# Jueves
# 16
# de junio

# 1° de Secundaria
# Matemáticas

*Volumen de prismas rectos.*

***Aprendizaje esperado***: *calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero, desarrollando y aplicando fórmulas.*

***Énfasis***: *resolver problemas relacionados con el cálculo del volumen de prismas rectos.*

## ¿Qué vamos a aprender?

En esta sesión continuarás con el estudio del aprendizaje esperado: "Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero, desarrollando y aplicando fórmulas.".

Para ello, resolverás problemas en donde vas a utilizar las fórmulas para calcular el volumen de dichas figuras.

Los materiales que vas a utilizar en esta sesión son:

- Cuaderno de matemáticas o papel para escribir.
- Lápiz.
- Colores, los cuales puedes utilizar para señalar e incluso identificar lo que consideres más importante durante el desarrollo de esta lección.
- Y tu libro de texto de Matemáticas.

Durante el desarrollo de la sesión, anota tus dudas, inquietudes o las dificultades que surjan al resolver los planteamientos dados; también, te aconsejo que anotes los datos o definiciones que consideres relevantes.

El hacer anotaciones, te ayudará en tu proceso de reflexión y análisis del contenido que estudiarás, y posteriormente podrás consultar además de apoyarte, con la información relacionada con el tema en tu libro de texto.

Asimismo, puedes solicitar apoyo o retroalimentación “a distancia” de tus maestras o maestros, cuando sea posible.

## ¿Qué hacemos?

A propósito del tema de esta lección, es importante comentar, sobre los cuerpos geométricos tridimensionales o simplemente cuerpos, los cuales llegan a ocupar un espacio y a la medida de ese espacio se conocen como volumen.

Asimismo, los objetos que están “huecos” o cóncavos pueden contener en su interior otros cuerpos (sólidos, líquidos o gaseosos) en una cantidad que recibe el nombre de capacidad, entonces se sabe que existe una relación directa entre la capacidad de un cuerpo y el volumen que éste ocupa. Los cuerpos geométricos existen en el espacio y son, por tanto, objetos tridimensionales limitados por varias superficies.

Si todas las superficies que lo limitan son planas y de contorno poligonal, el cuerpo es un poliedro. Se vive en un mundo tridimensional. La mayoría de los objetos que se conocen pueden caracterizarse como sólidos tridimensionales. Todos los cuerpos geométricos tridimensionales, es decir, que presentan un alto, un ancho y una profundidad, ocupan un espacio. La medida del espacio que ocupan dichos cuerpos tridimensionales recibe el nombre genérico de volumen del cuerpo. En esta sesión abordarás principalmente planteamientos del contexto cotidiano en donde encontrarás la fórmula para calcular el volumen de prismas rectos, específicamente los que presenten una base triangular o de un cuadrilátero.

Observa la siguiente situación.

> *Hace unos días, Abel tuvo la oportunidad de conocer una chocolatería artesanal que es negocio de una muy querida amiga, ella comentó que quiere fabricar chocolates cuyo diseñó está basado en un prisma triangular, por lo pronto debe buscar diseñar la caja que los va a contener, la cual debe tener las siguientes medidas: El largo o alto de la caja es de 20 cm y por lo que respecta a la base cuya figura evidentemente es un triángulo esta debe medir 5.5 cm, mientras que la altura de la base debe ser de 4.8 cm, ella se pregunta: ¿Cuál es el volumen total de dicha caja?*

Antes de abordar la resolución de este planteamiento, haz un breve repaso sobre las características de un prisma triangular y su fórmula, para esto utilizarás un programa de geometría dinámica para ilustrar lo antes mencionado

Como puedes observar en el programa de geometría dinámica, el prisma triangular regular cuyas bases tienen tres lados iguales y tres caras que unen los lados correspondientes y de manera equivalente, es una figura de la cual dos caras son paralelas entre si y las otras están en el mismo plano, entonces se puede decir que todas sus secciones transversales paralelas a las caras de la base son conformadas por los mismos triángulos.

Este planteamiento que se acaba de mencionar requiere el uso de la fórmula para conocer el valor del volumen de un prisma triangular, recuerda que esta figura presenta tres dimensiones: Largo, ancho y profundidad que en el plano es representada por la altura, considerando esto, tienes que para calcular el volumen de dicha figura este es: V = Área de la base por la altura del prisma, como la base es un triángulo, su área la calculamos multiplicando la base por la altura y su resultado se divide entre 2.

**Volumen = Área de la base por Altura**

$$V = A_b \times A$$

Tomando en cuenta los datos, se van a ordenar para dar una respuesta correcta al cuestionamiento anterior, entonces se tiene:

Volumen (V) = Dato a encontrar
Altura del prisma = 20 cm
Base = 5.5 cm
Altura del triángulo de la base del prisma = 4.8 cm

Primero vas a calcular el área de la base que en este caso es un triángulo, tienes que Área de la base es igual a 5.5 centímetros por su altura, 4.8 centímetros = 26.4 centímetros cuadrados entre 2 es igual 13.2 centímetros cuadrados, dicha cantidad la multiplicarás por 20 centímetros lo cual resulta en doscientos sesenta y cuatro centímetros cúbicos.

Volumen (V) = Dato a encontrar
Largo del prisma = 20 cm
Base = 5.5 cm
Altura = 4.8 cm

$$A_b = 5.5cm \times 4.8cm = 26.4cm^2$$

$$\frac{26.4cm^2}{2} = 13.2\ cm^2$$

$$13.\ 2\ cm^2 \times 20\ cm = 264\ cm^3$$

Entonces, dicha cantidad es el valor del volumen de la caja en forma de prisma triangular que se diseñará.

Recuerda que en esta sesión estas abordando a los prismas regulares y es el turno del prisma rectangular, vas a revisar las características de esta figura en el siguiente vídeo.

1. **Video 3**
   https://youtu.be/Wo-agQiWq-M

Utilizando nuevamente el programa de Geometría Dinámica, revisa entonces, que el prisma rectangular tiene como características principales dos bases rectangulares a las cuales se denominarán cara inferior, la cual está representada por el rectángulo de color rojo, cara superior (en este caso de color amarillo), por lo que respecta a las 4 caras laterales, estas las coloreadas de color azul para reconocerlas de manera adecuada.

Toma en cuenta que la fórmula para encontrar el volumen del prisma rectangular se establece también en el cálculo del área de la base, en este caso en un rectángulo la calculas multiplicando el largo por el ancho de la figura para finalmente multiplicar lo obtenido por la altura de dicha figura.

Observa la siguiente situación

> *Leslie ha querido comprar una pecera la cual tiene forma de un prisma rectangular, hace unos días fue a una tienda donde las venden y el encargado menciona que por cada pez de aproximadamente 3cm de largo, se requieren 18 L de agua en la pecera. Si va a comprar una pecera de 30cm por 60 cm en la base rectangular por 80 cm de altura de la pecera. ¿Cuántos peces de 3 cm puede haber como máximo en ella?*

Recuerda que una pecera tiene forma de prisma rectangular, el cual presenta 30 cm de ancho por 60 cm de largo en su base y 80 cm de altura, obtén el área de la base cuyo valor es de 30 cm por 60 cm y el resultado es de 1800 cm cuadrados, el cual se multiplica por el valor de la altura en este caso 80 cm, obteniendo que el volumen de la pecera es de 144,000cm cúbicos los cuales tendrás que convertir a decímetros cúbicos para transformarlos a litros, recuerda que 1 cm cubico es igual a .001 decímetros cúbicos, para esto utilizarás el factor de conversión que consiste en 1.0 decímetros cúbicos entre 1000 centímetros cúbicos y procederás a multiplicar 1.0 por 144000, y su resultado lo divides entre 1000, no sin antes eliminar los centímetros cúbicos, teniendo que 144000 entre 1000, da como resultado 144 decímetros cúbicos, recuerda que un decímetro cubico es equivalente a 1 litro por lo tanto son 144 litros.

**Abordando este tipo de figura, esto me recuerda que he querido comprar una pecera la cual tiene forma de un prisma rectangular, hace unos días fui a una tienda donde las venden y el encargado menciona que por cada pez de aproximadamente 3cm de largo, se requieren 18 L de agua en la pecera. Si voy a comprar una pecera de 30cm por 60 cm por 80 cm. ¿Cuántos peces de 3 cm puede haber como máximo en ella?**

¿Cuántos peces de 3 cm puede haber en la pecera?

Tomando en consideración los datos del problema se requieren 18 litros por cada pez, entonces divides:

144 que es la cantidad máxima de litros que debe contener la pecera entre 18 lo cual da un total de 8 peces.

$$\frac{144}{18} = 8 \; peces\ caben\ en\ la\ pecera$$

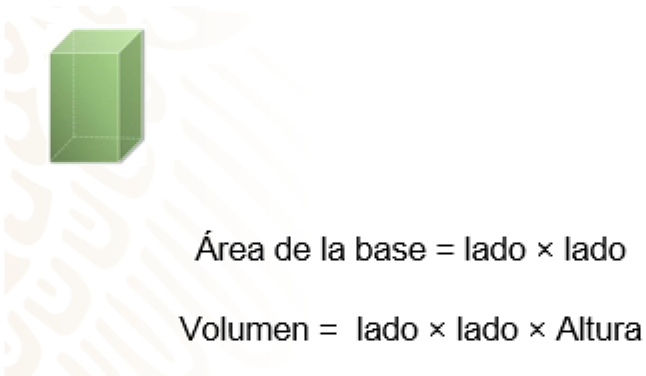
Hasta ahorita has trabajado con prismas triangulares y rectangulares que pertenecen a los prismas rectos cuya base es un triángulo o un cuadrilátero: ¿existen otro tipo de planteamientos en los que se pueda calcular por ejemplo… el volumen de un prisma cuadrangular?

En el caso del prisma cuadrangular se tiene una figura regular cuya superficie está formada por dos cuadriláteros iguales y paralelos llamados bases y por cuatro caras laterales que son paralelogramos, por lo que respecta a la altura la distancia entre las dos bases del prisma, en este caso la longitud de la altura y la de las aristas de las caras laterales coinciden, por lo tanto el prisma cuadrangular rectangular es aquel que tiene como bases dos cuadrados y sus caras laterales son rectángulos iguales.

2. **Video 4**
   https://youtu.be/0A2CsBKWmCg

Partiendo del video anterior se deduce que el patrón de comportamiento de la fórmula es el mismo.

Es decir, el Área de la base que es un cuadrado se obtiene con la fórmula lado por lado y lo que resulte se multiplicará por la altura, dando pie a la fórmula: Volumen igual a lado por lado por altura.




Ahora observa a continuación una aplicación práctica de lo que se mencionó hace unos momentos.

> *El papá de un alumno quiere transportar en contenedores, sus productos guardados en cajas cuyas medidas son de 1.1 por 1.1 metros y de largo miden 2.9 m, el problema radica en que los contenedores de carga tienen 2.2 metros de ancho y 2.2 metros de altura, pero el largo varía entres tamaños: 12m, 9m y 6m, entonces: ¿cuántas cajas que presentan las medidas planteadas en la primera parte de este planteamiento, caben en cada tipo de contenedor?*

Primeramente, vas a calcular el volumen de las cajas ¿Qué característica principal detectan en las longitudes que estás presentan?

Puedes revisar que tanto el ancho como el largo de dichas cajas tienen la misma medida, es decir 1.1 metros, esto habla de un cuadrado, cuya fórmula para obtener el área te lleva a multiplicar 1.1 por 1.1 metros obteniendo 1.21 metros cuadrados y esa cantidad la multiplicas por la altura que es de 2.9 metros, obteniendo la cantidad de 3.509 metros cúbicos.

Como pudiste verificar, el procedimiento es muy accesible, ahora calcula el valor del volumen del contenedor cuya altura o profundidad, corresponde a 12 metros y las medidas de la base son de 2.2 metros por lado respectivamente.

Para esto considerando las medidas de la base, obtienes su área, multiplicando 2.2 por 2.2 metros que es igual a 4.84 metros cuadrados, esa cantidad la multiplicas por el primer tamaño de uno de los contenedores el cual es de 12 metros, dando como resultado 58.08 metros cúbicos, pero aquí tengo una duda; ¿Cómo obtienes la cantidad de cajas que caben en dicho contenedor?

En este caso tendrías que dividir los 58.08 metros cúbicos que representan el volumen del contenedor entre los 3.509 metros cúbicos relativos al volumen de las cajas, dando como resultado 16.55, es decir 16 cajas que cabrían en dicho contenedor con 12 metros de altura o profundidad.

Tomando en cuenta cada uno de los procedimientos verificados en esta sesión, vas a obtener el cálculo del número de cajas en el contenedor cuya altura o profundidad es de 9 metros, recuerda que de largo y ancho mide la misma cantidad, en este caso 2.2 metros, se sabe que al multiplicar dichas cantidades obtienes 4.84 metros cuadrados, pero ahora procede a multiplicarlas por 9 metros que es la longitud de la altura del siguiente contenedor, dando como resultado 43.56 metros cúbicos, ahora bien; como el volumen de las cajas (en este caso es de 3.509 metros), procede a dividir dichas cantidades, teniendo el siguiente cociente: 43.56 metros cúbicos entre 3.509 metros cúbicos es igual a 12.41, es decir 12 cajas.

$$\frac{58.08 \text{ m}^3}{3.509\, m^3} = \textbf{16.55 es decir, 16 cajas.}$$

Por último, calcula el número de cajas que caben en el último contenedor que también presenta las mismas medidas de la base, pero cuya altura o profundidad es de 6 metros.

Como has logrado verificar a lo largo de esta lección, el encontrar volúmenes de prismas es un procedimiento que tiene aplicaciones en el contexto cotidiano, hasta ahorita has manejado una fórmula que establece una forma muy definida de calcular el volumen de los prismas regulares, la cual se establece obteniendo primeramente el Área de la base por la altura y esto en cualquier figura regular que presenta las características previamente definidas durante todo el desglose de esta sesión.

Observa la siguiente situación.

> *Leslie y su familia están por construir los cimientos de una casa dentro de un terreno que compraron, tienen que excavar para hacer un hueco donde cimentarán 2 estructuras, la primera con un largo de 78.2 metros de largo, y un ancho de 87.3 metros, mientras que la segunda su largo mide 102 metros y su ancho es de 23.5 metros con una profundidad de 1.6 en ambos casos para construir dichos cimientos. ¿Cuánta tierra tendrán que remover?*

Para esto tendrías que calcular el volumen del hueco para la primera estructura, por lo que puedes verificar se trata de un prisma rectangular, por lo cual multiplicarás el largo que es 78.2 y un ancho de 87.3 metros.

Respectivamente, al multiplicarlos obtienes 6826.86 metros cuadrados los cuales multiplicarás a su vez por los 1.6 metros de altura, resultando 10922.976 metros cúbicos.

$$78.2 \text{ m} \times 87.3 \text{ m} = 6826.86 \text{ m}^2$$

$$6826.86 \text{ m}^2 \times 1.6\text{m} = 10922.976\text{m}^3$$

El procedimiento retoma lo que has estado trabajando en esta lección, siendo entonces que debes multiplicar los 102 y 23.5 metros respectivamente que conforman la segunda estructura y dicho producto es igual a 2397 metros, esa cantidad la debes multiplicar por 1.6 metros, dando como resultado 3835.2 metros cúbicos.

Esto da pie a la realización de la siguiente pregunta ¿qué operación tendrás que realizar para obtener la cantidad de tierra a remover?

$$102 \text{ m} \times 23.5 \text{ m} = 2397 \text{ m}^2$$

$$2397 \text{ m}^2 \times 1.6\text{m} = 3835.2\text{m}^3$$

Solamente debes sumar los valores de los volúmenes obtenidos, es decir Volumen 1 más Volumen 2 que es igual a la cantidad de tierra a retirar… Tomando en cuenta esto, se tiene:

10922.976 metros cúbicos más 3835.2 metros cúbicos es igual a 14758.176 metros cúbicos de tierra a remover.

Así como en este problema utilizas las fórmulas para calcular el volumen de un hueco en un terreno con el objeto de cimentar una construcción, existen problemas en los que puedes llegar a utilizar las fórmulas antes vistas, con el objeto de calcular la capacidad que contiene un envase, como es el caso del siguiente planteamiento:

> *Un alumno en el taller de cocina quiere diseñar un envase de leche y calcular su capacidad, la forma de dicho contenedor es un prisma rectangular, las medidas que le propuso su maestro fueron de 6.4cm de ancho por 9.5 cm de largo con respecto a la base y de altura 16.45cm, en este caso su docente le formula dos preguntas:*

La primera: ¿Cuál sería la capacidad del envase de leche cerrado?
La segunda: ¿Cuál sería la capacidad del envase conservando las mismas medidas de la base, pero cambiando su altura a 19 cm?

Ubica los valores de la base y se trata de un rectángulo, procedes a calcular su área y tienes que 6.4 centímetros por 9.5 centímetros lo cual es igual a 60.8 centímetros cuadrados, para luego multiplicarlo por 16.45 cm dando lugar a un resultado igual a: 1000.16 centímetros cúbicos.

Convierte los centímetros cúbicos a litros, para esto puedes retomar el método que utilizas en el problema de la pecera que se resolvió al comienzo de esta sesión, para esto utilizarás el factor de conversión que consiste en 1.0 decímetros cúbicos entre 1000 centímetros cúbicos y procedes a multiplicar 1.0 por 1000.16 , y su resultado lo divides entre 1000, no sin antes eliminar los centímetros cúbicos, teniendo que 1000.16 entre 1000, da como resultado 1.00016 decímetros cúbicos y que un decímetro cubico es equivalente a 1 litro por lo tanto son 1.00016 litros.

$$\mathbf{6.4\ cm \times 9.5\ cm = 60.8\ cm^2}$$

$$\mathbf{60.8\ cm^2 \times 16.45\ cm = 1000.16\ cm^3}$$

Aunque la primera pregunta ya fue resuelta en su totalidad, solamente sigue resolver la segunda, pero aquí un segundo reto, en donde determinarás. ¿Cuál sería la capacidad del envase conservando las mismas medidas de la base, pero cambiando su altura a 19 cm?, a modo de recomendación no olvides utilizar el factor de conversión que has empleado para pasar de decímetros cúbicos a litros.

$$1000.16\ cm^3 \times \frac{1.0dm^3}{1000cm^3} = 1.00016\ \mathrm{dm}^3$$

$$\mathbf{1.00016\ dm^3 = 1.00016\ litros}$$

Has trabajado problemas de aplicación para calcular el volumen de prismas rectos cuya base es un triángulo y cuadriláteros. De ahí la importancia de manejar con destreza el cálculo del volumen de los cuerpos que te rodean y los espacios delimitados por paredes. Esto es muy importante ya que este tema tiene distintas aplicaciones como las que viste en esta sesión o por ejemplo al intentar mover el mueble que tanto trabajo costó subir por la escalera y que no cabe en el espacio que habías previsto por hacer un mal cálculo de su volumen. Por lo tanto, puedes determinar con todo esto que el volumen es una magnitud fundamental del mundo. Se vive en un planeta que no es unidimensional, ni plano por lo que los seres vivientes son cuerpos tridimensionales. De ahí la importancia de calcularlo de manera adecuada. Así que no es extraño que en muchas ocasiones se necesite medir el volumen de un cuerpo. De modo que el día de hoy se verificó que el concepto de volumen tiene vital importancia en la cotidianidad.

## El reto de hoy:

Durante el desarrollo de esta lección aprendiste que puedes resolver situaciones problemáticas en las que utilizas las fórmulas para calcular el volumen de prismas rectos y cómo pudiste constatar tienen aplicación en cualquier contexto, es interesante reconocer en todo momento que te mueves en un mundo de tres dimensiones y que todos los objetos que existen en este mundo tienen volumen.

Te invito a resolver los distintos ejercicios que encontrarás en tu libro de texto, relacionados con el aprendizaje esperado de esta sesión, con el objeto de seguir practicando el conocimiento que hoy estuviste trabajando, te recomiendo solicitar apoyo a tus maestras y maestros –cuando esto sea posible- para que puedan resolver tus cuestionamientos.

**¡Buen trabajo!**

**Gracias por tu esfuerzo.**

## Para saber más:

Lecturas

https://libros.conaliteg.gob.mx/secundaria.html