden a 75 kg de peso.

Proporción: $10:50::x:75$, que en forma de fracción es:

$$\frac{10}{50} = \frac{x}{75}$$

$$\text{Despeje: } x = \frac{10 \times 75}{50} = \frac{75}{5} = 15$$

Respuesta: para un paciente de 75 kg de peso se debe administrar una dosis de 15 mg de medicamento.

Regla de tres simple inversa

Se usa en la solución de problemas de variación inversa entre dos variables. El procedimiento de uso es:

1. Se escribe el supuesto: a es a b .
2. Se escribe la pregunta: c es a x o x es a d , donde x es la incógnita.
3. Se invierte el orden de los términos de la pregunta.
4. Se despeja la incógnita de la expresión: $\frac{a}{b} = \frac{x}{c}$ o de la expresión $\frac{a}{b} = \frac{d}{x}$ según corresponda, dando lugar a $x = \frac{ac}{b}$ o $x = \frac{bd}{a}$, respectivamente.

Fuente: Recuperado de pág. 110 libro Matemáticas I, Telebachillerato Comunitario.

Ejemplo: Si tres obreros pueden construir una barda en 4 días, ¿Cuánto tiempo les llevará a cinco obreros construir la misma barda?

La variación es inversa, porque a más obreros, menos tiempo de construcción.

Supuesto: 3 obreros son a 4 días para la obra.

Pregunta: 5 obreros son a x días para la obra.

Inversión de la pregunta: x es a 5.

De modo que queda la proporción: 3 : 4 :: x : 5 en forma de fracción es: $\frac{3}{4} = \frac{x}{5}$

Despejando tenemos: $x = \frac{3 \times 5}{4} = \frac{15}{4} = 3 \frac{3}{4}$

Respuesta: se necesitarán 3 días con $\frac{3}{4}$ de día (que son 18 horas, ya que cada cuarto de día es de 6 horas).

Un peregrino, caminando 10 horas diarias durante 24 días, recorre 720 kilómetros. ¿Cuántos días necesitará para recorrer 432 kilómetros, caminando 8 horas diarias?



$$\frac{24}{x} = \frac{8}{10} \cdot \frac{720}{432}$$

$$X = 18 \text{ días}$$

Proporcionalidad compuesta.

Son aquellas situaciones en la que intervienen dos o más magnitudes ligadas por la proporcionalidad. Entre tales relaciones pueden intervenir la proporcionalidad directa e inversa.

Fuente: Recuperado de [slidetodoc.com/proporcionalidad-numrica-2-e-s-o-proporciones-magnitudes](https://www.slidetodoc.com/proporcionalidad-numrica-2-e-s-o-proporciones-magnitudes)



RECURSOS

- *Evaluación Diagnóstica al Ingreso de la Educación Media Superior. Guía de estudios 2020-2021*
- *Garrido, M., (2015). Matemáticas I. Telebachillerato Comunitario, México DF. Secretaría de Educación Pública.*
- *Recuperado de <https://pruebat.org>.*
- <https://www.youtube.com/watch?v=nP9SwAqhVTI>
- <https://www.youtube.com/watch?v=iDisByLSTS0>
- <https://www.youtube.com/watch?v=pGWF7tbHx9k>

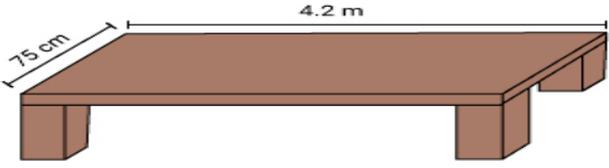
Mis desafíos

Ejercicio 1



Para los siguientes reactivos, selecciona la respuesta que consideres correcta. Una vez seleccionada la opción, argumenta tu respuesta señalando los contenidos matemáticos vistos hasta el momento y qué relacionaste para señalar tu respuesta.

¿Cuál es la razón del largo al ancho de la mesa, en centímetros?



$\frac{61}{10}$
 $\frac{5}{28}$
 $\frac{10}{61}$
 $\frac{28}{5}$

Argumento:

Fuente: Recuperado de <https://pruebat.org/SaberMas/MiClase/inicia/33353/ae8a218dd991651affef899736c062f13/346023/5-11>

Miriam tiene en su pecera 80 peces, de los cuales 20 son machos. ¿Cuál es la razón de peces macho a peces hembra en su pecera?

$\frac{1}{8}$
 $\frac{1}{3}$
 $\frac{1}{4}$
 $\frac{1}{2}$

Argumento:

Fuente: Recuperado de <https://pruebat.org/SaberMas/MiClase/inicia/33353/ae8a218dd991651affef899736c062f13/346023/5-11>



Ejercicio 2

Para los siguientes reactivos, aplica tus conocimientos de proporcionalidad directa e inversa y argumenta tu respuesta.

1. Un automóvil recorre 1 155 km en 7 horas, ¿cuántas horas tardará en recorrer 2 640 km?

19

16

18

15

2. 8 albañiles avanzan el 60% de una obra en un día. ¿Cuánto porcentaje pueden avanzar 10 albañiles en un día?

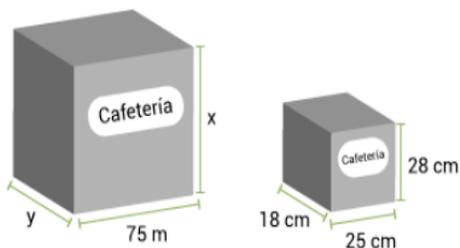
84%

70%

68%

75%

3. En la escuela de Leonardo construirán una cafetería. Fue a ver la maqueta que hicieron a escala y con ello desea calcular las medidas reales de la cafetería. ¿Cuáles fueron los resultados que obtuvo Leonardo?



$x = 70 m$, $y = 45 m$

$x = 70 m$, $y = 54 m$

$x = 84 m$, $y = 54 m$

$x = 84 m$, $y = 45 m$

Fuente: Recuperado de <https://pruebat.org/SaberMas/MiClase/inicia/33353/4f460b60080131e34df61d7635580e983/346006>

Ejercicio 3

Pon en marcha tus habilidades en proporcionalidad compuesta y responde seleccionando la opción que creas conveniente sin olvidar argumentar.

1. 6 hombres trabajan 9 horas para colocar 200 metros de alumbrado público. ¿Cuántas horas se tardarán 10 hombres en poner 500 metros de alumbrado público?

12.7

12.2

15

13.5

2. 8 albañiles avanzan el 60% de una obra en un día. ¿Cuánto porcentaje pueden avanzar 10 albañiles en un día?

84%

70%

68%

75%

2. Se emplean 7 hombres para cavar una zanja de 600 metros cúbicos en 5 días. ¿Cuántos hombres se necesitarán para cavar una zanja de 900 metros cúbicos en 6 días?

8

7

9

10

2. 8 albañiles avanzan el 60% de una obra en un día. ¿Cuánto porcentaje pueden avanzar 10 albañiles en un día?

84%

70%

68%

75%

Fuente: Recuperado de <https://pruebat.org/SaberMas/MiClase/inicia/33353/88b2d81f3cd4d6cecaf02c21f784cf9f3/346009>

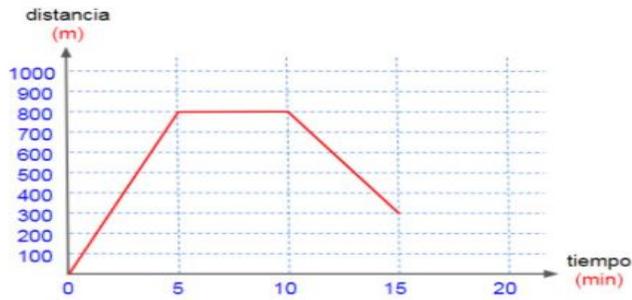
Ejercicio 4

Analiza las siguientes gráficas y responde acorde a lo que se te pide, no olvides argumentar tu respuesta.



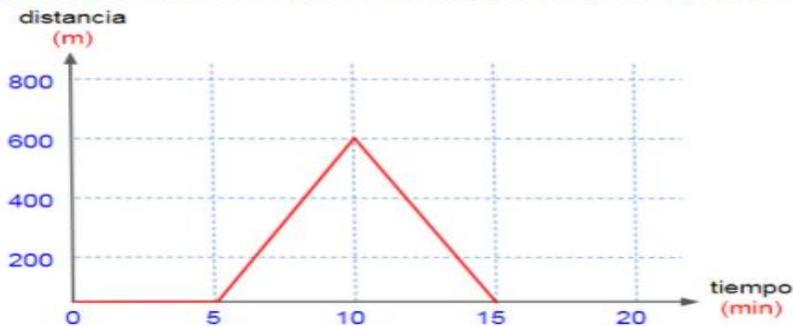
Las proporciones se plantean y resuelven por medio de regla de tres, donde se tienen tres datos y uno más desconocido que es el que se calcula.

1. El recorrido de un perro está dado por la siguiente gráfica, donde recorre una cierta distancia dada en metros en un tiempo expresado en minutos.
¿Cuántos metros recorrió en un total de 15 minutos?



- 1000 metros
- 1900 metros
- 300 metros
- 1300 metros

2. El recorrido de un perro está dado por la siguiente gráfica, donde recorre una cierta distancia dada en metros en un tiempo expresado en minutos.
¿Cuántos metros recorrió en un total de 15 minutos?



- 0 metros
- 300 metros
- 1200 metros
- 600 metros

Ejercicio 5

Desarrolla los siguientes ejercicios y fundamenta tu respuesta.

1. Si dos trabajadores realizan una actividad asignada en 5 días, ¿en cuantos días realizarán la misma actividad si les ayudan 3 personas más?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución

2. Don Juan el panadero utiliza 10 kg de harina para hacer 70 piezas de pan, ¿cuánta harina necesita para 20 piezas?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución

3. En un salón de clase hay 25 niñas y 15 niños, ¿qué porcentaje de niñas hay en el salón?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución

Fuente: Recuperado de pág. 46, Manual del Estudiante de la competencia Matemática 2020

**SUGERENCIAS**

- Lee atentamente para comprender el problema.
- Representa tus ejercicios con variables para una mejor comprensión.
- Justifica la solución obtenida.
- Redacta de forma clara y sencilla tu argumento mencionando que contenidos y definiciones están en relación con tus situaciones didácticas.
- Plantea tus resultados a tu docente para ser evaluados y generar tu retroalimentación oportuna.

Mis Logros

Instrumento de evaluación (lista de cotejo).

INDICADORES	Marca con una (X) en el recuadro de Sí o No, según consideres		
	Sí	No	Observaciones
Reconoces y comprendes los conceptos fundamentales de Razones y Proporciones.			
Participas activamente.			
Entiendes los ejemplos resueltos que se te proporcionan.			
Aportas puntos de vista abiertamente con tus compañeros de grupo y equipo.			
Planteas tus dudas e inquietudes al docente o compañeros.			
Indagas o consultas la parte de recursos para aclarar dudas.			
Realizas y resuelves los ejercicios de manera clara y ordenada.			
Resuelves más de la mitad de los ejercicios planteados.			
Sigues las instrucciones conforme se indica en cada paso.			
Compruebas, argumentas y respondes con tus conclusiones y observaciones.			
TOTAL DE PUNTOS			

Si en la lista de cotejo lograste los **10** puntos considera tu resultado como **Excelente** y si lograste de **8 a 9** puntos es **Bien**, de **6 a 7** es **Regular** y si tus respuestas correctas fueron **menos de 6** considera tu desempeño como **No suficiente**, lo que exige que atiendas tus áreas de oportunidad. Además, te invitamos a que te acerques a tu maestro o compañeros; y solicites el apoyo para reforzar los temas en los que fallaste, asimismo, que acudas a asesorías en donde se te apoyará para que mejores tu desempeño y puedas obtener mejores resultados.

¿Cómo evalúas el nivel de tus conocimientos previos en función de las respuestas correctas que tuviste?	EXCELENTE	
	BIEN	
	REGULAR	
	NO SUFICIENTE	

Referencias bibliográficas

- Libro de Matemáticas I, bloque II, Autores: Misael Garrido Méndez, Luz del Carmen Llamas Casoluengo, Israel Sánchez Linares, 2015, D.R. Secretaria de Educación Pública
- Plataforma Carlos Slim, Pruebat.org
- Página web,
<https://www.superprof.es/diccionario/matematicas/aritmetica/razones.html>

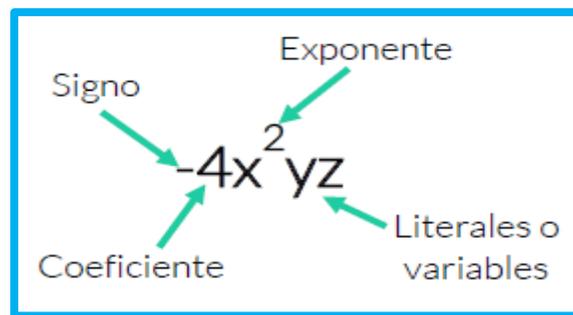
LENGUAJE ALGEBRAICO

Mis bases

DEFINICIÓN DE TÉRMINO ALGEBRAICO

Término: Es toda cantidad de una expresión algebraica. Está formado por uno o más factores numéricos y/o literales (Garrido M. et al., 2015).

Sus elementos son:



Dos términos son semejantes si tienen la misma parte literal con el mismo exponente, lo único que cambia son sus coeficientes:

$2x$	$-3x$	Términos semejantes
$-12m^3n^2$	$3m^3n^2$	

$-2ab^2$	$-5a^2b$	Términos no semejantes
----------	----------	-------------------------------

Nota



Quando una letra no tiene coeficiente o exponente se entiende, que el coeficiente o exponente es 1.

Una **expresión algebraica** puede constar de un término o más, cada término está separado por un signo $+$ o $-$, dependiendo del número términos o potencias reciben un nombre común.

Denominación de una expresión algebraica según el número de términos		
Nombre	Definición	Ejemplo
Monomio	Expresión de un solo término	$P(x) = 3x^2$
Binomio	Expresión formada por dos términos	$Q(x) = 4x^3 + 8x$
Trinomio	Expresión formada tres dos términos	$G(x) = -x^2 + 2x + 4$
Polinomio	Expresión formada por más de tres términos	$H(x) = x^3 + 3x^2 + 4x - 2$

Fuente: Adaptado de Matemáticas I (p.171), por M. Garrido et al, 2015, SEP.

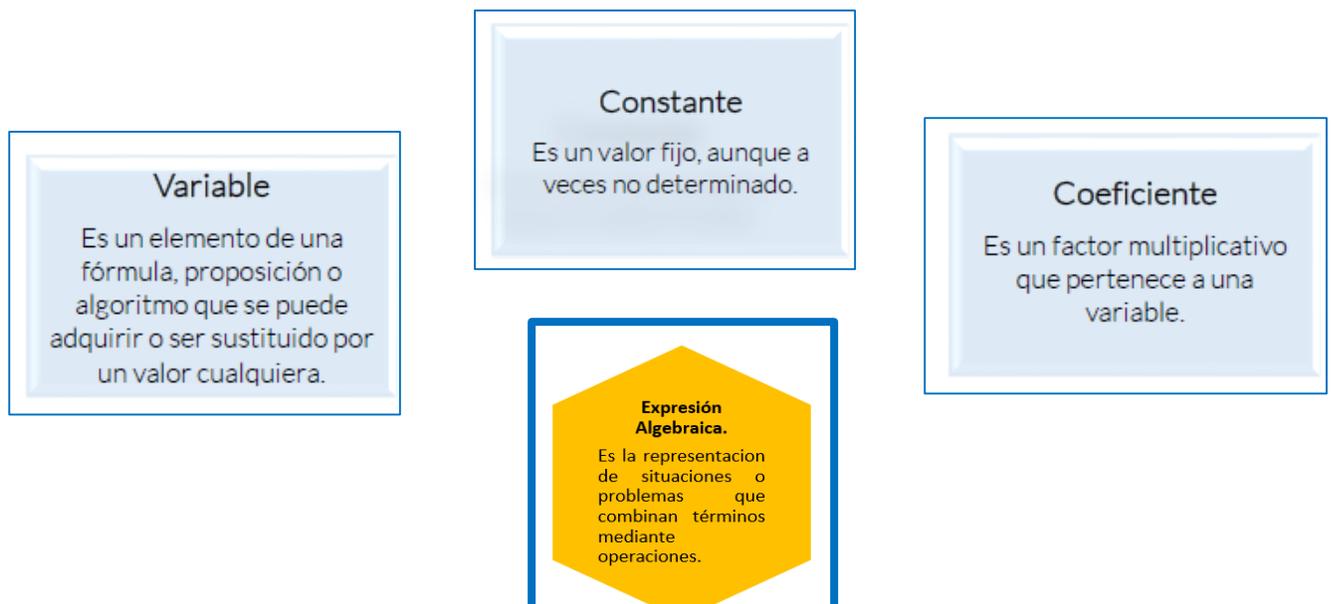
De acuerdo al exponente máximo que contenga el término algebraico (grado) se tiene la siguiente denominación:

Denominación de una expresión algebraica según el grado		
Nombre	Definición	Ejemplo
Lineal	La variable con mayor exponente está elevada a la 1.	$P(x) = x + 2$
Cuadrática	La variable con mayor exponente está elevada a la 2.	$P(x) = x^2 + 2x + 2$
Cúbica	La variable con mayor exponente está elevada a la 3.	$Q(x) = x^3 + 2x + 2$

Fuente: Adaptado de *Matemáticas I* (p.172), por M. Garrido et al, 2015, SEP.

Lenguaje Algebraico

En una expresión algebraica los elementos desconocidos o aquellos que no tienen un valor fijo se representan mediante letras (variables), mientras que aquellos que tienen su valor completamente determinado se expresan con números (constantes). (*Guía de Estudios Para Ingreso a la Educación Media superior* pg. 16, 2019).



Fuente: Adaptado de *Guía de Estudios de Ingreso a la Educación Media Superior* (p.16), 2019, SEP.

Para transformar a un lenguaje algebraico un planteamiento de un problema, debemos:

- 👉 Leer detenidamente el problema, con el fin de analizar la información dada y entender que es lo que desea obtener.
- 👉 Identificar los datos (cantidades conocidas) y la o las incógnitas (cantidades desconocidas), así como las relaciones entre los datos y las incógnitas.
- 👉 Separar cada una de las partes del problema, y a cada una de las incógnitas se pueden nombrar con las letras, comúnmente se emplean (u, w, x, y, z).
- 👉 Expresar la igualdad correspondiente con relación a las condiciones del problema establecido.

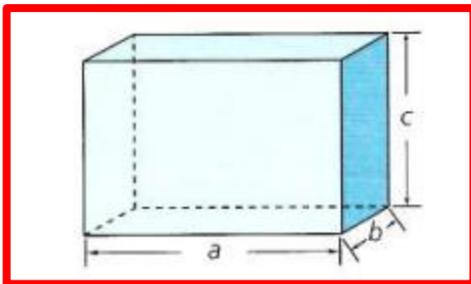
EJEMPLOS. Observa los enunciados de la tabla siguiente:

Lenguaje común	Expresión algebraica
Juan tiene x libros y Ana tiene el doble de los libros que tiene Juan más 5.	Si Juan tiene "x" libros Entonces Ana tiene $2x+5$ libros
La suma de las edades de Ángel y Elizabeth es de 50 años.	$x =$ edad de Ángel $y =$ edad de Elizabeth Entonces $x+y = 50$ es la suma de las edades
El ramo de flores que Alex regaló a su novia tenía tantas rosas que eran el triple de las margaritas que tenía y cuatro azucenas.	$x =$ margaritas $3x =$ rosas $4 =$ azucenas Entonces el ramo tiene $x+3x+4$ flores
La diferencia del triple de una cantidad con el doble de otra.	$3x-2y$

Fuente: Adaptado de Guía de Estudio de Ingreso a la Educación Media Superior (p.16), 2019, SEP.

EJEMPLOS. Tenemos también ejemplos para representar áreas y volumen:

En las figuras geométricas siguientes:



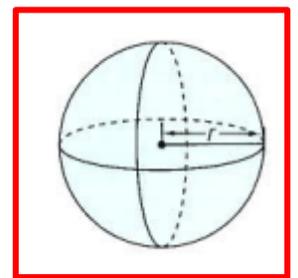
Recuperado:
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/EDAD_1eso_expresiones_algebraicas/1quincena7.pdf

Para el paralelepípedo se tiene que

$$\text{Volumen} = abc$$



¿Cuál es el volumen del paralelepípedo y de la circunferencia máxima de la esfera?



Recuperado:
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/EDAD_1eso_expresiones_algebraicas/1quincena7.pdf

Para la circunferencia máxima de la esfera tenemos:

$$\text{Área} = \pi r^2$$

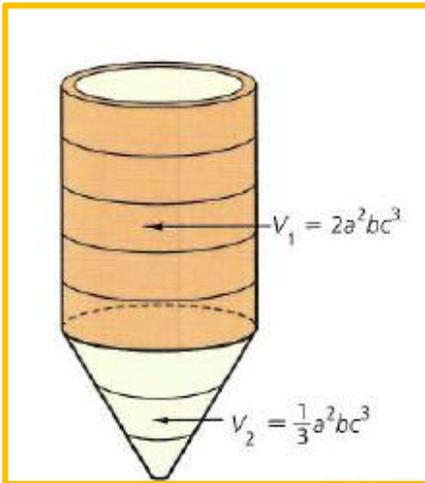
Las formulas abc y πr^2 forman parte de las expresiones más sencillas llamadas monomios.

Nota



Un **monomio** es una expresión algebraica que consta de un solo término formado por el producto de números reales y las potencias de exponente entero positivo de una o más variables.

Reducir términos semejantes en un polinomio significa agrupar en un solo monomio a los que sean semejantes, para ello se efectúa la suma algebraica de sus coeficientes y se escribe la misma parte literal.



Para la figura de la izquierda el volumen total está dado por:

$$V_{Total} = V_1 + V_2 = 2a^2bc^3 + \frac{1}{3}a^2bc^3$$

$$V_{Total} = \left(2 + \frac{1}{3}\right)a^2bc^3 = \frac{7}{3}a^2bc^3$$

Término semejante asociado al V_1 y V_2

$$a^2bc^3$$

Observa que el valor de los coeficientes es distinto

$$2 \text{ y } \frac{1}{3}$$

Recuperado:

http://recursos.tic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/EDAD_1eso_expresiones_algebraicas/1quincena7.pdf

Recordando cómo se suman los números enteros

Las reglas de suma se aplican únicamente a dos casos:

- Números de igual signo: Cuando dos números tienen igual signo se debe sumar y conservar el signo.
- Números con distinto signo: Cuando dos números tienen distinto signo se debe restar y conservar el signo del número que tiene mayor valor absoluto.



Recuperado: Guía de Estudios de Ingreso a la Educación Media Superior 2019.



RECURSOS

- **Libro de texto de los TBC Matemáticas I (Bloque IV: Realizas transformaciones algebraicas I).**
- **Evaluación Diagnóstica Al Ingreso De La Educación Media Superior, Guía de estudios 2019-2020.**
- https://www.youtube.com/watch?v=IN_CiBJF0-s
- https://www.youtube.com/watch?v=cH_NPAETuvA&t=15s
- <https://www.youtube.com/watch?v=rpH6ub5na4Q>

Mis desafíos



Ejercicio 1

e) Indica en los siguientes términos el coeficiente, la literal y el exponente.

	x^3	$-6y^4$	$4m^2n^3$	$\frac{3}{5}a^2b$	$x^2y^5z^3$	5	x
Coeficiente							
Literal							
Exponente							

f) La siguiente tabla plantea en el lenguaje común una situación que puede ser traducida al lenguaje algebraico. Coloca la expresión matemática que represente lo expresado de manera textual.

<i>Lenguaje común.</i>	<i>Lenguaje algebraico.</i>
El cociente del doble de un número entre el triple del mismo.	
La quinta parte de un número más las tres décimas partes de otro.	
La suma de dos números pares consecutivos.	
La suma de tres números consecutivos.	
El producto de tres números consecutivos.	
El cubo de un número.	
Tres veces un número aumentado en siete.	
El doble de un número disminuido en la mitad de otro número.	
El doble de la edad de Isabel es el triple de la edad de Pablo.	

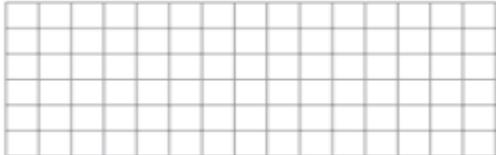
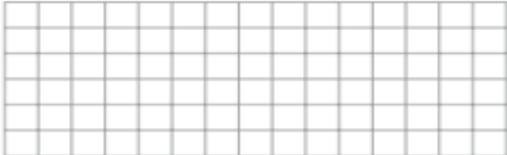
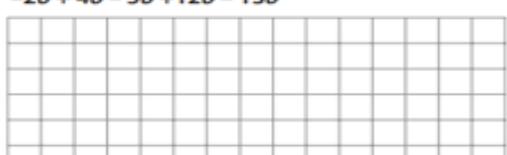
Ejercicio 2

a) Relaciona los monomios de la columna 1 que sean semejantes con los monomios de la columna 2.

Columna 1	Columna 2
$-3m^3p$	$-\frac{9}{4}x^3yz$
$-\frac{9}{4}m^2n^7$	$-1,5a^3b^5c$
$-12x^6y^4z^2$	$-\frac{1}{5}m^3p$
$8a^3b^5c$	$-1,23m^2n^7$
$-35x^3yz$	$8y^3z^8$
$-0,53x^2y$	$-9a^3b^5cd$
$\frac{5}{3}a^3b^5cd$	$\frac{75}{4}x^6y^4z^2$
$12,5x^3y^8$	$0,07x^2y$

b) Reduce los términos que sean semejantes en cada polinomio.

- $25x + 12x - 31x - 8x + 5x$

- $43mx^3 + 7mx^3 - 17mx^3 - 13mx^3$

- $25y + 12y - 31y - 8y + 5y$

- $-2b + 4b - 5b + 12b - 13b$


c) Indica si los términos que aparecen en la siguiente tabla son semejantes o no. Justifica tu respuesta.

Término	¿Son semejantes?		¿Por qué?
	Sí	No	
a) $7a^2b^3$ y $-2a^2b^3$			
b) $2pqr$ y $-5pqr$			
c) $\frac{1}{5}x^3y^4z$ y $-0,13x^4y^3z^2$			
d) $-9m^5n^{12}$ y $-m^5n^9$			

Ejercicio 3

Para los siguientes reactivos, selecciona la respuesta que consideres correcta. Después, argumenta tu elección tomando como base los contenidos matemáticos vistos hasta el momento y que relacionaste para señalar tu respuesta.

Planea
Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes

¿Cuál es el resultado de simplificar a su mínima expresión el siguiente polinomio?:

$$\frac{2}{3}xy^2 + 2x - \frac{1}{3}xy^2 + \frac{2}{3}x^2y - 5x$$

A) $XY^2 - 3X$
 B) $\frac{1}{3}X^2Y - 3X^2 + \frac{2}{3}X^4Y^2$
 C) $\frac{1}{3}XY^2 - 3X + \frac{2}{3}X^2Y$
 D) $\frac{2}{3}X^2Y - 3X$

Argumento:

Efectúa la operación entre polinomios:
 $(5X^4 + 13X^2 - X + 10) - (-6X^4 + 9X^3 + 7)$

A) $11X^4 + 4X^2 - 8X + 10$
 B) $11X^4 + 9X^3 + 13X^2 - X + 17$
 C) $11X^4 + 4X^2 - X + 3$
 D) $11X^4 - 9X^3 + 13X^2 - X + 3$

Argumento:



SUGERENCIAS



- Lee atentamente cada reactivo.
- Identifica el contenido relacionado con el reactivo.
- Redacta de forma clara y sencilla tu argumento mencionando que contenidos y definiciones relacionantes con cada reactivo.

Mis Logros

Para valorar el nivel de avance que has logrado en este tema, es importante que completes la siguiente tabla de manera consciente y honesta. Marca con un X la casilla correspondiente.

Interpretación del nivel de avance:

100-90% - Lo logré de manera independiente

89-70% - Requerí apoyo para construir el aprendizaje

69-50% - Fue difícil el proceso de aprendizaje y sólo lo logré parcialmente.

40% o menos - No logré el aprendizaje.

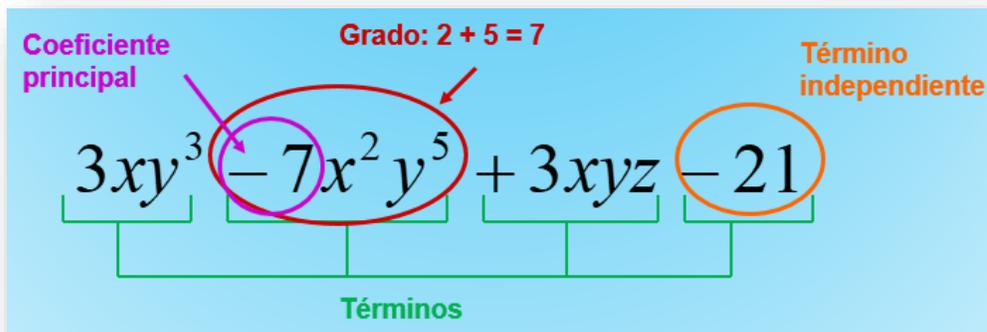
CONTENIDOS CURRICULARES		NIVEL DE AVANCE			
		100-90%	89-70%	69-50%	40% o menos
CONCEPTUALES	Identifico los contenidos conceptuales relacionados con una expresión algebraica.				
	Identifico las variables asociadas con expresiones matemáticas para traducirlas al lenguaje común y viceversa.				
	Conozco la metodología para la reducir términos semejantes y lo aplico para resolver problemas diversos.				
PROCEDIMENTALES	Practico la metodología para traducir expresiones algebraicas al lenguaje común.				
	Aplico los pasos para identificar los términos semejantes y operar con monomios y polinomios.				
	Expreso mis ideas de manera escrita con orden, limpieza, correcta ortografía y redacción.				
	Reflexiono sobre temas vinculados a mi vida personal, familiar y social.				
ACTITUDINALES	Expreso mi aprecio por el lenguaje matemático al escribir con orden, limpieza, correcta ortografía y razonamiento lógico mis argumentos al dar respuesta a un problema particular.				
	Manejo argumentos acerca de un tema, de manera reflexiva.				
	Trabajo de manera colaborativa, compartiendo mis ideas y mostrando respeto a las otras aportaciones.				

OPERACIONES CON POLINOMIOS

Mis bases

¿Qué es un polinomio?

Es toda expresión algebraica formada por la suma de términos algebraicos (monomios), en la cual los exponentes deben ser términos enteros y positivos.



Cada uno de los monomios se llama **término**, y si no tiene parte literal se llama **término independiente**.

El mayor de los grados de todos sus términos se denomina **grado** del polinomio.

Se llama **coeficiente principal** al coeficiente del monomio de mayor grado.

Tipos de polinomios

Polinomios con una variable.

$$3x^4 + 2x$$

$$\frac{3}{5}x^5 - \frac{3}{5}x^4 - \frac{8}{3}x^3$$

Polinomio completo. Es aquel que contiene todos los exponentes consecutivos con respecto a una variable.

Ejemplo:

$$3x^6 - 2x^5 + x^4 + 2x^3 - x^2 + 2x + 3$$

Polinomios con más de una variable.

$$3xy$$

$$5x^2y + 2yz^2 - 3xy$$

$$u^2v^2w^2 + x^3y^3 + 1$$

Polinomio incompleto. Es aquel al que le faltan monomios de algún grado.

Ejemplo:

$$3x^6 - 2x^5 + x^4 - x^2 + 2x + 3$$

Para nombrar un polinomio se utiliza la expresión del tipo $P(x)$. Donde P representa a la función polinomial, la cual puede ser cualquier letra y x la indeterminada correspondencia llamada variable del polinomio (Ortiz F., 2008). Así, se puede escribir los siguientes polinomios:

$$P(x) = 2x^4 - 3x^6 + x^4 + \frac{1}{2}x - 1$$

$$Q(y) = 4y^3 + 2y$$

$$R(z) = -\frac{1}{3}z + 3z^5 - z^2 + 2 + 5z$$

Suma de polinomios

Para poder realizar sumas o restas entre dos términos de una expresión algebraica, es necesario que estos sean **semejantes**, en cuyo caso lo que se hace es sumar o restar dependiendo los signos que tengan los coeficientes de los términos y se escriben las literales con el mismo exponente.

Un método práctico para sumar polinomios es ordenando previamente en función del grado de los términos del mayor al menor y situarlos uno debajo del otro, de tal forma que los términos semejantes estén alineados para poder así sumarlos; si el polinomio no es completo, se coloca un coeficiente cero a los términos que aparecen en uno de los polinomios pero no en el otro.



Ejemplo 1: Sumar los polinomios $3x - 5x^2 + 8x^4$ con el polinomio $x + 2x^2 - 13x^3 + 3$

Solución:

Primero: Se deben ordenar todos los términos de cada polinomio en forma descendente, respetando los signos de cada término de los polinomios.

$$\begin{array}{r} 8x^4 + 0x^3 - 5x^2 + 3x + 0 \\ \underline{0x^4 - 13x^3 + 2x^2 + x + 3} \end{array}$$

Segundo: Se realiza la suma.

$$\begin{array}{r} 8x^4 + 0x^3 - 5x^2 + 3x + 0 \\ + \underline{0x^4 - 13x^3 + 2x^2 + x + 3} \\ 8x^4 - 13x^3 - 3x^2 + 4x + 3 \end{array}$$

Recuerda que: para sumar polinomios deben ser términos semejantes.

$$\begin{array}{r} +6 \text{ 🍓} +5 \text{ 🍏} +8 \text{ 🍇} \\ -2 \text{ 🍓} -1 \text{ 🍏} -3 \text{ 🍇} \end{array}$$

$$+4 \text{ 🍓}$$

Suma de Polinomios

Fuente: Recuperado de <https://www.videosdematematicas.com/>



Ejemplo 2: Realizar la suma de los siguientes dos polinomios:

$$P(x) = 6x^4 + 4x^3 + 2x - 3$$

$$Q(x) = 3x^4 - 7x^3 + 6x^2 - 4x + 1$$

Solución:

Primero: Se ordenan los términos y se coloca el coeficiente cero en el espacio correspondiente, o en su caso, se deja el espacio en blanco.

$$\begin{array}{r} 6x^4 + 4x^3 + + 2x - 3 \\ + 3x^4 - 7x^3 + 6x^2 - 4x + 1 \\ \hline \end{array}$$

Segundo: Se realiza la suma.

$$\begin{array}{r} 6x^4 + 4x^3 + + 2x - 3 \\ + 3x^4 - 7x^3 + 6x^2 - 4x + 1 \\ \hline 9x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 2x - 2 \end{array}$$

Por lo tanto, el resultado obtenido de la suma de los 2 polinomios es:

$$P(x) + Q(x) = 9x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 2x - 2$$

Resta de polinomios

Para restar polinomios, sumamos al primero el **opuesto** del segundo.



Recuerda que: Todo polinomio tiene un *opuesto*, que se obtiene cambiando el signo de todos sus términos.

Ejemplo: Para el polinomio: $P(x) = x^2 + 3x - 4$ su opuesto es el polinomio: $-P(x) = -x^2 - 3x + 4$.

A continuación veremos cómo restar dos polinomios:

 **Ejemplo:** Realiza la resta $P(x) - Q(x)$, siendo ambos polinomios:

$$P(x) = 7x^4 + 2x^3 + 5x - 4$$

$$Q(x) = 4x^4 - 3x^3 + 8x^2 - 2x + 1$$

Solución:

Primero: Se ordenan los términos y se coloca el coeficiente cero en el espacio correspondiente, o en su caso, se deja el espacio en blanco.

$$\begin{array}{r}
 7x^4 + 2x^3 + + 5x - 4 \\
 + - 4x^4 + 3x^3 - 8x^2 + 2x - 1 \\
 \hline
 \end{array}$$

Minuendo.
Se escribe el sustraendo con los signos cambiados.

Segundo: se realiza la suma.

$$\begin{array}{r}
 7x^4 + 2x^3 + + 5x - 4 \\
 + - 4x^4 + 3x^3 - 8x^2 + 2x - 1 \\
 \hline
 3x^4 + 5x^3 - 8x^2 + 7x - 5
 \end{array}$$

Por lo tanto, el resultado obtenido de la resta de los 2 polinomios es:

$$P(x) - Q(x) = 3x^4 + 5x^3 - 8x^2 + 7x - 5$$

Multiplicación de polinomios

Para realizar la multiplicación de polinomios se aplican las leyes de los signos y la propiedad de los exponentes para la multiplicación:

Propiedades de los exponentes			
Nombre	Ley	Ejemplo	Interpretación
Producto de dos cantidades con la misma base	$a^n a^m = a^{m+n}$	$x^2 x^3 = x^{2+3} = x^5$	En la multiplicación de bases iguales los exponentes se suman.

$$\begin{array}{l}
 (+) \cdot (+) = (+) \\
 (+) \cdot (-) = (-) \\
 (-) \cdot (+) = (-) \\
 (-) \cdot (-) = (+)
 \end{array}$$

Fuente: Recuperado de pág.183, libro Matemáticas I. Telebachillerato Comunitario.

- En principio, analicemos cómo se realiza la **multiplicación de monomios** ya que es la base para poder realizar multiplicaciones de polinomios.

Multiplicamos los coeficientes con sus respectivos signos $\xrightarrow{\hspace{2cm}}$ $3x^5 \cdot 4x^2 =$

$$= (3 \cdot 4)x^{5+2} =$$

Los exponentes de las literales con bases iguales se suman.

$$= 12x^7$$

de un **monomio por un** polinomio, de la siguiente manera:

- Para resolver la multiplicación **polinomio** se multiplica el monomio

$$4x^2 \cdot (3x^3 - 2x^2 + 6x) =$$

$$= 4x^2 \cdot 3x^3 + 4x^2 \cdot (-2x^2) + 4x^2 \cdot 6x =$$

$$= 12x^5 - 8x^4 + 24x^3$$

- Para realizar la multiplicación de un **polinomio por otro polinomio** se deben multiplicar cada término del primer polinomio por todos los términos del segundo polinomio, a continuación se reducen términos semejantes. Veamos a detalle los pasos a seguir, dada la siguiente multiplicación de polinomios:

$$(4x^2 + 3x) \cdot (x^3 - 5x^2 + 2x) =$$

$$(4x^2 + 3x) \cdot (x^3 - 5x^2 + 2x) =$$

$$= 4x^2 \cdot x^3 + 4x^2 \cdot (-5x^2) + 4x^2 \cdot 2x +$$

$$+ 3x \cdot x^3 + 3x \cdot (-5x^2) + 3x \cdot 2x =$$



Se resuelven todas las multiplicaciones de monomios y se obtiene:

$$= 4x^5 - 20x^4 + 8x^3 + 3x^4 - 15x^3 + 6x^2 =$$

$$= 4x^5 - 20x^4 + 8x^3 + 3x^4 - 15x^3 + 6x^2 =$$

$$= 4x^5 - 17x^4 - 7x^3 + 6x^2$$

Por lo tanto, el resultado de la multiplicación es:

$$= 4x^5 - 17x^4 - 7x^3 + 6x^2$$

Paso 2: Agrupar términos semejantes (sumar o restar).



RECURSOS

- *Matemáticas I. Libro de texto TBC (Bloque IV: Realizas transformaciones algebraicas I).*
- <https://youtu.be/IP0pTas24r0>
- <https://youtu.be/cuMID1cvSuk>
- <https://youtu.be/cotRZEAlJq>

Mis desafíos



Ejercicios

1. ¿Cuál es el resultado de simplificar a su mínima expresión el siguiente polinomio?

$$\frac{2}{3}xy^2 + 2x - \frac{1}{3}xy^2 + \frac{2}{3}x^2y - 5x$$

- A) $xy^2 - 3x$
- B) $\frac{1}{3}x^2y^4 - 3x^2 + \frac{2}{3}x^4y^2$
- C) $\frac{1}{3}xy^2 - 3x + \frac{2}{3}x^2y$
- D) $\frac{2}{3}x^2y - 3x$

2. Efectúa la operación entre polinomios

$$(5x^4 + 13x^2 - x + 10) - (-6x^4 + 9x^3 + 7)$$

- A) $11x^4 + 4x^2 - 8x + 10$
- B) $11x^4 + 9x^3 + 13x^2 - x + 17$
- C) $11x^4 + 4x^2 - x + 3$
- D) $11x^4 - 9x^3 + 13x^2 - x + 3$

3. ¿Cuál es el resultado de multiplicar $(5m^4 - 3m^2 + 6)$ y $(-3m + 2)$?

- A) $-15m^5 + 10m^4 + 9m^3 - 6m^2 - 18m + 12$
- B) $-15m^5 + 10m^4 - 9m^3 - 6m^2 - 18m + 12$
- C) $-15m^5 + 10m^4 + 3m^2 - 18m + 12$
- D) $-15m^5 + 19m^4 - 24m^2 + 12$

Problemas de aplicación

Resolver los siguientes problemas y argumentar ampliamente las respuestas.

Problema 1. La ganancia de una compañía se determina restando los costos de los gastos de los ingresos obtenidos de las ventas.

Los costos de los gastos se representan con la siguiente ecuación:

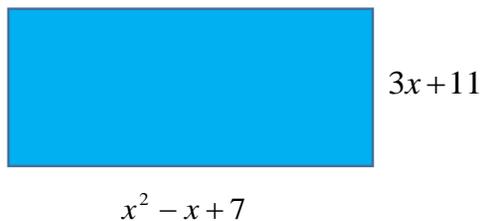
$$\text{Costos } C(x) = 2x^2 - 60x$$

Los ingresos de las ventas se representan con la siguiente ecuación:

$$\text{Ingresos en ventas } R(x) = 8050 - 420x$$

Determina el polinomio que representa la ganancia de la compañía.

Problema 2. Determina el perímetro y área de la siguiente figura:



Problema 3. Calcula la ganancia de una tienda que vende muebles en un mes en el que se vendieron 850 muebles. La ganancia se calcula restando los gastos de los ingresos. Los gastos mensuales se determinan por el polinomio $(6x^2 - 20x - 4)$ y los ingresos mensuales están determinados por el polinomio $(3500 - 230x + 8x^2)$.

Mis Logros

Para valorar el nivel de avance que has logrado en este tema, es importante que completes la siguiente tabla de manera consciente y honesta. Marca con un X la casilla correspondiente.

Interpretación del nivel de avance:

100-90% - Lo logré de manera independiente

89-70% - Requerí apoyo para construir el aprendizaje

69-50% - Fue difícil el proceso de aprendizaje y sólo lo logré parcialmente.

40% o menos – No logré el aprendizaje.

CONTENIDOS CURRICULARES		NIVEL DE AVANCE			
		100-90%	89-70%	69-50%	40% o menos
CONCEPTUALES	Identifico los contenidos conceptuales asociados a las operaciones con polinomios.				
	Identifico los elementos de un polinomio y cómo se llama cada uno de ellos.				
	Conozco la metodología para resolver problemas que involucren operaciones con polinomios.				
PROCEDIMENTALES	Practico la metodología para resolver problemas que involucren operaciones con polinomios.				
	Aplico los pasos para para resolver problemas que involucren operaciones con polinomios: suma, resta y multiplicación.				
	Expreso mis ideas de manera escrita con orden, limpieza, correcta ortografía y redacción.				
ACTITUDINALES	Respeto y escucho con atención a los demás.				
	Aporto puntos de vista con apertura y considero los de otras personas de manera reflexiva.				
	Respeto a mis compañeros y trabajo de forma colaborativa e individual.				

Mis bases

División de un polinomio por un número



Cuando dividimos un polinomio por un número, el resultado es otro polinomio que cumple las siguientes características:

El polinomio resultante es del mismo grado que el polinomio que fue dividido.

- Sus coeficientes resultan de dividir cada uno de los coeficientes del polinomio entre el número
- Se dejan las mismas partes literales.

Para efectuar una división algebraica hay que tener en cuenta los signos, los exponentes y los coeficientes de las cantidades que se dividen.

Ley de exponentes: La división de dos o más potencias de la misma base es igual a la base elevada a la diferencia de las potencias.

Ley de signos: La ley se basa en lo siguiente: si los signos son iguales el resultado debe ser positivo. En cambio si los signos son diferentes el resultado será negativo. En otras palabras podría decirse signos iguales se suman, signos diferentes se restan.

<https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebra/polinomios/division-de-polinomios.html>

En una división polinomial intervienen 4 polinomios:

- **Dividendo:** El polinomio que es dividido.
- **Divisor:** El número o polinomio que divide al dividendo.
- **Cociente:** El resultado de la división del dividendo entre el divisor.
- **Resto (o residuo):** El polinomio que sobra al realizar la división entre los dos polinomios.

<https://www.polinomios.org/division-de-polinomios-ejemplos-ejercicios-resueltos-dividir/>





Ejemplos

a) Dividir $2x^3 - 4x^2 + 6x - 2$ entre 2

Dividendo
Divisor

Paso 1. Se escribe el polinomio tal y como está y lo vamos a representar como una fracción.

$$\frac{2x^3 - 4x^2 + 6x - 2}{2}$$

Paso 2. Ahora tomaremos cada término del polinomio y lo vamos a dividir entre el divisor (número) y obtenemos las siguientes expresiones:

$$\frac{2x^3}{2} - \frac{4x^2}{2} + \frac{6x}{2} - \frac{2}{2}$$

<https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebra/polinomios/division-de-polinomios.html>

Paso 3. Ahora procedemos a realizar la división de cada coeficiente del dividendo entre el coeficiente del divisor (2) para obtener la expresión que muestra el resultado final, cabe mencionar que en caso que de la división no resulte un número entero se pone la cantidad en fracción.

Se dividen coeficientes de dividendo y divisor.

$\div \frac{2x^3}{2}$
 $\frac{2}{2} = 1$
 x^3

$\div \frac{4x^2}{2}$
 $\frac{4}{2} = 2$
 $-2x^2$

$\div \frac{6x}{2}$
 $\frac{6}{2} = 3$
 $+3x$

$\div \frac{2}{2}$
 $\frac{2}{2} = 1$
 -1

Paso 4. Resultado $x^3 - 2x^2 + 3x - 1$

Nota: Al hacer la división se corren las literales y los exponentes tal y cual estaban, ya que, como el divisor no tiene literal ni exponente no afectan las literales del dividendo.



b) Dividir $3x^5 - 4x^3 + 8x - 1$, entre 2

Paso 1. Se escribe el polinomio tal y como está y lo vamos a representar como una fracción.

$$\frac{3x^5 - 4x^3 + 8x - 1}{2}$$

Paso 2. Ahora tomaremos cada término del polinomio y lo vamos a dividir entre el número (divisor) y obtenemos las siguientes expresiones:

$$\frac{3x^5}{2} - \frac{4x^3}{2} + \frac{8x}{2} - 1$$

Paso 3.- Ahora procedemos a realizar la división de cada coeficiente del dividendo entre el coeficiente del divisor (2) para obtener la expresión que muestra el resultado final, cabe mencionar que en caso que, de la división no resulte un número entero se pone la cantidad en fracción.

Se dividen
coeficientes
de dividendo
y divisor.

$\div \frac{3x^5}{2}$
 \downarrow
 $\frac{3}{2} = 3/2$
 \downarrow
 $\frac{3}{2} x$

$\div \frac{-4x^3}{2}$
 \downarrow
 $\frac{4}{2} = 2$
 \downarrow
 $-2x^3$

$\div \frac{+8x}{2}$
 \downarrow
 $\frac{8}{2} = 4$
 \downarrow
 $+4x$

$\div \frac{-1}{2}$
 \downarrow
 $\frac{1}{2} = 1/2$
 \downarrow
 $-\frac{1}{2}$

De la división no resultó un número entero por lo que se deja como fracción.

Paso 4. Resultado $\frac{2}{3}x^3 - 2x^3 + 4x - \frac{1}{2}$



División de un polinomio por un monomio

En la división de un polinomio por un monomio se divide cada uno de los monomios que forman el polinomio por el monomio, hasta que el grado del dividendo sea menor que el grado del divisor. Para ello debes tomar en cuenta lo siguiente:

- Se aplica ley de signos.
- Se divide el coeficiente del dividendo entre el coeficiente del divisor.
- Se aplica ley de los exponentes.



Ejemplos

a) Dividir $2x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 12x$ entre $2x$

Dividendo
Divisor

Paso 1. Colocamos el monomio como denominador del polinomio.

$$\frac{2x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 12x}{2x} =$$

Paso 2. Separamos el polinomio en diferentes términos separados por el signo y cada uno dividido por el monomio.

$$\frac{2x^4}{2x} - \frac{4x^3}{2x} + \frac{8x^2}{2x} - \frac{12x}{2x}$$

<https://www.superprof.es/apuntes/escolar/maticas/algebra/polinomios/division-de-polinomios.html>

Paso 3. Ahora procedemos a realizar operaciones de divisiones entre monomios. Realizando la división de cada coeficiente del dividendo entre el coeficiente del divisor. Al mismo tiempo la división de variables y exponentes teniendo en cuenta las leyes para los exponentes.

En caso que, de la división no resulte un número entero se pone la cantidad en fracción.

Se dividen coeficientes de dividendo y divisor y los exponentes de las literales.

→

$\div \frac{2x^4}{2x} \rightarrow \frac{2}{2} x^{4-1} = x^3$

$\div -\frac{4x^3}{2x} \rightarrow -\frac{4}{2} x^{3-1} = -2x^2$

$\div +\frac{8x^2}{2x} \rightarrow +\frac{8}{2} x^{2-1} = +4x$

$\div -\frac{12x}{2x} \rightarrow -\frac{12}{2} x^{1-1} = -6$

Paso 4. Resultado $x^3 - 2x^2 + 4x - 6$



- a) Dividir $2x^6 - 4x^4 + x^2$ entre $2x^2$

Para realizar la división del polinomio, se debe realizar el procedimiento que anteriormente ya se explicó detalladamente.

$$\frac{2x^6 - 4x^4 + x^2}{2x^2} =$$

Se dividen coeficientes de dividendo y divisor y los exponentes de las literales.

→

$$\frac{2x^6}{2x^2} \rightarrow \frac{2}{2} x^{6-2=4} \rightarrow 1x^4$$

$$\frac{4x^4}{2x^2} \rightarrow \frac{4}{2} x^{4-2=2} \rightarrow -2x^2$$

$$\frac{x^2}{2x^2} \rightarrow \frac{1}{2} x^{2-2=0} \rightarrow +\frac{1}{2}$$

El exponente de x es igual a cero, y matemáticamente toda base elevada a la "o" es igual a 1, por lo que queda $1/2 (1) = 1/2$ por lo que solo se pone el coeficiente $1/2$.

De la división no resultó un número entero por lo que se deja como fracción.

Resultado $x^4 - 2x^2 + 1/2$



- c) ¿Cuál es el resultado de la siguiente división?

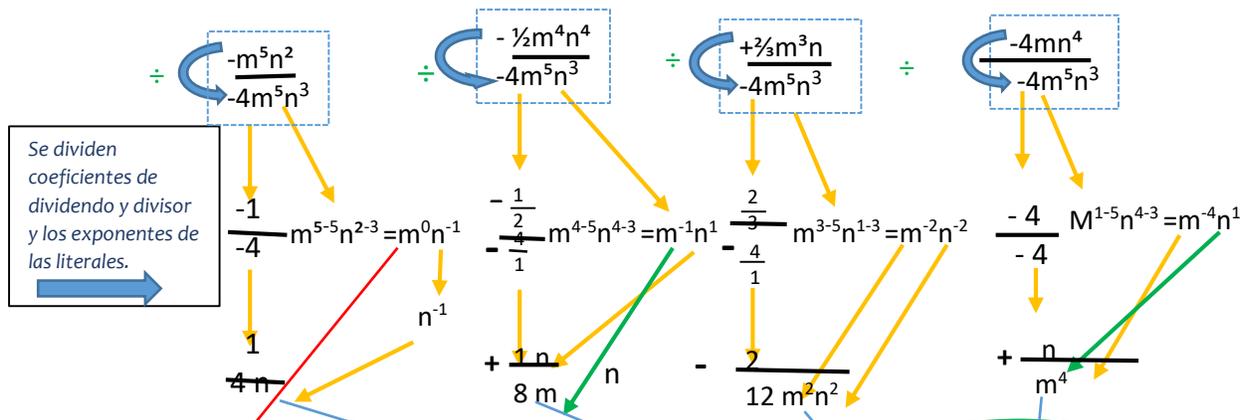
$$(-m^5n^2 - \frac{1}{2}m^4n^4 + \frac{2}{3}m^3n - 4mn^4) \div (-4m^5n^3)$$

- A) $\frac{1}{4n} + \frac{n}{8m} - \frac{1}{6m^2n^2} + \frac{n}{m^4}$
- B) $\frac{1}{4n} - \frac{n}{8m} - \frac{1}{6m^2n^2} - \frac{n}{m^4}$
- C) $\frac{1}{4n} + \frac{mn}{8} - \frac{1}{6m^2n^2} + \frac{n}{m^4}$
- D) $\frac{1}{4n} + \frac{2n}{m} - \frac{8}{3m^2n^2} + \frac{n}{m^4}$

<http://143.137.111.132/Planea/Resultados2017/MediaSuperior2017Examenes/R17ExamenMediaSuperiorPreguntas.aspx?id=01#ParteSuperior>

Para realizar la división del polinomio se debe efectuar el procedimiento que anteriormente ya se explicó detalladamente.

$$\frac{-m^5n^2 - \frac{1}{2}m^4n^4 + \frac{2}{3}m^3n - 4mn^4}{-4m^5n^3} =$$



Se dividen coeficientes de dividendo y divisor y los exponentes de las literales.

El exponente de "m" es igual a cero, y matemáticamente toda base elevada a la "o" es igual a 1, por lo que queda 1 (1) = 1 por lo que solo se pone el coeficiente 1.

Una propiedad para las potencias de exponente negativo dice que: una base con exponente negativo es igual a 1 entre la misma base, pero con exponente positivo, es por ello que la base pasa al denominador.

Resultado $\frac{1}{4}n + \frac{n}{8m} - \frac{1}{6}m^{-2}n^{-2} + \frac{n}{m^4}$

Mis desafíos



Resuelve las siguientes divisiones y selecciona el resultado correcto.

1. $(28x^3 + 32x^2 + 36x + 52) / 4$

- a) $7x^3 + 8x^2 + 4x + 13$
- b) $7x^3 - 32x^2 + 36x + 12$
- c) $7x^3 - 8x^2 + 36x + 11$
- d) $7x^3 + 8x^2 + 9x + 13$

2. $(4x^2y^2 + 2xy) / (2xy)$

- a) $4xy + 2$
- b) $3x^2 - 3$
- c) $7y^3 + 2xy$
- d) $2xy + 1$

3. $(121x^2 - 55x) / (11x^2)$

- a) $11 - \frac{5}{x}$
- b) $5x^2 + 30$
- c) $3x^2 + 7x + 28$
- d) $2x^2 - \frac{2x}{x}$

4. $(26x^3z + 39x^4z) / (13x^4z)$

- a) $2 - \frac{6}{x}$
- b) $\frac{2}{x} - 3$
- c) $3x + 28$
- d) $2x^2 - \frac{2x}{x}$

<https://www.matematicasonline.es/terceroeso/ejercicios/polinomios-division-repaso.pdf>



Recursos:

- <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/algebra/polinomios/division-de-polinomios.html>
- <https://ekuatío.com/potencias-de-exponente-negativo/>
- <http://www.matematicasdigitales.com/potencias-porque-un-numero-elevado-o-es-igual-1/>
- <https://www.polinomios.org/division-de-polinomios-ejemplos-ejercicios-resueltos-dividir/>

Mis Logros

Para valorar el nivel de avance que has logrado en este tema, es importante que completes la siguiente tabla de manera consciente y honesta. Marca con un X la casilla correspondiente.

Interpretación del nivel de avance:

100-90% - Lo logré de manera independiente

89-70% - Requerí apoyo para construir el aprendizaje

69-50% - Fue difícil el proceso de aprendizaje y sólo lo logré parcialmente.

40% o menos - No logré el aprendizaje.

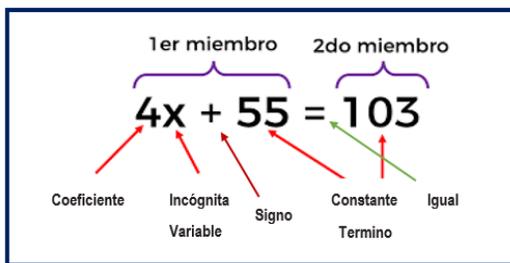
CONTENIDOS CURRICULARES		NIVEL DE AVANCE			
		100-90%	89-70%	69-50%	40% o menos
CONCEPTUALES	Identifico los contenidos conceptuales relacionados con una expresión algebraica.				
	Identifico las variables asociadas con expresiones matemáticas para traducirlas al lenguaje común y viceversa.				
	Conozco la metodología para reducir términos semejantes y lo aplico para resolver problemas diversos.				
PROCEDIMENTALES	Practico la metodología para traducir expresiones algebraicas al lenguaje común.				
	Aplico los pasos para identificar los términos semejantes y operar con monomios y polinomios.				
	Expreso mis ideas de manera escrita con orden, limpieza, correcta ortografía y redacción.				
	Reflexiono sobre temas vinculados a mi vida personal, familiar y social.				
ACTITUDINALES	Expreso mi aprecio por el lenguaje matemático al escribir con orden, limpieza, correcta ortografía y razonamiento lógico mis argumentos al dar respuesta a un problema particular.				
	Manejo argumentos acerca de un tema, de manera reflexiva.				
	Trabajo de manera colaborativa, compartiendo mis ideas y mostrando respeto a las otras aportaciones.				

SISTEMAS DE ECUACIONES DE 2X2 (MÉTODO DE SUSTITUCIÓN)

Mis bases

Los sistemas de ecuaciones lineales ya fueron resueltos por los babilonios, los cuales llamaban a las incógnitas con palabras tales como longitud, anchura, área o volumen, sin que tuvieran relación con problemas de medida. Un ejemplo tomado de una tablilla babilónica plantea la resolución de un sistema de ecuaciones en los siguientes términos:

1/4 anchura + longitud = 7 manos
longitud + anchura = 10 manos



En nuestra notación el sistema es:

Anchura: x
 Longitud: y
 Manos: t

$$x + 4y = 28t$$

$$x + y = 10t$$

Restando la primera de la segunda se obtiene: $3y = 18t$

Luego:

$$y = 6t$$

$$x = 4t$$

Sustitución: Operación que consiste en, dado un conjunto de n elementos de un cierto orden, cambiar la ordenación de los mismos.

Sistemas de ecuaciones

Sistemas de ecuaciones lineales



$$3x + y = 12$$

Coefficiente de x = 3, Coeficiente de y = 1
 Término independiente = 12

Una solución de la ecuación es:

$$x = 1 \quad y = 9$$

Observa que $3 \cdot (1) + 9 = 12$

Para obtener más soluciones se da a x el valor que queramos y se calcula la y

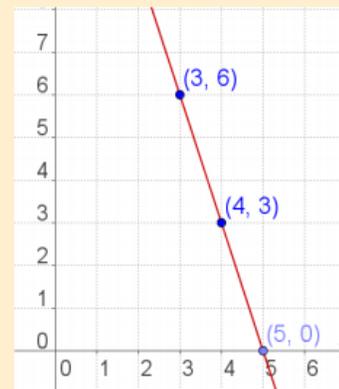
$$x = 0 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 0 = 12$$

$$x = 1 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 1 = 9$$

$$x = 2 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 2 = 6$$

$$x = 3 \rightarrow y = 12 - 3 \cdot 3 = 3$$

Si representamos los puntos en un sistema de ejes coordenados forman una recta:



Ecuación lineal con dos incógnitas

Una ecuación de primer grado se denomina **ecuación lineal**.

Una **ecuación lineal con dos incógnitas** es una igualdad algebraica del tipo: $ax + by = c$, donde x e y son las incógnitas, y a, b y c son números conocidos.

Una solución de una ecuación lineal con dos incógnitas es un par de valores (xi, yi) que hacen cierta la igualdad.

Una ecuación lineal con dos incógnitas tiene infinitas soluciones y si las representamos forman una recta.

Fuente:
https://proyectodescartes.org/EDAD/materiales_didacticos/EDAD_4eso_sistemas_ecuaciones-JS-apli/index.htm

Sistemas de ecuaciones lineales

Un **sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas** está formado por dos ecuaciones lineales de las que se busca una solución común.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

$a_1, b_1, a_2, b_2, c_1, c_2$

Son números reales

Dos sistemas con la misma solución se dicen **equivalentes**.

Una **solución de un sistema de dos ecuaciones lineales** con dos incógnitas es un par de valores (x_i, y_i) , que verifican las dos ecuaciones a la vez. **Resolver el sistema es encontrar una solución.**

Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas:

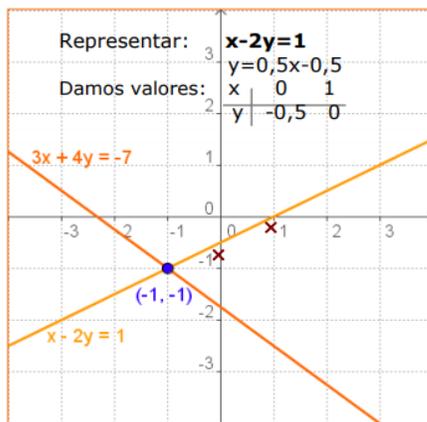
$$\begin{cases} 2x + 3y = 14 \\ 3x + 4y = 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$$

Es una solución del sistema anterior

$$\begin{cases} 2(1) + 3(4) = 2 + 12 = 14 \\ 3(1) + 4(4) = 3 + 16 = 19 \end{cases}$$

Sistemas de ecuaciones



Recuerda cómo se representan las rectas en el plano.

Observa cómo son los coeficientes de las dos ecuaciones en cada caso:

Si $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ las rectas son paralelas

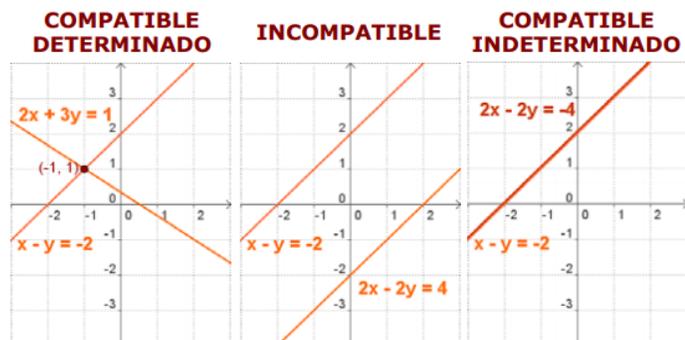
y son coincidentes si $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$.

Clasificación de sistemas



En un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, cada ecuación representa una recta en el plano. Discutir un sistema es estudiar la situación de estas rectas en el plano, que pueden ser:

- Secantes, el sistema tiene solución única, se llama **Compatible Determinado**.
- Coincidentes, el sistema tiene infinitas soluciones, es **Compatible Indeterminado**
- Paralelas, el sistema no tiene solución, se llama **Incompatible**.



MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

En el **método de sustitución** empezaremos con una ecuación en el sistema y despejaremos una incógnita en términos de la otra incógnita. El recuadro siguiente describe el procedimiento:



Sistema de ecuaciones (sustitución)

Actividades

- A** Analiza la información que se presenta a continuación.

Recuerda que un **sistema de ecuaciones** es un conjunto de ecuaciones con **dos o más incógnitas**.

La solución de las ecuaciones por el método de sustitución consiste en despejar una incógnita de una ecuación y sustituirla en la otra. El siguiente sistema de ecuaciones se resolverá con este método.

$$\begin{aligned} 30x + 15y &= 270 \rightarrow \text{ecuación 1} \\ 8x + 12y &= 104 \rightarrow \text{ecuación 2} \end{aligned}$$

Paso 1. Despeja una variable de cualquiera de las ecuaciones. En este caso, conviene tomar la variable x de la ecuación 1.

$$30x + 15y = 270 \quad x = \frac{270 - 15y}{30}$$

Fuente: Apartado del cuaderno del docente, Vamos de regreso a clases: 3.º de secundaria, (P.62), Edición 2020, SEP.

Paso 2. Sustituye el valor de x en la otra ecuación, en la ecuación 2 en este caso, para formar una tercera ecuación con una sola incógnita.

$$8x + 12y = 104 \quad 8\left(\frac{270 - 15y}{30}\right) + 12y = 104$$

Paso 3. Resuelve la ecuación del paso anterior para conocer el valor de la variable y .

$$8\left(\frac{270 - 15y}{30}\right) + 12y = 104 \quad 72 - 4y + 12y = 104 \quad y = \frac{32}{8}$$

$$\left(\frac{2160 - 120y}{30}\right) + 12y = 104 \quad 8y = 104 - 72 \quad y = 4$$

Paso 4. Sustituye el valor obtenido en cualquiera de las ecuaciones del sistema para determinar el valor de la otra variable. En este caso, se sustituye el valor de y en la ecuación 2 para conocer cuánto vale x .

$$\begin{aligned} 8x + 12y = 104 \rightarrow \text{ecuación 2} \quad 8x + 12(4) = 104 \quad 8x = 104 - 48 \quad x &= \frac{56}{8} \\ 8x + 48 = 104 \quad 8x = 56 \quad x &= 7 \end{aligned}$$

Paso 5. Comprueba los valores de x y y en las ecuaciones 1 y 2.

$$\begin{aligned} 30x + 15y &= 270 & 8x + 12y &= 104 \\ 30(7) + 15(4) &= 270 & 8(7) + 12(4) &= 104 \\ 210 + 60 &= 270 & 56 + 48 &= 104 \\ \mathbf{270} &= \mathbf{270} & \mathbf{104} &= \mathbf{104} \end{aligned}$$

Fuente: Apartado del cuaderno del docente, Vamos de regreso a clases: 3.º de secundaria, (P.62), Edición 2020, SEP.



RECURSOS

- **Libro de texto de los TBC Matemáticas I (Bloque III: Resuelves ecuaciones lineales II pag. 289-290).**
- **Evaluación Diagnóstica Al Ingreso De La Educación Media Superior, Guía de estudios 2019-2020.**
- **Duración 4.12 min** <https://www.youtube.com/watch?v=3FHhPLVUt9o>
- **Duración 5.39 min** <https://www.youtube.com/watch?v=gS8IRvCDXGg>

Mis desafíos



Ejercicio 1

Escribe el procedimiento



Sigue la dinámica del juego tripas de gato para unir por parejas las imágenes y las operaciones.
 (Los signos que tienen las ecuaciones de la dinámica son + y -)

Fuente: Apartado del cuaderno del docente, Vamos de regreso a clases: 3.º de secundaria, (P. 57), Edición 2020, SEP.

Ejercicio 2

Encuentra las siguientes palabras en la sopa de letra

INCÓGNITA	SOLUCIÓN	VARIABLES
SUSTITUCIÓN	SISTEMA	ECUACIÓN

J T B H O A U L A A R W Y B
 S U S T I T U C I O N Z E B
 Z Q V E L G H C A Y L Z X X
 W V I V A R I A B L E S M P
 U X N K E Z S O L U C I O N
 H Q C E C G S I S T E M A Y
 Q E O K U G I R U G E F L W
 F C G H A O B I D N O S M P
 I G N Y C X R T X V H P M O
 B W I O I B I G F P C R R W
 Q N T L O X K L S W I K J S
 W X A W N H M O U E L L B R
 F N M G V J M E J F G G F Z
 M P Y M I Y F X J U N S L V

Fuente: Apartado del cuaderno del docente, Vamos de regreso a clases: 3.º de secundaria, (P. 61). Edición 2020. SEP.

Ejercicio 3

Escribe el procedimiento.

Laberinto

Sustituye los valores de las variables en el sistema de ecuaciones y encuentra la salida del laberinto en la que se encuentra la solución correcta.

Fuente: Apartado del cuaderno del docente, Vamos de regreso a clases: 3.º de secundaria, (P.64), Edición 2020, SEP.

Ejercicio 4

En tu cuaderno: Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales mediante el método de sustitución.

$$\begin{array}{llllll}
 a) \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 4y = 10 \end{cases} & b) \begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x - 5y = -7 \end{cases} & c) \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = -1 \end{cases} & d) \begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x + 7y = 1 \end{cases} & e) \begin{cases} 7x + 2y = 4 \\ 5x + y = 1 \end{cases} & f) \begin{cases} 2x + 2y = 1 \\ -4x - 4y = -4 \end{cases} \\
 x=2; y=-1 & x=3; y=2 & x=2; y=1 & x=-2; y=1 & x=-\frac{2}{3}; y=\frac{13}{3} & S.I. \\
 \\
 g) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 5 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 1 \end{cases} & h) \begin{cases} \frac{x}{2} + 3y = 11 \\ 2x - \frac{y}{3} = 7 \end{cases} & i) \begin{cases} y = 5 \\ \frac{4x}{3} + \frac{2y}{5} = 6 \end{cases} & j) \begin{cases} 5x - 4y = 17 \\ 6x - y = 9 \end{cases} & k) \begin{cases} 2x + 25 = 3y \\ 2x - \frac{y}{2} = \frac{25}{2} \end{cases} & l) \begin{cases} \frac{3x}{2} = -3 + 2y \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 2 \end{cases} \\
 x=\frac{21}{4}; y=\frac{13}{2} & x=4; y=3 & x=3; y=5 & x=1; y=-3 & x=10; y=15 & x=\frac{10}{7}; y=\frac{18}{7}
 \end{array}$$

Fuente: https://selectividad.intergranada.com/ESO/Material/sistemas_lineales.pdf

NOTA: Ya se contemplan las respuestas, queda de ti hacer el procedimiento.

Ejercicio 5 APLICACIONES PRÁCTICAS



Resuelve los siguientes casos mediante el planteamiento de sistemas de ecuaciones.

- Debido a la contingencia sanitaria por COVID 19, un hospital decidió formar dos equipos de médicos y enfermeros. Los miembros de un equipo compuesto por 10 enfermeros y 3 médicos trabajan 900 horas a la semana en total; los integrantes del otro equipo, formado por 8 enfermeros y 9 médicos, suman 1116 horas de trabajo semanales. Si todos los médicos trabajan igual número de horas, y lo mismo sucede con los enfermeros, ¿Cuántas horas a la semana trabaja un médico y cuántas un enfermero?
- Una pastelería decide donar 100 pasteles de dos sabores al personal médico de una clínica para agradecerles por atender a los pacientes con COVID 19. El pastel de un sabor tiene 5 rebanadas y del otro sabor 10. Si al final se contaron 800 rebanadas, ¿Cuántos pasteles de cada tipo donó la pastelería?
- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método de sustitución.

$$83x - 20y = 590$$

$$60x + 18y = 816$$

Recuerda los pasos:

- Comprender el enunciado
- Identificar las incógnitas
- Traducir a lenguaje algebraico
- Plantear las ecuaciones
- Resolver el sistema
- Comprobar la solución



Fuente: https://proyectodescartes.org/EDAD/materiales_didacticos/EDAD_4eso_sistemas_ecuaciones-JS-apli/index.htm

Ejercicio 6 (PLANEA)

1. Dado el sistema: $\begin{cases} 3x+2y=17 \\ 5x-y=11 \end{cases}$, razona si los siguientes pares son solución.

a) $x=3$, $y=4$ Sol: $\begin{cases} 3(3)+2(4)=9+8=17 \\ 5(3)-(4)=15-4=11 \end{cases}$

b) $X=5$, $y=1$ Sol: $\begin{cases} 3(5)+2(1)=15+2=17 \\ 5(5)-(1)=25-1=24 \neq 11 \end{cases}$

c) $X=3$, $y=1$ Sol: $\begin{cases} 3(3)+2(1)=9+2=11 \neq 17 \\ 5(3)-(1)=15-1=14 \neq 11 \end{cases}$

Fuente: http://galois.azc.uam.mx/mate/Espan/4esomatematicasA/4quincena6/4quincena6_resumen_1a.htm

2. Escribe un sistema de dos ecuaciones cuya solución sea: $x=1$, $y=2$

$\begin{cases} \end{cases}$ a) $\begin{cases} 3x+27=7 \\ 5x-y=3 \end{cases}$

$\begin{cases} \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x-y=8 \\ 2x-y=5 \end{cases}$

$\begin{cases} \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x+5y=21 \\ x-4y=-10 \end{cases}$

Fuente: http://galois.azc.uam.mx/mate/Espan/4esomatematicasA/4quincena6/4quincena6_resumen_1a.htm

Mis Logros

Para valorar el nivel de avance que has logrado en este tema, es importante que completes la siguiente tabla de manera consciente y honesta. Marca con un X la casilla correspondiente.

Interpretación del nivel de avance:

100-90% - Lo logré de manera independiente

89-70% - Requerí apoyo para construir el aprendizaje

69-50% - Fue difícil el proceso de aprendizaje y sólo lo logré parcialmente.

40% o menos – No logré el aprendizaje.

CONTENIDOS CURRICULARES		NIVEL DE AVANCE			
		100-90%	89-70%	69-50%	40% o menos
CONCEPTUALES	Identifico los contenidos conceptuales relacionados con sistemas de ecuaciones 2x2 con el método de sustitución.				
	Identifico las variables asociadas con expresiones matemáticas para comprender los elementos que integran una ecuación lineal.				
	Conozco la metodología para despejar la incógnita de una ecuación y sustituirla en otra, para resolver problemas diversos.				
PROCEDIMENTALES	Practico la metodología para despejar la incógnita de una ecuación y sustituirla en otra				
	Aplico los pasos para sustituir el valor de x en ecuación 2, para tener una tercera ecuación con una incógnita.				
	Expreso mis ideas de manera escrita con orden, limpieza, correcta ortografía y redacción.				
	Reflexiona sobre temas vinculados a mi vida personal, familiar y social.				
ACTITUDINALES	Expreso mi aprecio por el sistema de ecuación 2x2, método de sustitución, al escribir con orden, limpieza, correcta ortografía y razonamiento lógico mis argumentos al dar respuesta a un problema particular.				
	Manejo argumentos acerca de un tema, de manera reflexiva.				
	Trabajo de manera colaborativa, compartiendo mis ideas y mostrando respeto a las otras aportaciones.				

SISTEMAS DE ECUACIONES 2x2 (MÉTODO DE IGUALACIÓN)

Mis bases

DEFINICIÓN

El método de igualación es un método que se utiliza para resolver sistemas de ecuaciones lineales, más usualmente para sistemas de 2x2 (dos ecuaciones con dos incógnitas) por su simplicidad.

Este método consiste en **despejar** la misma incógnita en las ecuaciones que conforman el sistema, después se procede a igualar las ecuaciones con la incógnita despejada y se resuelve la ecuación obtenida; el valor resultante se sustituye en cualquiera de las ecuaciones despejadas para obtener el valor de las otras incógnitas, es decir, la solución de esta nueva ecuación permite hallar la solución de todo el sistema. (Martínez, J. M., 2019)

MÉTODO DE IGUALACIÓN

PROCEDIMIENTO

PASO 1

Se elige cualquiera de las incógnitas y se despeja en ambas ecuaciones.

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 20 \\ x - 2y &= 3 \end{aligned}$$

Despejar la Variable x

Ecuación 1

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 20 \\ 2x &= 20 - 3y \end{aligned}$$

$$x = \frac{20 - 3y}{2}$$

Ecuación 2

$$\begin{aligned} x - 2y &= 3 \\ x &= 3 + 2y \end{aligned}$$

PASO 2

Se igualan las expresiones, obteniendo una ecuación con una incógnita.

Igualar

$$\frac{20 - 3y}{2} = 3 + 2y$$

PASO 3

Se resuelve la ecuación resultante del paso 2 despejando la incógnita

$$\frac{20 - 3y}{2} = 3 + 2y$$

$$20 - 3y = (3 + 2y)(2)$$

$$20 - 3y = 6 + 4y$$

$$20 - 6 = 4y + 3y$$

$$14 = 7y$$

$$\frac{14}{7} = y$$

$$y = 2$$

PASO 4

El valor obtenido se reemplaza en cualquiera de las dos ecuaciones del primer paso

$$x = 3 + 2y$$

$$x = 3 + 2(2)$$

$$x = 3 + 4$$

$$x = 7$$

Paso 5

Se realiza la comprobación de los resultados obtenidos

Ecuación 1

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 20 \\ 2(7) + 3(2) &= 20 \\ 14 + 6 &= 20 \end{aligned}$$

$$20 = 20$$

Ecuación 2

$$\begin{aligned} x - 2y &= 3 \\ 7 - 2(2) &= 3 \\ 7 - 4 &= 3 \end{aligned}$$

$$3 = 3$$

Fuente: Modificada de <https://bit.ly/3gWzYMK>

RECURSOS

- **Evaluación Diagnóstica al Ingreso a la Educación Media Superior. Guía de estudios 2018-2019.**
- Las Mates Fáciles (2019). Sistemas de Ecuaciones 2x2 - Método de Igualación. [Video] Consultado en: <https://www.youtube.com/watch?v=rYtg523MAX4>
- PruebaT (2021). Sistema de ecuaciones lineales 2x2 - método de igualación. [Web]. Consultado en: <https://pruebat.org/SaberMas/MiClase/inicia/9610/83efaac30d84cfbaabe14078a92b8d1e/149273>

Recordemos que "despejar a una variable" quiere decir que se debe dejar sola a dicha variable en un solo lado de la igualdad y en el otro lado se deben dejar las demás variables o números que no la contengan.

Ejemplo 1

Vamos a solucionar el siguiente sistema de ecuaciones lineales 2x2:

$$\begin{cases} 2x + 5y = 7 \dots\dots\dots (1) \\ 3x + 2y = 5 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

Método de Igualación



Paso 1. Se elige cualquiera de las incógnitas y se despeja en ambas ecuaciones.

En este caso vamos a elegir despejar la variable x , aunque también es válido utilizar la otra variable.

(Las Mates Fáciles, 2019)



De la ecuación (1) tenemos que:

$$\begin{aligned} 2x + 5y &= 7 \dots\dots\dots (1) \\ 2x &= 7 - 5y \\ x &= \frac{7-5y}{2} \dots\dots\dots (1') \end{aligned}$$

Para pasar un término del otro lado de la igualdad se deben realizar **operaciones contrarias** a las que están indicadas, por ejemplo, si se está sumando pasará restando, si está multiplicando pasará dividiendo y así con todas las operaciones.

De la ecuación (2) tenemos que:

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 5 \dots\dots\dots (2) \\ 3x &= 5 - 2y \\ x &= \frac{5-2y}{3} \dots\dots\dots (2') \end{aligned}$$



Paso 2. Se igualan las expresiones obtenidas en el paso 1, obteniendo una ecuación con una incógnita.

$$\frac{7-5y}{2} = \frac{5-2y}{3}$$



Paso 3. Se resuelve la ecuación resultante del paso 2 despejando la incógnita (y)

Los números que están dividiendo pasan del otro lado de la igualdad multiplicando.

$$\frac{7-5y}{2} = \frac{5-2y}{3}$$

Aplicamos la propiedad distributiva de la multiplicación.

$$(3)(7-5y) = (5-2y)(2)$$

$$21 - 15y = 10 - 4y$$

Agrupamos términos semejantes en un solo lado de la igualdad y reducimos términos.

$$-15y + 4y = 10 - 21$$

$$-11y = -11$$

Finalmente despejamos la variable

$$y = \frac{-11}{-11}$$

$$y = 1$$

Recuerda que las leyes de los signos establecen que:

Multiplicación	División
(+)(+) = (+)	(+)(+) = (+)
(-)(-) = (+)	(-)(-) = (+)
+)(-) = (-)	+)(-) = (-)
(-)(+) = (-)	(-)(+) = (-)



➔ Paso 4. El valor obtenido en el paso 3 se reemplaza en cualquiera de las dos expresiones del paso 1.

En este caso elegimos la expresión obtenida del despeje de la ecuación 1':

$$x = \frac{7 - 5y}{2} \dots \dots \dots (1')$$

Sustituimos el valor obtenido para $y = 1$

$$x = \frac{7 - 5(1)}{2}$$

$$x = \frac{7 - 5}{2}$$

$$x = \frac{2}{2}$$

$$x = 1$$



➔ Paso 5. Realizamos la comprobación de los resultados obtenidos

Sustituimos los valores obtenidos para cada una de las incógnitas en ambas ecuaciones con la finalidad de verificar que se cumpla la igualdad en ambos casos:

Veamos, si $x = 1$ y $y = 1$:

$2x + 5y = 7 \dots \dots \dots (1)$ $2(1) + 5(1) = 7$ $2 + 5 = 7$ $7 = 7 \quad \checkmark$	$3x + 2y = 5 \dots \dots \dots (2)$ $3(1) + 2(1) = 5$ $3 + 2 = 5$ $5 = 5 \quad \checkmark$
---	---

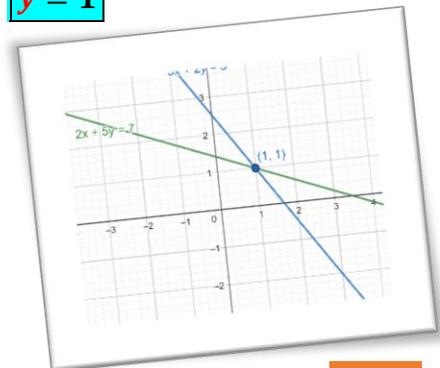
Como las igualdades se cumplen, entonces podemos asegurar que la solución del sistema de ecuaciones lineales 2x2 es:

$$\begin{cases} 2x + 5y = 7 \dots \dots \dots (1) \\ 3x + 2y = 5 \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

¿Qué significan estos resultados obtenidos?

Los valores que satisfacen el sistema de ecuaciones son $(x=1, y=1)$, es decir, el punto en el que se intersecan ambas rectas es $(1,1)$, lo cual podemos comprobar si graficamos ambas rectas.



Ejemplo de aplicación

Luis invita a sus amigos a desayunar, consumen 5 atoles y 8 tamales, por lo que pagan \$167.00. A la semana siguiente su hermano compra 2 atoles y 1 tamal, gastando \$36.00. Posteriormente su mamá le pide que vaya a comprar 3 atoles y 4 tamales para sus primos que irán a desayunar con ellos. ¿Cuánto deberá pagar, si los precios no se han incrementado?

(Evaluación Diagnóstica al Ingreso a la Educación Media Superior. Guía de estudios 2018-2019.)

Solución

⇒ Identificamos ¿cuáles son las incógnitas del problema?

$$a = \text{precio del atole}$$

$$t = \text{precio del tamal}$$



⇒ Con la información del problema se puede establecer el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 5a + 8t = 167 & \dots \dots \dots (1) \\ 2a + 1t = 36 & \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

⇒ Resolvemos el sistema de ecuaciones 2x2 aplicando el **MÉTODO DE IGUALACIÓN**:

Paso 1. Elegimos una de las incógnitas y despejamos en ambas ecuaciones:	
Ecuación 1 $5a + 8t = 167$ $8t = 167 - 5a$ $t = \frac{167 - 5a}{8}$	Ecuación 2 $2a + t = 36$ $t = 36 - 2a$
Paso 2. Igualamos ambas ecuaciones: $\frac{167 - 5a}{8} = 36 - 2a$	
Paso 3. Resolvemos la ecuación resultante: $\frac{167 - 5a}{8} = 36 - 2a$ $167 - 5a = (36 - 2a)(8)$ $167 - 5a = 288 - 16a$ $-5a + 16a = 288 - 167$ $11a = 121$ $a = \frac{121}{11}$ $a = 11$	Paso 4. Sustituimos el valor obtenido en cualquiera de las ecuaciones para obtener el valor de la segunda incógnita: En este caso sustituimos el valor obtenido $a = 11$ en la ecuación 2 : $t = 36 - 2a$ $t = 36 - 2(11)$ $t = 36 - 22$ $t = 14$
Esto significa que cada atole tiene un precio de \$11.00 y cada tamal cuesta \$14.00 . Por lo tanto si compra 3 atoles y 4 tamales deberá pagar \$89.00	

Mis desafíos



Para resolver un problema mediante un sistema de ecuaciones, hay que traducir al lenguaje algebraico las condiciones del enunciado y después resolver el sistema planteado.

Comienza por leer detenidamente el enunciado hasta asegurarte de que comprendes bien lo que se ha de calcular y los datos que te dan.

Una vez resuelto el sistema, no te olvides de dar la solución al problema.

Ejercicio 1

Analiza la siguiente situación de aprendizaje y resuelve el problema de manera individual.

En la kermes de la escuela, Daniela va a participar con un puesto con frutas, su mamá coopera con 3kg de manzanas y 5kg de naranjas, lo que le ocasionó un gasto de \$165.00, mientras que su tía le coopera con 4kg de manzanas y 3kg de naranjas, gastando \$176.00. Si Daniela requiere de 2kg más de manzanas y 2kg de naranjas. ¿Cuánto gastará Daniela por dicha compra?



Las incógnitas de la situación son:

El precio del kg de manzana se representará por:

El precio del kg de naranja se representará por:

La compra de la mamá, expresada en lenguaje algebraico es:

La compra de la tía, expresada en lenguaje algebraico es:

El sistema de ecuaciones es:

Método de solución:

Solución

La compra por realizar es:

Ejercicio 2

Para los siguientes reactivos, selecciona la respuesta que consideres correcta. Una vez seleccionada la opción, argumenta señalando los contenidos matemáticos vistos hasta el momento y de los cuales te basas para realizar tu selección.



Juan compró 4 kg de tomate y 2kg de frijol y pagó \$130.00; mientras que su vecina compró 3kg de frijol y 1kg de tomate y pagó \$85.00, ¿Cuál es el precio del kilogramo de frijol?

- A) \$15.00
- B) \$21.00
- C) \$22.00
- D) \$25.00

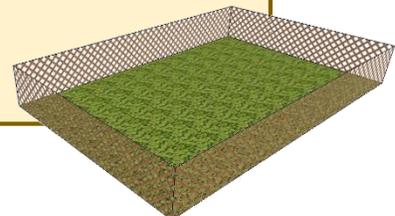
 Argumento:



Para cercar un terreno rectangular de 24 m^2 se emplearon 20 m de malla de alambre, ¿Cuánto mide el largo del terreno?

- A) 12 m
- B) 8 m
- C) 6 m
- D) 4 m

 Argumento:

**SUGERENCIAS**

- Lee atentamente cada reactivo.
- Identifica el contenido relacionado con el reactivo.
- Redacta de forma clara y sencilla tu argumento mencionando que contenidos y definiciones relacionantes con cada reactivo.



Mis Logros

Para valorar el nivel de avance que has logrado en este tema, es importante que completes la siguiente tabla de manera consciente y honesta. Marca con un X la casilla correspondiente.

Interpretación del nivel de avance:

100-90% - Lo logré de manera independiente

89-70% - Requerí apoyo para construir el aprendizaje

69-50% - Fue difícil el proceso de aprendizaje y sólo lo logré parcialmente.

40% o menos – No logré el aprendizaje.

CONTENIDOS CURRICULARES		NIVEL DE AVANCE			
		100-90%	89-70%	69-50%	40% o menos
CONCEPTUALES	Identifico los contenidos conceptuales relacionados con sistema de ecuaciones 2x2				
	Identifico las variables asociadas con expresiones matemáticas para traducirlas al lenguaje común y viceversa.				
	Conozco la metodología para solucionar problemas de ecuaciones lineales del sistema 2x2.				
PROCEDIMENTALES	Practico la metodología para resolver un problema de ecuaciones 2x2				
	Aplico los pasos para encontrar la solución a un problema relacionados con ecuaciones lineales.				
	Expreso mis ideas de manera escrita con orden, limpieza, correcta ortografía y redacción.				
	Reflexiono sobre temas vinculados a mi vida personal, familiar y social.				
ACTITUDINALES	Expreso mi aprecio por el lenguaje matemático al escribir con orden, limpieza, correcta ortografía y razonamiento lógico mis argumentos al dar respuesta a un problema particular.				
	Manejo argumentos acerca de un tema, de manera reflexiva.				
	Trabajo de manera colaborativa, compartiendo mis ideas y mostrando respeto a las otras aportaciones.				

SEMEJANZA Y CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

Mis bases

Introducción

La semejanza de triángulos es una de las herramientas más fuertes de la geometría, mediante la cual se resuelven numerosos problemas de aplicación. Ser semejante significa tener la misma forma, en el caso de los triángulos ser semejante, entonces, está referido a tener los ángulos correspondientes congruentes.

Antes de conocer los criterios de los triángulos es necesario definir algunos conceptos básicos como saber que una figura es congruente o semejante. Es por eso que en este apartado sabrás que:

- Dos **polígonos** son **semejantes** si sus ángulos correspondientes son iguales y sus lados correspondientes son proporcionales.
- A la razón de proporcionalidad entre los lados de dos polígonos semejantes, le llamamos **razón de semejanza**.
- Dos polígonos que tengan las mismas longitudes, decimos que las figuras son **congruentes**.



Referencia:

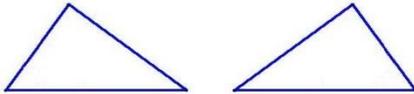
https://www.google.com/search?q=SEMEJANZA+Y+CONGRUENCIA+MAFALDA&tbm=isch&ved=2ahUKewidjP2tvu_xAhVVYq_wKHZQSDTgQ2-cCegQIABAA&oeq=SEMEJANZA+Y+CONGRUENCIA+MAFALDA&gs_lcp=CgNpbWcQAziECCMQJzoCC

Definición de semejanzas y congruencias de triángulos

🧐 Congruencia

Un triángulo es congruente con otro, o igual a otro, si tiene todos sus lados y ángulos respectivamente iguales a los lados y ángulos del otro.

Observa la siguiente imagen.



Ambos son exactamente iguales, solo que uno es el reflejo de otro. ¿Si lo ves? Un triángulo es congruente, sin importar la orientación, el largo de sus lados y el tamaño de sus ángulos son iguales, por lo que se considera que el triángulo de la derecha tiene lados abc y ángulos ABC y el de la izquierda

tiene lados $a'b'c'$ y ángulos $A'B'C'$. Describimos la siguiente fórmula de congruencia de triángulos: $A=A'$ y $B=B'$ y $C=C'$ y $a=a'$ y $b=b'$ y $c=c'$. (NOTA: La "y" indica unión, es decir; que todas las igualdades deben cumplirse).

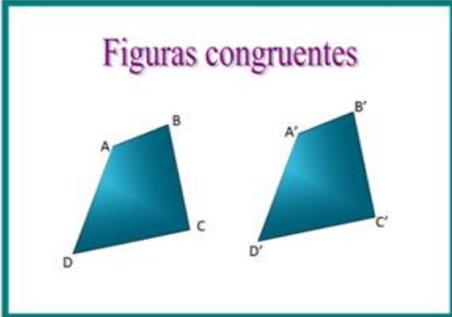
Observa las siguientes imágenes de ejemplos de congruencia



Referencia: https://www.google.com/search?q=congruencia&tbn=isch&ved=2ahUKEwj6q7K3v-_xAhUC_6wKHcWdDSkQ2-cCegQIABAA&oq=congruencia&gs

Figuras congruentes :

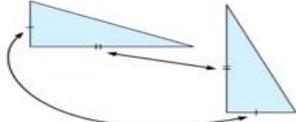
Figuras congruentes







Figuras congruentes relacionadas mediante traslación.

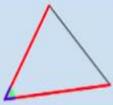
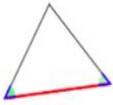
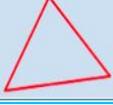


Figuras congruentes relacionadas mediante reflexión y rotación.

Criterios de Congruencia

¿Qué es el criterio de congruencia?

Dos o más figuras son congruentes si se cumple que son exactamente iguales, tanto en forma como en tamaño, es decir; si sus lados y sus ángulos respectivos tienen igual medida, aunque su posición y orientación sean distintas.

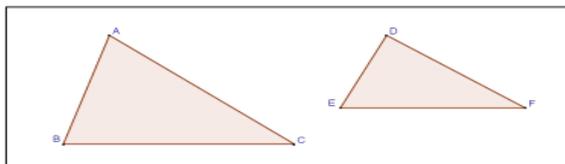
	<p style="text-align: center;">LAL (Lado, Ángulo, Lado)</p> <p>Dos triángulos son congruentes si dos lados de uno tienen la misma longitud que dos lados del otro triángulo, y los ángulos comprendidos entre esos lados tienen también la misma medida.</p>
	<p style="text-align: center;">ALA (Ángulo, Lado, Ángulo)</p> <p>Dos triángulos son congruentes si dos ángulos interiores y el lado comprendido entre ellos tienen la misma medida y longitud, respectivamente. (El lado comprendido entre dos ángulos es el lado común a ellos).</p>
	<p style="text-align: center;">LLL (Lado, Lado, Lado)</p> <p>Dos triángulos son congruentes si cada lado de un triángulo tiene la misma longitud que los correspondientes del otro triángulo.</p>

Semejanza

Término de semejanza: Dos triángulos son semejantes cuando tienen sus ángulos iguales (o congruentes) y sus lados correspondientes (u homólogos) son proporcionales.

Una semejanza se puede expresar como una composición de rotaciones, traslaciones y reflexiones. Por lo tanto, la semejanza puede modificar el tamaño y la orientación de una figura, pero no altera su forma.

Observa la siguiente imagen.



Una semejanza entre dos figuras geométricas, está definida exclusivamente por la condición de que la distancia entre cualquier par de puntos la primera figura A y B dividida entre la distancia de sus puntos de la segunda figura A' y B' es un valor constante "r", este valor se llama **razón de semejanza**.

En el caso del triángulo, la forma solo depende de sus ángulos. Se puede establecer así la definición que dos triángulos son semejantes si sus ángulos son iguales uno a uno. En la figura, los ángulos correspondientes simplificar son: $A = A'$, $B = B'$ y $C = C'$.

Observa la siguiente imagen de ejemplos de semejanza

SEMEJANZA

Dos figuras son semejantes si sus ángulos internos son iguales y sus lados guardan la misma proporción.

Obtenemos figuras semejantes si aplicamos la transformación homotecia, una escala o un factor constante de proporcionalidad

Observa
Los problemas de estos temas pueden resolverse fácilmente con una **Regla de 3**

Homotecia

Teorema de Tales
Los triángulos son semejantes

Escalas

Original Ampliación Reducción

Matemáticas Tamayo

FIGURAS SEMEJANTES

Dos figuras son semejantes cuando mantienen su "forma", pero no necesariamente el mismo tamaño.

Si son semejantes

Referencia:
https://www.google.com/search?q=figuras%20congruentes&tbn=isch&hl=es&sa=X&ved=0CB8QtI8BKABqFwoTCODU3o_D7_ECFQAAAAAdAAAAABAH&biw=1349&bih=526#imgrc=1o4sZybgbxGyGM

Figuras semejantes:



Polígonos semejantes

Ángulos homólogos iguales

Lados homólogos proporcionales

Dos figuras son semejantes, si una de ellas puede ser transformada en otra, bajo una reflexión, rotación, traslación, ampliación o cualquier composición de estas transformaciones

www.free-power-point-templates.com

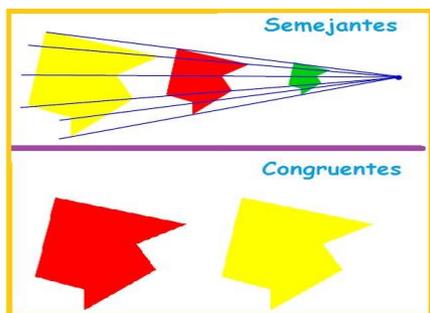
Criterios de Semejanza

Existen algunos principios que nos permiten determinar si dos triángulos son semejantes sin necesidad de medir y comparar todos sus lados y todos sus ángulos. Estos principios se conocen con el nombre de "Criterios de semejanza de triángulos".

Criterio	Enunciado
<i>AA</i>	<i>Dos triángulos son semejantes si dos de sus ángulos son iguales</i>
<i>LLL</i>	<i>Dos triángulos son semejantes si los tres lados correspondientes son proporcionales</i>
<i>LAL</i>	<i>Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales y forman ángulos iguales.</i>

DIFERENCIAS ENTRE SEMEJANZA Y CONGRUENCIA

Semejantes son los triángulos que no son idénticos pero guardan una proporción en sus lados y ángulos.



¿Cuál es la diferencia entre congruencia y semejanza de triángulos?

Congruencia de triángulos se da cuando dos triángulos son exactamente iguales en todos los sentidos, es decir, miden lo mismo y tienen los mismos ángulos.



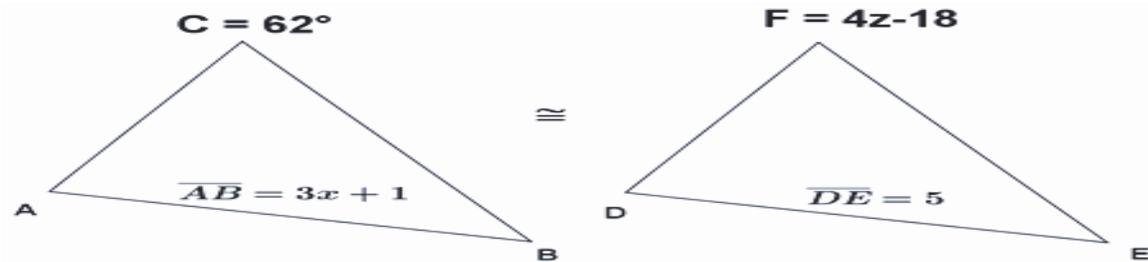
Nota

Semejanza: Se puede expresar como una composición de rotaciones, traslaciones y reflexiones.

Congruentes: Dos figuras geométricas son congruentes si tienen las mismas dimensiones y la misma forma sin importar su posición u orientación.

EJEMPLOS. Observa los siguientes ejercicios:

1. Dada la afirmación de que los triángulos $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ de la figura 2.8 y, que las medidas de algunos de sus elementos son $\overline{AB} = 3x + 1$ y, la medida del C es 62° . Por otro lado, la medida del F está dada por $4z - 18^\circ$ y el lado

**Solución:****Afirmaciones
(Tesis)**

$$\begin{aligned}
 3x + 1 &= 5 \\
 3x + 1 - 1 &= 5 - 1 \\
 3x &= 4 \\
 \frac{3x}{3} &= \frac{4}{3} \\
 x &= \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

$$4z - 18^\circ = 62$$

**Razones
(hipótesis)**

Si: $AB = DE$
 Propiedad aditiva de la igualdad
 Reducción de términos semejantes
 Propiedad recíproca de la igualdad Valor de x

$$4z - 18^\circ + 18^\circ = 62^\circ + 18^\circ$$

$$4z = 80^\circ$$

$$\frac{4z}{4} = \frac{80^\circ}{4}$$

$$z = 20^\circ$$

$$x = 4/3$$

$$z = 20^\circ$$

Propiedad aditiva de la igualdad

Reducción de términos semejantes

Propiedad recíproca de la igualdad.

Valor de z.

Resolviendo la primera afirmación para x
y la segunda afirmación para z.



La importancia de la congruencia y semejanza de triángulos radica en que, te permitirá realizar cálculos en un triángulo, cuyos datos pueden ser desconocidos, a partir de otro que es congruente o semejante a él, y así obtener la información faltante.

EJEMPLO 2



¡¡¡ Ayudemos a Snoopy!!!

Entre Snoopy, que mide 1.52 metros de altura, y un árbol hay un charco en el que se refleja su copa.

Snoopy quiere saber la altura de dicho árbol sabiendo que, el ángulo de incidencia entre el árbol y el charco y Snoopy y el charco es el mismo y sabiendo que las distancias que separan a Snoopy y del lugar del reflejo en el charco y el árbol son 3.2 metros y 7.2 metros respectivamente.

¿Qué elementos tenemos que nos ayudan con el problema?



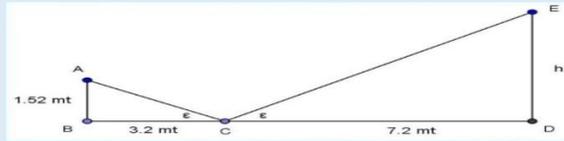
- Snoopy mide 1.52 metros
- La distancia entre Snoopy y la sombra es de 3.2 metros
- La distancia entre el árbol y su reflejo es de 7.2 metros
- El ángulo de incidencia para el árbol y Snoopy respecto al charco, es el mismo.

¿Cómo ayudaríamos a Snoopy para saber la altura del árbol?

PALABRA CLAVE
PROPORCIÓN

SOLUCION:

Como ambos triángulos tienen dos ángulos congruentes, por criterio AAA los triángulos son semejantes.



Por criterio AAA $\triangle ABC \sim \triangle EDC$

$$\angle ABC \approx \angle EDC$$

$$\angle BCA \approx \angle DCE$$

$$\angle CAB \approx \angle CED$$

Como son semejantes, los lados son proporcionales

$$\frac{ED}{AB} = \frac{DC}{BC}$$

Sustituimos los valores establecidos en el problema

$$\frac{h}{1.52} = \frac{7.2}{3.2}$$

$$h \cdot 3.2 = 7.2 \cdot 1.52$$

$$h = \frac{(7.2 \cdot 1.52)}{3.2}$$

$$h = \frac{10944}{3.2}$$

$$h = 3.42$$

RESPUESTA: la altura del arbol es 3.42 metros respecto a la relacion de Snoopy y el arbol.

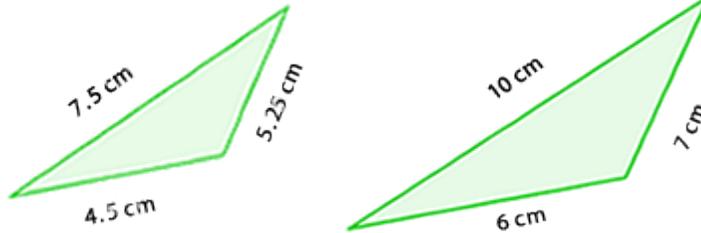
**RECURSOS**

- *Libro de texto de los TBC Matemáticas II (Bloque II: Realizas transformaciones algebraicas II).*
- *Evaluación Diagnóstica Al Ingreso De La Educación Media Superior, Guía de estudios 2019-2020.*
- <https://www.superprof.es.com>

Mis desafíos

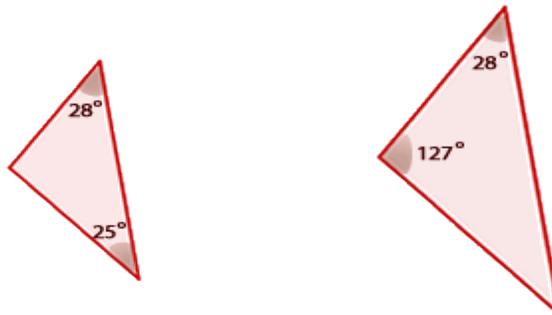
Ejercicio 1. *Elige la opción correcta que completa la oración.*

a) Los siguientes triángulos son semejantes porque...



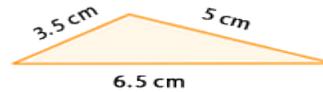
- Son del mismo color.
- Las medidas de sus lados correspondientes están dadas en centímetros.
- Sus lados correspondientes son proporcionales dos a dos.

b) Los triángulos de la imagen...



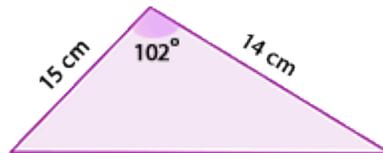
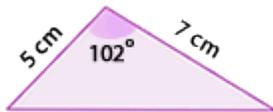
- Se parecen, pero no son semejantes.
- Son semejantes pues las medidas de sus ángulos homólogos son iguales.
- No podemos afirmar nada, pues en ningún triángulo se dan las medidas de sus tres ángulos.

a) Los triángulos siguientes tienen...



- Ningún ángulo igual.
- Sus tres ángulos agudos iguales.
- Un ángulo agudo igual.

b) Selecciona la opción que pueda concluirse a partir de la imagen.



- El primer triángulo no es semejante al segundo.
- El segundo triángulo es semejante al primero.
- No es posible concluir algo porque se desconoce la medida del tercer lado de cada triángulo.

c) Si los lados de dos triángulos ABC y A'B'C' son $A = 2$ cm, $B = 4.82$ cm, $C = 3.61$ cm. y $A' = 1$ cm,

$B' = 2.41$ cm, $C' = 1.7$ cm, respectivamente.

- Los triángulos son semejantes.
- Los triángulos no son semejantes.
- Con las medidas dadas no pueden construirse dos triángulos.

c) Si en los triángulos ABC Y A'B'C' las medidas de dos de sus lados y el ángulo comprendido entre ellos, miden, respectivamente, $a = 3 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $\alpha = 141^\circ$ y $A' = 9 \text{ cm}$, $B' = 12 \text{ cm}$, $\alpha' = 141^\circ$.

No son semejantes.

Son semejantes.

Son congruentes.

d) Si en los triángulos ABC y A'B'C' las medidas de sus ángulos correspondientes si $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 30^\circ$ y $\alpha' = 90^\circ$, $\beta' = 60^\circ$, $\gamma' = 30^\circ$.

Los triángulos son semejantes.

Los triángulos son congruentes.

No es posible afirmar si los triángulos son semejantes o congruentes porque en ambos casos sus ángulos miden lo mismo.

Ejercicio 2. Resuelve el problema.

a) Los lados de un triángulo miden $a = 9 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$ y $c = 18 \text{ cm}$. Construye un segundo triángulo semejante sabiendo que su lado mayor debe valer 6 cm .

$a = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$

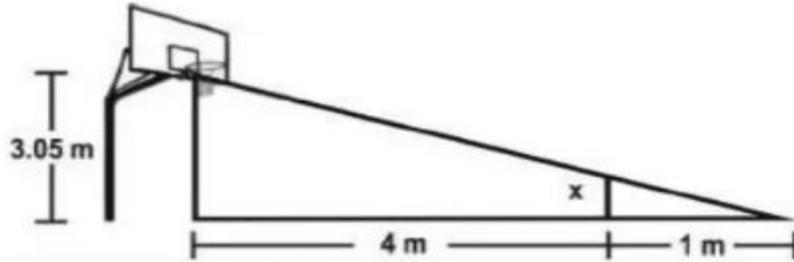
$b = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$.

b) ¿Cuál es la razón de semejanza? En caso de ser una fracción escríbela de forma horizontal auxiliándote con "/"

c) Si uno de los ángulos del primer triángulo vale 27° , ¿Tendrá el segundo triángulo también un ángulo de la misma medida?

Ejercicio 3

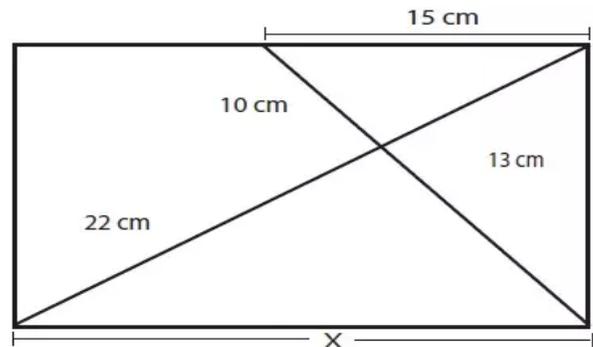
Observa la figura donde se muestra dos triángulos semejantes, si los datos corresponden a la medida del piso hasta el tablero de básquetbol y "x" representa a Juan parado sobre el piso entonces, ¿Cuál debe ser el tamaño de "x"?



Ejercicio 4

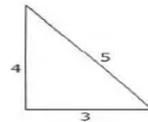
El dibujo representa el marco de una ventana, reforzada con varillas que forman triángulos semejantes, ¿Cuánto mide la base de la ventana? (x)

- A) 28.6 cm
- B) 25.3 cm
- C) 19.0 cm
- D) 33.0 cm



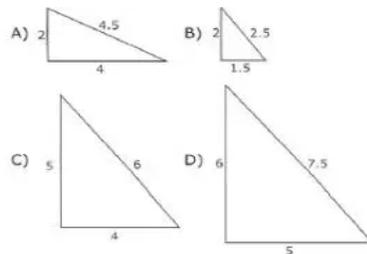
Ejercicio 5

¿Cuál de los siguientes triángulos es semejante a



Observa los triángulos de la derecha

- A) Triángulo B
- B) Triángulo D
- C) Triángulo C
- D) Triángulo A



Mis Logros

Para valorar el nivel de avance que has logrado en este tema, es importante que completes la siguiente tabla de manera consciente y honesta. Marca con un X la casilla correspondiente.

Interpretación del nivel de avance:

100-90% - Lo logré de manera independiente

89-70% - Requerí apoyo para construir el aprendizaje

69-50% - Fue difícil el proceso de aprendizaje y sólo lo logré parcialmente.

40% o menos – No logré el aprendizaje.

CONTENIDOS CURRICULARES		NIVEL DE AVANCE			
		100-90%	89-70%	69-50%	40% o menos
CONCEPTUALES	Identifico el contenido principal del tema " semejanza y congruencias de triángulos".				
	Identifico las variables asociadas con semejanza y congruencias de triángulos para traducirlas al lenguaje común y viceversa.				
	Conozco la metodología para resolver problemas de semejanza y congruencia en triángulos planos.				
PROCEDIMENTALES	Practico la metodología para resolver problemas en triángulos planos.				
	Aplico los pasos para obtener resultados correctos en problemas en triángulos de semejanza.				
	Expreso mis ideas de manera escrita con orden, limpieza, correcta ortografía y redacción.				
	Reflexiono sobre temas vinculados a mi vida personal, familiar y social.				
ACTITUDINALES	Expreso mi aprecio por el lenguaje matemático al escribir con orden, limpieza, correcta ortografía y razonamiento lógico mis argumentos al dar respuesta a un problema particular.				
	Manejo argumentos acerca de un tema, de manera reflexiva.				
	Trabajo de manera colaborativa, compartiendo mis ideas y mostrando respeto a las otras aportaciones.				

TEOREMA DE PITÁGORAS

Mis bases

ENUNCIADO DEL TEOREMA DE PITÁGORAS

El Teorema de Pitágoras establece que:

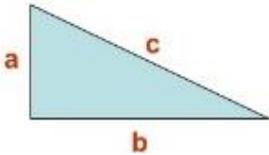


En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los dos catetos.

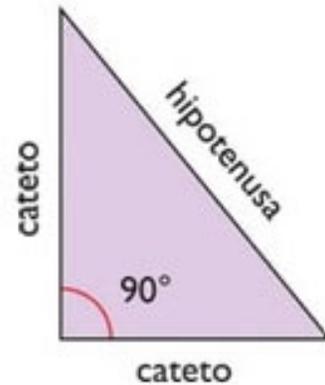
Entenderemos por:

Cateto: Lado que junto con otro forman el ángulo recto de un triángulo rectángulo.

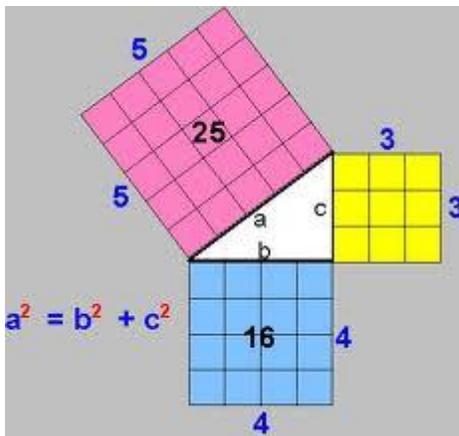
Hipotenusa: Lado opuesto al ángulo recto en un triángulo rectángulo.



$$a^2 + b^2 = c^2$$



Demostración gráfica del Teorema de Pitágoras



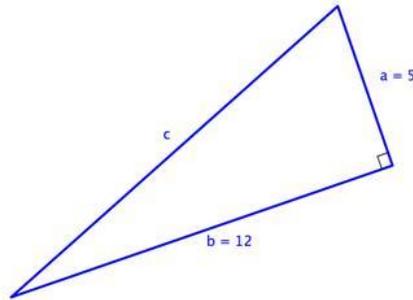
El Teorema de Pitágoras es una de las fórmulas matemáticas más útiles, porque hay muchas circunstancias en el mundo real donde se puede aplicar. Por ejemplo, los arquitectos e ingenieros usan extensivamente esta fórmula cuando construyen rampas.

Referencia: https://www.google.com/search?q=teorema+de+pitagoras&tbn=isch&ved=2ahUKEwiuhrWLx-_xAhWMfqwKHeZICSgQ2-

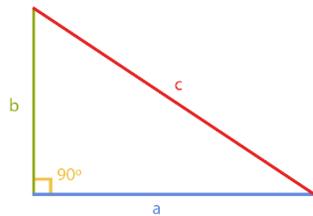
CegQIABAA&og=teorema+de+pitagoras&gs_lcp=CgNpbWcQARgAMgUIABCxZiFCAAQsQMMyAggAMgIIADICCAyAggAMgIIADICCAyAggAMgIIAFD9CFj9CGCIKWgAcAB4AIABwQGIACeBkgEDMC4xmAEAoAEBqgELZ3dLXdpei1pbWFAAQE&scient=img&ei=ckj1YK6OGYz9sQXmy6XAAg&bih=526&biw=1349&hl=es#imgsrc=hBH_bPUJ3LVT6M

Ejemplos:

Podemos usar el Teorema de Pitágoras para encontrar la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo si conocemos la longitud de sus catetos. Es decir, si conocemos las longitudes de a y b , podemos encontrar c .



En el triángulo de arriba, nos dan las medidas de los catetos a y b : 5 y 12, respectivamente. Podemos usar el Teorema de Pitágoras para encontrar el valor de la longitud de c , la hipotenusa.

**Problema** Encontrar c cuando $a = 5$ y $b = 12$ 

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{Teorema de Pitágoras}$$

$$(5)^2 + (12)^2 = c^2 \quad \text{Sustituir } a \text{ y } b \text{ por los valores conocidos}$$

$$25 + 144 = c^2 \quad \text{Simplificar}$$

$$169 = c^2 \quad \text{Combinar términos semejantes}$$

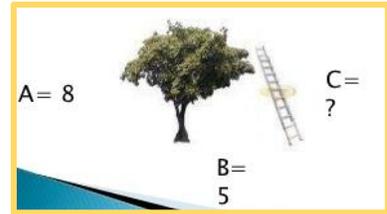
$$\sqrt{169} = \sqrt{c^2} \quad \text{Calcular la raíz cuadrada en ambos lados}$$

$$13 = c$$

Solución

Ejemplo. Para cálculo de longitudes y distancias

Se desean bajar frutos de un árbol de naranjos, para ello se requiere construir una escalera que sea capaz de alcanzarlos, sabiendo la altura a la que se encuentran los frutos y la distancia del árbol y la distancia del árbol a la base de la escalera. ¿Cuál debe ser la longitud a la que se debe construir la escalera?

**Solución:**

1. Identificar que a partir de los datos el problema se resuelve aplicando el Teorema de Pitágoras.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

2. Sustituir los valores identificados en el planteamiento del problema en la expresión del Teorema de Pitágoras:

$$c^2 = (8)^2 + (5)^2$$

3. Como se desea conocer el valor de la hipotenusa c (*longitud de la escalera*), se extrae raíz cuadrada a ambos miembros de la igualdad obtenida en el paso 2.

$$\sqrt{c^2} = \sqrt{(8)^2 + (5)^2}$$

$$c = \sqrt{(8)^2 + (5)^2}$$

4. Se simplifica y realiza las operaciones:

$$c = \sqrt{64 + 25}$$

Nota

Al extraer raíz cuadrada a c^2 el exponente y el índice de la raíz cuadrada se cancela, por ser la potenciación el inverso de la radicación.

**RECURSOS**

- *Libro de texto de Matemáticas II (Bloque II Resuelve problemas de semejanza de triángulos y teorema de Pitágoras).*
- https://www.google.com/search?q=DEFINICION+DEL+TEOREMA+DE+PITAGORAS&sxsrf=ALeKk00EkkB7IuSShZnZ5-rYo9W_PCG-MA:1623085662427&source=Inms&tbn=isch&sa=X&ved=2ahUK-Ewih2-SigYbxAhVCF6wKHUReAq0Q_AUoAXoECAEQAw#imgsrc=pl2LfDRB2j_CXM

Mis Logros

Para valorar el nivel de avance que has logrado en este tema, es importante que completes la siguiente tabla de manera consciente y honesta. Marca con un X la casilla correspondiente.

Interpretación del nivel de avance:

100-90% - Lo logré de manera independiente

89-70% - Requerí apoyo para construir el aprendizaje

69-50% - Fue difícil el proceso de aprendizaje y sólo lo logré parcialmente.

40% o menos - No logré el aprendizaje.

CONTENIDOS CURRICULARES		NIVEL DE AVANCE			
		100-90%	89-70%	69-50%	40% o menos
CONCEPTUALES	Identifico los sistemas y reglas o principios medulares que subyacen a una serie de fenómenos.				
	Identifico las actividades que resultan de menor y mayor interés y dificultad, reconociendo y controlando sus reacciones frente a retos y obstáculos.				
	Analizo y comprendo textos y fórmulas, relaciono información para la resolución de problemas.				
PROCEDIMENTALES	Construyo e interpreto modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.				
	Interpreto tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.				
	Formulo y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.				
ACTITUDINALES	Valora la importancia del trabajo con orden y limpieza al desarrollar cada una de las actividades de aprendizaje.				
	Realizo un trabajo metódico y organizado.				
	Muestro conciencia social ante las situaciones de mi entorno.				

SUCESIONES Y SERIES NUMÉRICAS

Mis bases

RESULTADO DE APRENDIZAJE		
Expresa y utiliza sucesiones y series aritméticas y geométricas.		
Contenido central	Contenido específico	Actitudes
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Sentido numérico y pensamiento algebraico. 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Sucesiones ➤ Series numéricas 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Se conoce y respeta a sí mismo. ➤ Se orienta y actúa a partir de valores. ➤ Se expresa y comunica correctamente.

Una sucesión es un conjunto de números o figuras ordenadas según una regla fija.

Es un conjunto de números ordenados de modo que uno es el primer término, otro es el segundo, otro el tercero, y así sucesivamente. (Matemáticas I bloque III página 132)

Las sucesiones pueden dividirse principalmente en dos:

En la **sucesión aritmética**, el valor que se utiliza para obtener el siguiente término es llamado razón o diferencia, y se halla restándole a cualquier término el anterior. (Manual de Matemáticas para la evaluación diagnóstica de Ingreso a la Educación Media Superior 2018).

SUCESIONES

a) Si anotamos los números 1, 4, 7, 10, 13, 16...

Es una sucesión, cuya regla está dado por la suma de 3 a cada término que se escribe.



A las sucesiones donde se suma una cantidad para obtener el siguiente término, se le llama sucesión (progresión) aritmética.

Sucesión Geométrica

En la **sucesión geométrica**, el valor que se utiliza es llamado razón, y se halla dividiendo cualquier término entre el anterior. (Manual de Matemáticas para la evaluación diagnóstica de Ingreso a la Educación Media Superior 2018).

El término general para una sucesión geométrica es la siguiente:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

b) Si tenemos:

2, 8, 32, 128,...

Es una progresión, cuya ley o regla es que cada término se obtiene multiplicando por 4.



A las sucesiones donde se multiplica una cantidad para obtener el siguiente término se le llama sucesión (progresión) geométrica.

Ejemplos:

a) 1, 2, 3...

b) 1, 4, 7, 10...

c) 2, 4, 6, 8, 10...

Notas



Si a_1 representa **el primer término** de una sucesión, a_2 **el segundo**, a_3 **el tercero**, y así sucesivamente, podemos denotarla como:

$a_1, a_2, a_3, \dots,$	$a_{n-2},$	$a_{n-1},$	a_n
	Antecesor	Sucesor	Último término

*La expresión a_n se conoce como término general o el n – ésimo término.

Método para determinar los términos de una sucesión

Encuentra la regla general de la siguiente sucesión 6, 9, 12, 15, 18... Posteriormente comprobar que realmente la regla general encontrada es la correcta.

$$3n+3$$

$$3(1)+3= 3+3= 6$$

$$3(2)+3= 6+3= 9$$

$$3(3)+3= 9+3= 12$$

$$3(4)+3= 12+3= 15$$

$$3(5)+3= 15+3= 18$$

Por lo tanto nos damos cuenta que la regla general que encontramos es la correcta porque cumple con cada uno de los términos de la sucesión.

Si conocemos el **n – ésimo (an)** término, podemos determinar sus términos sustituyendo **n por 1**, para determinar el primero, **n por 2** para el segundo, y así sucesivamente.

Ejemplo1: Determina los primeros cinco términos de la sucesión cuyo término sea:

$$a_n = 5n - 2$$

Solución

$$a_1=5(1)-2=3, \quad a_2=5(2)-2=8 \quad a_3=5(3)-2=13 \quad a_4=5(4)-2=18 \quad a_5=5(5)-2=23$$

$$R=3, 8, 13, 18, 23$$

Ejemplo 2: De la siguiente sucesión comprobar si se trata de una sucesión geométrica.

$$3, 6, 12, 24, 48, \dots$$

$$a_1 = \text{Primer término} \quad r = \text{razón } 2 \quad n = \text{término que estamos buscando.}$$

$$a_1 = 3 \cdot 2^{1-1} = 2(1) = 2$$

$$a_2 = 3 \cdot 2^{2-1} = 3(2) = 6$$

$$a_3 = 3 \cdot 2^{3-1} = 3(4) = 12$$

$$a_4 = 3 \cdot 2^{4-1} = 3(8) = 24$$

$$a_5 = 3 \cdot 2^{5-1} = 3(16) = 48$$

Por lo tanto concluimos que se trata de una sucesión geométrica.



RECURSOS

- *Matemáticas 1. Libro de texto TBC (Bloque III realiza sumas y sucesiones de números).*
- *Manual de Matemáticas para la evaluación diagnóstica de Ingreso a la Educación Media Superior 2018.*

Mis desafíos



1. Observa y analiza los siguientes conjuntos de datos, ¿Serán sucesiones?

1, 6, 11, 16, 21, 26	Sí ()	No ()
2, 6, 18, 54, 162	Sí ()	No ()
2, 9, 18, 19, 20, 30, 40, 43, 44, 100, 102	Sí ()	No ()

2. Determina una expresión para el término general de 2, 6, 10, 14... a_n ...

n	1	2	3	4	5	6	7	8
a_n	2	6	10	14				

3. Identifique si las siguientes sucesiones son aritméticas o geométricas y encuentra la regla general.

3, 5, 7, 9, 11, 13...

7, 11, 15, 19, 23...

10, 30, 90, 270, 810...

5, 20, 80, 320, 1280...

4. Sea la sucesión aritmética: 3, 7, 11, 15... Encuentra los siguientes dos términos. Para poder realizar este ejercicio es necesario en primer lugar, encontrar la regla general.

Mis Logros

Para valorar el nivel de avance que has logrado en este tema, es importante que completes la siguiente tabla de manera consciente y honesta. Marca con un X la casilla correspondiente.

Interpretación del nivel de avance:

100-90% - Lo logré de manera independiente

89-70% - Requerí apoyo para construir el aprendizaje

69-50% - Fue difícil el proceso de aprendizaje y sólo lo logré parcialmente.

40% o menos – No logré el aprendizaje.

CONTENIDOS CURRICULARES		NIVEL DE AVANCE			
		100-90%	89-70%	69-50%	40% o menos
CONCEPTUALES	Identifico los contenidos conceptuales relacionados con una sucesión aritmética y geométrica.				
	Identifico las variables asociadas con expresiones matemáticas para traducirlas en términos de sucesión aritmética y geométrica.				
	Conozco la metodología para encontrar la regla general de sucesión y lo aplico para resolver problemas diversos.				
PROCEDIMENTALES	Practico la metodología para encontrar los términos de una sucesión.				
	Aplico los pasos para identificar los términos de una sucesión.				
	Expreso mis ideas de manera escrita con orden, limpieza, correcta ortografía y redacción.				
	Reflexiono sobre temas vinculados a mi vida personal, familiar y social.				
ACTITUDINALES	Expreso mi aprecio por el lenguaje matemático al escribir con orden, limpieza, correcta ortografía y razonamiento lógico mis argumentos al dar respuesta a un problema particular.				
	Manejo argumentos acerca de un tema, de manera reflexiva.				
	Trabajo de manera colaborativa, compartiendo mis ideas y mostrando respeto a las otras aportaciones.				

SERIES NUMÉRICAS

Una **serie** es la suma de todos los términos de una sucesión. La expresión de una serie aritmética es:

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

Esta expresión se puede escribir de manera simplificada usando la notación *sigma*:

$$S = \sum_{i=1}^n a_i \text{ que se lee sumatoria de los términos } a_i \text{ para } i = 1 \text{ hasta } n$$

$$\text{Así } S = \sum_{i=1}^5 a_i = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$$

expresa la suma de los primeros 5 términos de la sucesión a_n

Tomado de: Libro de texto de los TBC Matemáticas I (Bloque III: series numéricas).



Fórmula para calcular la suma de los términos comprendidos entre a_1 y a_n conociendo la diferencia entre términos consecutivos:

$$S = \frac{(a_n - a_1 + d)(a_1 + a_n)}{2d}$$

Esta fórmula es de mucha utilidad en la solución de problemas. Una aplicación importante es la de calcular la suma de los primeros enteros naturales.

Se desea calcular la suma:

Tomado de: Libro de texto de los TBC Matemáticas I (Bloque III: series numéricas).

$$\text{Como } d = 1 \text{ tenemos } S = \frac{n(n+1)}{2}$$

Esta fórmula calcula la suma de los primeros n enteros naturales.

Ejemplo 1: Calcula la suma de los primeros **10 enteros naturales**.

Solución:

$$S = \frac{10(10+1)}{2} = \frac{10(11)}{2} = 5(11) = 55$$

Comprobación:

$$\underbrace{1 + 2 + 3 + 4}_{10} + \underbrace{5 + 6 + 7}_{18} + \underbrace{8 + 9 + 10}_{27} = 10 + 18 + 27 = 28 + 27 = 55$$

Ejemplo 2: Encuentra la suma de los enteros comprendidos entre **10 y 15**.

Solución:

$$S = \frac{(a_n - a_1 + d)(a_1 + a_n)}{2d} = \frac{(15 - 10 + 1)(10 + 15)}{2(1)} = \frac{6(25)}{2} = 3(25) = 75$$

Ejemplo 3: Encuentra la suma de los términos de la sucesión **17, 25, 33, ..., 65**.

Solución:

$$d = 8$$

$$S = \frac{(a_n - a_1 + d)(a_1 + a_n)}{2d} = \frac{(65 - 17 + 8)(17 + 65)}{2(8)} = \frac{56(82)}{16} = 7(41) = 287$$

Mis desafíos



I. Resuelve los siguientes ejercicios, aplicando las formulas.

1.-Calcula la suma de los primeros 16 enteros naturales .	
2.-Encuentra la suma de los enteros comprendidos entre 18 y 26 .	
3.-Encuentra la suma de los términos de la sucesión 17, 25, 33,..., 65 .	

II. Resuelve lo siguiente. Sabiendo que el término n-ésimo de una sucesión es $a_n = 5a_{n-1} + 1$

a) Encuentra los primero 5 términos de la sucesión dado que $a_1 = 8$.	
b) Encuentra los siguientes dos términos de la sucesión 1001, 900, 799, 698,...	
c) Dada la sucesión 80, 103, 126, 149,... encuentra el término a_{20} .	

III. Realiza los siguientes ejercicios, de series numéricas ascendentes y descendentes.

1.- Determina la serie numérica de las siguientes sucesiones

a). 2, 7, 12, 17, ...	_____
b). 17, 19, 21, 23, ...	_____
c).18, 20, 22, 24,...	_____

2.- Determina los componentes de una **serie numérica de números impares ascendentes** cuyo número menor es **3** y su número mayor es **13**._____

3.- Determina como estará compuesta una serie numérica que va de **5 en 5**, que inicia en **5** y el número mayor es **40**_____

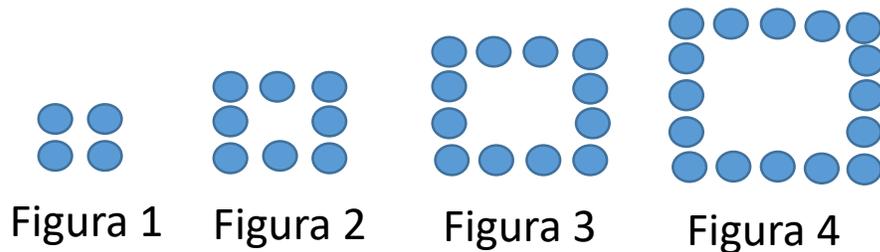
4.- Determina la **serie numérica descendente, de números reales positivos y pares** que inicia con el número **12**_____

5.- Determina la **serie numérica descendente** de números **reales negativos** impares que inicia con el número **-17**_____

IV. Instrucciones: resuelve los siguientes ejercicios prácticos de aplicación.

a) Don Juan Pablo compro un televisor en la mueblería “Juárez”, pagando a crédito a 8 meses, y según la política de la mueblería los pagos son: \$320 el primer pago, \$360 el segundo pago, \$400 el tercer pago y así sucesivamente. ¿Cuánto le costó el televisor?

b) Luis desea cercar un terreno para la crianza de ganado, para ello dispone de postes de madera y alambre de púas, recurre a Pedro un campesino de su pueblo experto en la elaboración de cercas, para que le haga un presupuesto por el trabajo. Pedro le muestra la siguiente serie de diseños y le aclara que le cobrara \$20 por cada poste que utilice:



Si a Luis decide cercar de acuerdo a como se muestra la figura 6 ¿Cuánto postes sembrara y cuanto le cobrara pedro?

Mis Logros

Para valorar el nivel de avance que has logrado en este tema, es importante que completes la siguiente tabla de manera consciente y honesta. Marca con un X la casilla correspondiente.

Interpretación del nivel de avance:

100-90% - Lo logré de manera independiente

89-70% - Requerí apoyo para construir el aprendizaje

69-50% - Fue difícil el proceso de aprendizaje y sólo lo logré parcialmente.

40% o menos – No logré el aprendizaje.

CONTENIDOS CURRICULARES		NIVEL DE AVANCE			
		100-90%	89-70%	69-50%	40% o menos
CONCEPTUALES	Identifico los contenidos conceptuales relacionados series numéricas.				
	Identifico el concepto de series numéricas.				
	Conozco la metodología para obtener las series numéricas.				
PROCEDIMENTALES	Practico la metodología para obtener los tipos de series numéricas.				
	Aplico los pasos para obtener los tipos de series numéricas.				
	Expreso mis ideas de manera escrita con orden, limpieza, correcta ortografía y redacción.				
	Reflexiono sobre temas vinculados a mi vida personal, familiar y social.				
ACTITUDINALES	Expreso mi aprecio por las sucesiones al escribir con orden, limpieza, correcta ortografía y razonamiento lógico mis argumentos al dar respuesta a un problema particular.				
	Manejo argumentos acerca de un tema, de manera reflexiva.				
	Trabajo de manera colaborativa, compartiendo mis ideas y mostrando respeto a las otras aportaciones.				

Bibliografía

Libro de texto de los TBC Matemáticas I (Bloque I: Resuelves Problemas Aritméticos y Algebraicos).

Manual de Ejercicios. Planea 2016.

Evaluación Diagnóstica Al Ingreso De La Educación Media Superior, Guía de estudios 2019-2020.

<https://www.youtube.com/watch?v=XV5PiV2-91U> (*Jerarquía De Operaciones*)

<https://www.youtube.com/watch?v=W2GWO8Xt560> (*Ley De Los Signos*)

<https://www.youtube.com/watch?v=6f40XK7nssY> (*Ley De Los Signos-Regla De Los Signos*)

Las Mates Fáciles (2019). Sistemas de Ecuaciones 2x2 - Método de Igualación. [Web] Consultado en:

<https://bit.ly/3gWzYMK>

Martínez, J. M. (2019). Sistemas de ecuaciones [PDF] Recuperado de: <https://bit.ly/3h1ljjD>

Secretaría de Educación Pública (SEP). Evaluación Diagnóstica al Ingreso a la Educación Media Superior. Guía de estudios 2018-2019. [PDF] Recuperado de: <https://bit.ly/3w52wrD>

Guías de estudios 2018-2019, ciencias experimentales, lectura y matemáticas. Evaluación diagnóstica al ingreso de la educación media superior. Secretaría de educación, Subsecretaría de Educación Media Superior, Coordinación sectorial de desarrollo académico, 2018.

Garrido M. (2015). Matemáticas III: Secretaría de Educación Pública. Subsecretaría de Educación Media Superior. Dirección General del Bachillerato. México.

Julián Pérez Porto y Ana Gardey. Publicado: 2014. Actualizado: 2016. Definicion.de: Definición de serie numérica (<https://definicion.de/serie-numerica/>)

Coordinador de la Unidad de TBC Tabasco:
Ing. José Luis Hernández Cabrera

Personal del área académica que coordinó:
Mtra. Mercedes Magaña Hernández

Personal docente del área de Matemáticas que elaboró:

Aldo Alejandro Hernández
Artemio Velazco Castellanos
Eduarda Sánchez Osorio
Elmer Alexi Cruz Pérez
Erick Andrei Gutiérrez León
Fátima Guadalupe Ferrer Vidal
Felipe Ramírez Pereyra
Guadalupe Chablé Galmiche
Guadalupe de los Ángeles López Gómez
Guadalupe Galmiche Sánchez
Jorge Vázquez Centeno
José Guadalupe Méndez May
José Luis López Sarao
Juan Carlos Reynoso Rodríguez
Juana Ovando Contreras
Lucio Gutiérrez Gómez
María Teresa Méndez May
Martín Gómez Blanco
Yenni del Carmen Velueta Frank

Personal docente del área de Comunicación que colaboró en la revisión ortográfica y sintáctica:
Ana María Mendoza Vázquez
Nery Morales Jerónimo

