

**Jueves
19
de mayo**

**1° de Secundaria
Matemáticas**

Ecuaciones lineales I

Aprendizaje esperado: *resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.*

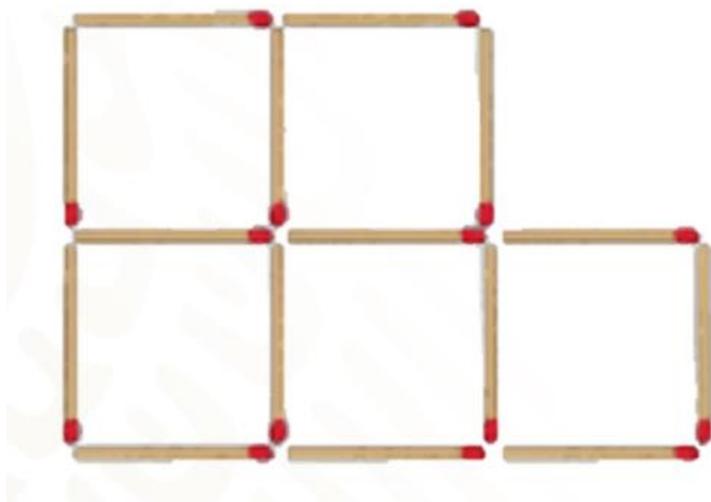
Énfasis: *resolver ecuaciones lineales de la forma $ax + b = c$ mediante distintos procedimientos.*

¿Qué vamos a aprender?

Como en cada lección, se propondrá un reto. En este caso, es un juego usando cerillos. Hay que formar con ellos una figura como la que observas. Tu puedes armar la figura usando, por ejemplo: lápices, bolígrafos, colores, palitos de paleta, etcétera.

El juego consiste en quitar 3 cerillos de la figura, con la condición de que únicamente queden 3 cuadrados iguales. Inténtalo y, al final, se dará la solución al reto.

Juego con cerillos



En esta sesión, aprenderás a resolver problemas que impliquen plantear y resolver una ecuación lineal.

Una vez que se tenga el problema por resolver, verificarás que dicho problema te permite identificar en el enunciado, tanto las cantidades conocidas, como las desconocidas; y construir una ecuación que modele o represente las relaciones entre dichas cantidades; así como interpretar la igualdad como la equivalencia entre las expresiones encontradas.

¿Qué hacemos?

Para resolver una ecuación, es necesario conocer las operaciones contrarias básicas; por ejemplo, las denominadas aditivas y las multiplicativas.

Para el caso de las aditivas, se tienen las sumas (adiciones) y las restas (sustracciones). En el caso de las multiplicativas, están la multiplicación y la división.

Esto te servirá cuando analices el método de solución de una ecuación lineal, al aplicar las propiedades de la igualdad.

Como debes recordar, en primaria resolvías operaciones con un valor faltante; por ejemplo, el problema se planteaba así: "Valor faltante + 4 = 15".

Aquí, el valor faltante debía ponerse dentro de un cuadro vacío o sobre una línea.

En esos casos, una vez elegido el número, se realizaba la operación para verificar su validez. Normalmente se hacían por ensayo y error o agilidad aritmética.

Las operaciones eran sencillas, pero éstas se podían complicar cada vez más; de ahí la importancia de trabajar con la incógnita.

Recuerda que se pueden formular diversos problemas que se resuelvan con la misma ecuación, porque en ella se expresa únicamente la relación entre las cantidades involucradas, sin importar si se trata de edades, dinero, o cualquier otra cosa.

Analiza la siguiente situación problemática:

En un grupo de primero de secundaria hay 21 mujeres, que son siete más que el número de hombres. Si la incógnita "x" es la cantidad de hombres, ¿cuál es la ecuación que nos permite encontrar dicha cantidad?

La incógnita "x" representa a la cantidad de hombres que hay en el grupo. Se sabe que hay 21 mujeres y que son siete mujeres más que los hombres; sería correcto escribir la ecuación: $x + 7 = 21$, o $21 = x + 7$.

La primera expresión indica que la cantidad de hombres más siete, es igual a la cantidad de mujeres, que es el dato que se conoce; la segunda expresión sería equivalente y se leería al revés.

Ambas formas que se describen son correctas. Se sugiere trabajar con ambas. Antes de resolver la ecuación recuerda algunos conceptos importantes.

A las partes que integran una ecuación se les conoce como miembros de la ecuación, separadas por el signo "igual". Al leerlas de izquierda a derecha se establecen como primer miembro y segundo miembro.

La propiedad uniforme de la igualdad indica que, si se suma, se resta, se multiplica o se divide la misma cantidad en ambos miembros de una igualdad, ésta se conserva.

Para resolver la ecuación, hay que despejar a la incógnita; es decir, hay que dejarla sola, sin ningún otro término, en cualquiera de los miembros de la ecuación. Para ello, haz el siguiente análisis:

En el primer miembro de la ecuación, se tiene a la incógnita que suma al número 7; entonces, una forma de eliminar este término del primer miembro es aplicar la propiedad uniforme de la igualdad. Como en el primer miembro hay un siete sumando, utiliza la operación inversa a la suma; por lo tanto, resta siete en ambos miembros de la ecuación y queda:

$$x + 7 - 7 = 21 - 7$$

Resuelve las operaciones en ambos miembros de la ecuación obteniendo:

$$x = 14$$

Así, se sabe que en el grupo hay 14 hombres y 21 mujeres, respetando la condición inicial de que hay 7 mujeres más que hombres; ya que 14 más 7 es igual a 21.

Ahora, trabaja con la otra ecuación equivalente, escrita de forma contraria por así decirlo.

$$21 = x + 7$$

Aplicando, nuevamente, la propiedad uniforme de la igualdad, resta en ambos miembros de la ecuación siete, quedando:

$$21 - 7 = x + 7 - 7$$

Resolviendo en ambos miembros de la ecuación se concluye que:

$$14 = x$$

Por supuesto que parece raro, pero el signo igual trabaja en ambos sentidos. Si lees de derecha a izquierda se lee $x = 14$

¿Cómo puedes saber que el resultado encontrado es correcto?

Para eso, debes realizar la comprobación, sustituyendo el valor encontrado en la ecuación original planteada y comprobar si se cumple la igualdad.

Esto sería:

$x + 7 = 21$, como "x" es igual a 14; entonces:

$$14 + 7 = 21$$

$$21 = 21$$

Al observar que se cumple la igualdad, se tiene la certeza de haberlo realizado correctamente.

Ahora intenta realizar el siguiente problema.

El triple de un número más 20 es igual a 84. ¿Cuál es ese número?

¿Recuerdas cómo se representa el triple de un número algebraicamente?

Podría ser $3x$, $3y$ o $3z$

Siguiendo el enunciado, establecemos la siguiente ecuación: $3z + 20 = 84$

Si observas la ecuación, parece un poco más compleja que el primer caso analizado; sin embargo, verás que no lo es.

Es importante que comprendas que, cuando se tiene un número, llamado coeficiente, junto a una literal, sin ningún signo de operación entre ellos; entonces, estos términos se están multiplicando y es necesario tenerlo presente durante el despeje de la incógnita.

Recuerda a los miembros de la ecuación, primer miembro $3z + 30$ y segundo miembro 84 .

Si deseas despejar a la incógnita "z" en el primer miembro de la ecuación, primero debes eliminar el 30; para ello, hay que restar 30 en ambos miembros, quedando:

$$3z + 30 - 30 = 84 - 30$$

Realizando operaciones en ambos miembros de la ecuación, se obtiene: $3z = 54$.

Ahora falta quitar el número tres, que multiplica a la incógnita; por lo tanto, habrá que realizar, en ambos miembros de la ecuación, la operación contraria a la multiplicación; es decir, dividir entre tres; por lo tanto: $3z/3 = 54/3$

Realizando la división en ambos miembros de la ecuación se obtiene que:

$$z = 18$$

Es importante comprobar que el valor encontrado de "z" es correcto: sustituye "z" por el valor encontrado, de la siguiente manera.

$$3z + 30 = 84$$

Al sustituir "z", se tiene,

$$3(18) + 30 = 84$$

$$54 + 30 = 84$$

$$84 = 84$$

Al cumplirse la igualdad, se tiene la certeza de haber resuelto la ecuación correctamente.

Ahora observa el siguiente problema.

Un señor de 45 años tiene un hijo de 7 años. ¿Dentro de cuántos años la edad del padre será el triple de la edad de su hijo?

¿Podrías plantear la ecuación que te permita encontrar la solución a dicho problema?

Se tiene la edad actual del señor y la de su hijo. La incógnita, en este caso, es la cantidad de años que deben pasar para que la edad del padre sea igual al triple de la edad de su hijo.

Parece sencillo. Intenta plantear la ecuación, respetando las condiciones del problema. Es importante observar que los años que pasan, afectan a ambas personas.

Se establecen dichas condiciones.

Edad del hijo es igual a 7, si agregas "x" años a su edad; entonces quedaría $7 + x$.

En el caso del padre, sería $45 + x$ años.

Y la ecuación para dar respuesta al problema, viene condicionada por la pregunta:

¿Dentro de cuántos años la edad del padre será el triple de la edad de su hijo?

Siguiendo la pregunta, tienes que multiplicar la edad del hijo por 3; entonces se tiene la ecuación:

$$45 + x = 3(7 + x)$$

Antes de comenzar a despejar la incógnita, debes realizar la multiplicación de tres por siete y tres por "x", obteniendo, de esta forma, la siguiente ecuación.

$$\begin{aligned}45 + x &= 3(7 + x) \\45 + x &= 3(7) + 3(x) \\45 + x &= 21 + 3x\end{aligned}$$

Ahora se tiene una ecuación con la incógnita en ambos miembros, lo primero que harás será colocar a la incógnita en uno solo de los miembros. Aplicando la propiedad de la igualdad, observa que a "x" le antecede el signo de suma; por lo que, debes restar en ambos miembros de la ecuación el término "x"; así se tiene:

$$45 + x - x = 21 + 3x - x$$

Operando en ambos miembros de la ecuación queda: $45 = 21 + 2x$

De acuerdo con lo que has visto, ahora tienes que restar 21 en ambos miembros, ya que 21 positivo acompaña a la incógnita. Así se tiene:

$45 - 21 = 21 + 2x - 21$, y al resolver las operaciones para simplificar queda:

$$24 = 2x$$

Como puedes observar, la incógnita puede despejarse en cualquier miembro de la ecuación; sin embargo, se acostumbra hacerlo en el primer miembro, por razones de lectura. Cuando se cambian ambos términos de miembro en la ecuación se mantienen sus signos, es decir:

$$2x = 24$$

Como la incógnita está multiplicada por dos, hay que dividir ambos miembros de la ecuación entre dos, quedando:

$$2x/2 = 24/2$$

Opera en ambos términos de la ecuación, obteniendo: $x = 12$.

Ahora tienes que comprobar que la respuesta o valor encontrado sea correcto.

Para ello, sustituyes la incógnita en la ecuación planteada originalmente:

$$45 + x = 3(7 + x)$$

Sustituyendo "x" por el valor encontrado, se tiene:

$45 + 12 = 3(7 + 12)$. Siguiendo la jerarquía de las operaciones, se tiene:

$$57 = 3(19)$$

$$57 = 57$$

Esto quiere decir que deben pasar 12 años para que el padre tenga el triple de la edad de su hijo.

Ya que $45 + 12 = 57$, y $7 + 12 = 19$. Cuando el padre tenga 57 años, su hijo tendrá 19 años, porque 19 por 3 es 57.

Llegado a este punto, es necesario comentar que, durante tu desarrollo escolar, al convivir con otros compañeros o pedir ayuda a tus padres, familiares o amigos, te dirán algo como "pasa sumando", "pasa restando", "pasa multiplicando" o "pasa dividiendo".

Pero la base de dicha práctica es lo que has desarrollado hasta ahora y tiene que ver con las propiedades de la igualdad. Una vez comprendida dicha forma, puedes aplicar la forma sintetizada como verás en el siguiente problema.

*Alberto descargó dos aplicaciones para su teléfono celular. En la primera aplicación, que llamaremos A, le cobraron \$30 por la descarga, más \$4.50 por cada minuto de uso. En la descarga de la aplicación, que llamaremos B, pagó \$6.00 y \$5.25 por cada minuto de uso.
Si Alberto pagó lo mismo en ambos casos, ¿cuánto tiempo usó cada una?*

Intenta plantear la ecuación que te permita encontrar la solución al problema, pues Alberto no se percató del tiempo que usó las aplicaciones y tiene curiosidad por saberlo.

Durante el desarrollo de este problema, seré enfático para explicar frases como: “pasa del otro lado con la operación contraria”, para que, al usarlas, entiendan el por qué se aplica.

Plantea las ecuaciones para cada aplicación.

Aplicación A: $30 + 4.5x$

Aplicación B: $6 + 5.25x$

Ahora toca igualar ambas expresiones para obtener la ecuación. Al igualarlas se tiene la ecuación lineal:

$$6 + 5.25x = 30 + 4.5x$$

Si observas, ahora estas trabajando con números decimales, pero también podrían ser fracciones; es decir, las ecuaciones no limitan el tipo de números a usar.

Comienza por manipular el $4.5x$ para que la incógnita quede en un solo miembro de la ecuación; por lo tanto, debes restar en ambos miembros de la ecuación el término $4.5x$, de esta manera:

$$6 + 5.25x - 4.5x = 30 + 4.5x - 4.5x, \text{ que, al simplificar, queda: } 6 + 0.75x = 30$$

Retoma la ecuación original. Si eliminas $4.5x$ de manera abreviada, pasarías el término $+ 4.5x$ del segundo miembro, al primer miembro con la operación contraria; es decir, como $-4.5x$. De esta forma se tiene.

$$6 + 5.25x - 4.5x = 30$$

$$6 + 0.75x = 30$$

Para continuar, busca eliminar el 6 del primer miembro, restando 6 en ambos lados de la igualdad.

$$6 + 0.75x - 6 = 30 - 6 \text{ y queda, } 0.75x = 24$$

Regresa al paso anterior: $6 + 0.75x = 30$. Al resolver de manera abreviada, pasarías el término 6 al segundo miembro de la ecuación con la operación contraria; es decir, restando 6; de esta forma se tiene.

$$0.75x = 30 - 6$$
$$0.75x = 24$$

Ya sólo faltaría dividir ambos miembros de la ecuación entre 0.75 para terminar de despejar a la incógnita, quedando:

$$0.75x/0.75 = 24/0.75$$
$$x = 32$$

La comprobación quedaría de la siguiente manera.

$$6 + 5.25x = 30 + 4.5x$$

Sustituyendo "x" por el valor encontrado, 32, se tiene que:

$$6 + 5.25(32) = 30 + 4.5(32)$$
$$6 + 168 = 30 + 144$$
$$174 = 174$$

De esta forma, se puede asegurar que el valor encontrado es el correcto

Lo que significa que Alberto uso las aplicaciones 32 minutos y que pagó, en cada una, \$174.00.

Ahora, para terminar, haz el despeje de la incógnita de manera abreviada, pero teniendo en mente el proceso que desarrollaste a lo largo de esta sesión, para aceptar el movimiento de los términos de un miembro a otro de la ecuación.

Luis trabaja como mesero. La primera semana de trabajo recibió cierta cantidad de dinero de propinas y la segunda semana recibió la mitad que en la primera. Si el total de sus propinas fue de \$1 260, ¿cuánto dinero recibió cada semana?

Es importante recordar que puedes elegir cualquier letra para asignarla a la incógnita.

Considerando a la letra "p" como incógnita para la cantidad de propinas que recibió Luis, la ecuación quedaría:

$$p + p/2 = 1260$$

Si sumas los términos semejantes para simplificar, tendrías la ecuación: $3/2$ de $p = 1260$

Ahora se tiene $\frac{3}{2}$ por “p”, que es igual a $3p$ sobre 2. Al número 2, como divisor de $3p$, lo pasamos multiplicando del primero al segundo miembro de la ecuación y queda:

$$3p = 2(1260)$$

Realizando el producto de dos por 1 260, tienes:

$$3p = 2520$$

Ahora, para despejar “p”, observa que el número 3 está multiplicando; por lo tanto, pasará del primer miembro al segundo miembro, dividiendo, de esta manera:

$$p = 2520/3$$

Al resolver la división, se concluye que:

$$p = 840$$

Por lo tanto, en la primera semana obtuvo de propinas \$840 y en la segunda la mitad de 840; es decir $840/2$. Así que, en la segunda semana, sus propinas fueron de \$420.

Para comprobar la ecuación, sustituye el valor encontrado y comprueba que el resultado sea el correcto. Por lo tanto:

$$p + p/2 = 1260$$

Sustituyendo “p” por el valor encontrado, quedaría la igualdad como:

$$840 + 840/2 = 1260$$

$$840 + 420 = 1260$$

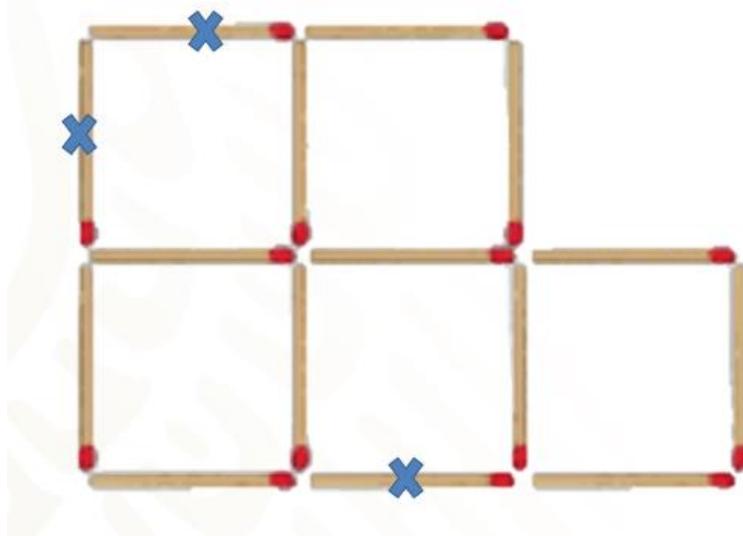
$$1260 = 1260$$

De esta manera, queda comprobado que el resultado fue correcto.

El reto de hoy:

Retoma el reto que se planteó al inicio de la sesión.

Juego con cerillos



Se quitan el palillo horizontal de arriba a la izquierda, el vertical superior izquierdo y el horizontal inferior que está al centro.

Con esta respuesta a este problema, se espera que puedas practicar, dentro de tus posibilidades, lo aprendido en ella.

Consulta otras fuentes para aclarar las dudas que pudieran surgir. En tu libro de texto de Matemáticas, puedes encontrar más actividades relacionadas con la resolución de este tipo de problemas, para practicar el trabajo realizado en esta sesión.

¡Buen trabajo!

Gracias por tu esfuerzo.

Para saber más:

Lecturas

<https://libros.conaliteg.gob.mx/secundaria.html>