

**Jueves
20
de enero**

**3° de Secundaria
Matemáticas**

Ecuaciones de segundo grado

Aprendizaje esperado: *resuelve problemas que implican el uso de ecuaciones de segundo grado.*

Énfasis: *fortalecer la resolución de ecuaciones de segundo grado.*

¿Qué vamos a aprender?

Resolverás problemas aplicando las ecuaciones de segundo grado en situaciones reales.

Necesitarás tu cuaderno de apuntes, lápiz y goma.

¿Qué hacemos?

Inicia resolviendo algunos problemas en donde apliques procesos de solución de las ecuaciones de segundo grado o cuadráticas.

Observa la primera situación:

Situación 1

1. Audiovisual 1 “El corral”

<https://youtu.be/m1o2XkM5R7g>

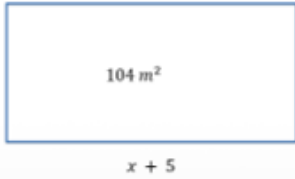
Situación 1

Mis padres quieren hacer un corral donde estarán las vacas y las becerras, pero lo único que saben es el área donde harán el corral, que es de 104 metros cuadrados.
Y que el largo debe ser 5 metros más que el ancho.

1. ¿Cómo se debe expresar el problema, si fuera una ecuación de segundo grado?
2. ¿Cómo se resuelve y se obtiene el valor de x ?
3. ¿Cuánto debe medir el ancho y largo del corral?

Analiza la primera pregunta:

1. ¿Cómo se debe expresar el problema, si fuera una ecuación de segundo grado?



$A = 104 \text{ m}^2$
 $A = (a)(l) = 104 \text{ m}^2$
 $A = x(x + 5) = 104 \text{ m}^2$
 $A = x^2 + 5x = 104$

Se trata de calcular los lados de un rectángulo del que ya se conoces su área, 104m^2 , y existe una relación entre el ancho y el largo: uno es mayor que el otro por 5 unidades.

Es decir, el área que es igual al ancho por el largo es igual a 104m^2 .

Sea “ x ” el ancho y “ $x+5$ ”, el largo. Entonces, el área es igual a “ $x(x+5)$ ”, que es igual a 104.

Esta es la ecuación algebraica que representa la situación.

La segunda pregunta dice:

2. ¿Cómo se resuelve y se obtiene el valor de x ?

$A = x^2 + 5x = 104$
 $x^2 + 5x = 104$
 $x^2 + 5x - 104 = 104 - 104$
 $x^2 + 5x - 104 = 0$

Dos números que multiplicados den -104
Dos números que sumados den 5

104	5
2 y 52	$52 - 2 = 50$
4 y 26	$26 - 4 = 22$
8 y 13	$13 - 8 = 5$

$13(-8) = -104$

$x^2 + 5x - 104 = (x + 13)(x - 8)$

Para resolver este tipo de ecuaciones, primero igualas a cero la ecuación.

En este caso, significa restar en ambos lados de la igualdad 104.

Y queda: $x^2 + 5x - 104$ es igual a $104 - 104$

Queda: $x^2 + 5x - 104$ es igual a 0

Esta ecuación se resuelve buscando el término común a dos binomios, que es “x”, y para formar los dos binomios se deben encontrar dos números que multiplicados den “-104”, y que sumados den 5.

2. ¿Cómo se resuelve y se obtiene el valor de x ?

$A = x^2 + 5x = 104$
 $x^2 + 5x = 104$
 $x^2 + 5x - 104 = 104 - 104$
 $x^2 + 5x - 104 = 0$

Dos números que multiplicados den -104
Dos números que sumados den 5

104	5
2 y 52	$52 - 2 = 50$
4 y 26	$26 - 4 = 22$
8 y 13	$13 - 8 = 5$ → $13(-8) = -104$

$x^2 + 5x - 104 = (x + 13)(x - 8)$

Los números que multiplicados dan 104 son 2 y 52, 4 y 26, 8 y 13.

De éstos, se tiene que $52 - 2$ es igual a 50, $26 - 4$ es igual a 22 y $13 - 8$ es igual a 5.

Ya tienes los dos números de los binomios: 13 y (-8), que multiplicados dan “-104”.

Así: $x^2 + 5x - 104 = (x + 13)(x - 8)$

3. ¿Cómo se resuelve y se obtiene el valor de x ?

$x^2 + 5x - 104 = (x + 13)(x - 8)$
 $(x + 13)(x - 8) = 0$

Si $x + 13 = 0$ Si $x - 8 = 0$

$x = -13$ $x = 8$

De los dos binomios, se tiene que:

$(x+13)(x-8)$ es igual a 0

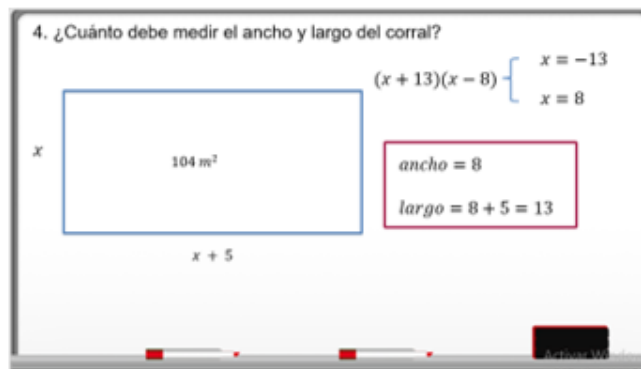
Esto implica que alguno de los binomios o los dos son iguales a cero.

Si $x+13$ es igual a 0, entonces “ x ” es igual a -13.

Si $x-8$ es igual a 0, entonces “ x ” es igual a 8.

Y tienes dos soluciones para “ x ”: -13 y 8.

Responde la tercera pregunta: ¿cuánto debe medir el ancho y largo del corral?



Ya tienes que de $(x+13)(x-8) = 0$, hay dos soluciones y eliges la positiva, que es 8.

Se designó a “ x ” como el ancho, entonces, de ancho tiene 8 metros. El largo es “ $x+5$ ”, así que $8+5$ es igual a 13.

Las medidas son 8 m de ancho, 13 m de largo.

Has podido ayudar a Janet a resolver su problema.

Situación 2

2. Audiovisual 2 “El poema cuadrático”

https://youtu.be/yHNqik-_mm8

Situación 2

"Un número soy, y que cansado estoy,
Ocho veces han multiplicado mi sucesor por mi antecesor hoy,
Y nadie entiende cómo he terminado
Ocho unidades menos que yo, aquí donde estoy".

1. ¿Cómo se plantearía la situación del poema como una ecuación?
2. ¿Cómo se resuelve la ecuación que se plantea?
3. ¿Cuál sería el número que se pide en el poema?

1. ¿Cómo se plantearía la situación del poema como una ecuación?

"[...] Ocho veces han multiplicado mi sucesor por mi antecesor [...]"

antecesor $x - 1$ $8(x - 1)(x + 1)$
sucesor $x + 1$

"[...] cómo he terminado ocho unidades menos que yo [...]"

$x - 8$

$$8(x - 1)(x + 1) = x - 8$$

Has encontrado la situación del poema como una ecuación.

La segunda pregunta dice:

2. ¿Cómo se resuelve la ecuación que se plantea?

$$8(x - 1)(x + 1) = x - 8$$

$$8(x^2 - 1^2) = x - 8$$

$$8(x^2 - 1) = x - 8$$

$$8x^2 - 8 = x - 8$$

$$8x^2 - 8 + 8 = x - 8 + 8$$

$$8x^2 = x$$

$$\frac{8x^2}{x} = \frac{x}{x}$$

$$\frac{8xx}{x} = \frac{x}{x}$$

$$8x \frac{x}{x} = \frac{x}{x}$$

$$8x(1) = 1$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{1}{8}$$

$$x = \frac{1}{8}$$

Se tiene que:

$$8(x-1)(x+1) = x-8$$

Ahora, $(x-1)(x+1)$ son binomios conjugados, lo que lleva a una diferencia de cuadrados.

Así, $(x-1)(x+1)$ es igual a x^2-1^2 , lo que hace que la ecuación w3q

$8(x^2-1^2)$ es igual a $x-8$

$8(x^2-1)$ es igual a $x-8$

Y x^2-8 es igual a $x-8$

Se resta 8 de ambos lados de la igualdad y queda: $8x^2$ es igual a x

Ahora se divide entre x ambos lados del signo igual, $(8x^2)/x$ es igual a x/x . Como x^2 es igual a "x por x", $8xx/x$ es igual a x/x , y una cantidad dividida entre sí misma es igual a uno, en este caso x/x es igual a uno.

Así: $8x$ (uno) es igual a uno. Se divide entre 8 ambos lados de la igualdad. Queda:

$8x/8$ es igual a $1/8$

Por lo tanto, x es igual a $1/8$.

Ya se tiene el valor de "x".

La tercera pregunta dice:

3. ¿Cuál sería el número que se pide en el poema?

$$x = \frac{1}{8} \qquad 8(x-1)(x+1) = x-8$$
$$8(x-1)(x+1) \qquad x-8$$
$$8\left(\frac{1}{8}-1\right)\left(\frac{1}{8}+1\right) = 8\left(\frac{1}{8}-\frac{8}{8}\right)\left(\frac{1}{8}+\frac{8}{8}\right) \qquad \frac{1}{8}-\frac{64}{8} = \frac{1-64}{8} = \frac{-63}{8}$$
$$8\left(\frac{1-8}{8}\right)\left(\frac{1+8}{8}\right) = 8\left(\frac{-7}{8}\right)\left(\frac{9}{8}\right) = 8\left(\frac{(-7)(9)}{(8)(8)}\right) = \frac{-63}{8}$$

Comprueba que es $1/8$.

En las dos ecuaciones que obtuviste del poema, se sustituirá el valor encontrado, $1/8$.

En $8(x-1)(x+1)$ y en $x-8$ se sustituirá "x" por $1/8$.

Al sustituir $1/8$ en $8(x-1)(x+1)$, se tiene: $(1/8-1)(1/8+1)$ es igual a $8(1/8-8/8)(1/8+8/8)$

Esto es igual a:

8 por $(1-8)/8(1+8)/8$ es igual a 8 por $(-7)/8(9)/8$, que es igual a 8 por $(-7)(9)/(8)(8)$

Al multiplicar $(-7)(9)$ es igual a -63 , y se multiplica una vez por 8 y se divide dos veces entre 8 , así que es igual a $-63/8$.

Al sustituir $1/8$ en $x-8$, se tiene que $1/8-64/8$, ya que $64/8$ es igual a 8 .

$1/8-64/8$ es igual a $(1-64)/8$, es igual a $-63/8$

Por las dos expresiones generadas por el poema, se ha visto que "x" es igual a $1/8$.

Situación 3

Como tercera situación, una alumna expone su problema, observa en qué le puedes ayudar.

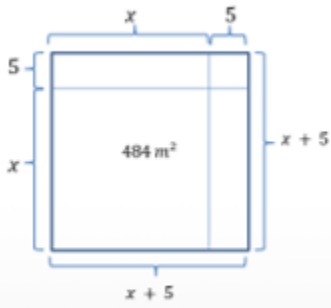
Situación 3

A mi papá le pidieron pavimentar una plaza cívica.
La plaza cívica tiene forma cuadrada, pero el director de la escuela quiere ampliarla *5 metros* más por lado, pero no sabe cuánto mide por lado, sólo sabe el área que debe tener ya con la ampliación: *484 metros cuadrados*.

1. ¿Qué expresión de segundo grado representa el problema?
2. ¿Cuánto vale cada lado de la plaza cívica original y cuál es su área?
3. ¿Cuánto vale cada lado de la plaza cívica ampliada?

La primera pregunta es:

1. ¿Qué expresión de segundo grado representa el problema?



$(x + 5)(x + 5) = 484$

$(x + 5)^2 = 484$

$x^2 + 10x + 25 = 484$

Es un problema de área de un cuadrado en el que se conoce el área resultante: 484 metros cuadrados, y la medida del lado, $(x+5)$.

El área del cuadrado es $(x+5)^2$, es igual a 484.

Desarrollando el cuadrado queda:

$$x^2 + 10x + 25 = 484$$

Esta expresión algebraica representa al problema.

La segunda pregunta dice:

2. ¿Cuánto vale cada lado de la plaza cívica original y cuál es su área?

Diagrama: Un cuadrado con un lado etiquetado como $x+5$ y un área de 484 m^2 . El cuadrado está dividido en un cuadrado interno con lado x y un cuadrado externo con lado 5 . El lado del cuadrado interno es etiquetado como x y el lado del cuadrado externo como 5 . El lado total del cuadrado externo es etiquetado como $x+5$.

Ecuaciones:

$$\sqrt{(x+5)^2} = \sqrt{484}$$
$$x+5 = 22$$
$$x+5-5 = 22-5$$
$$x = 17$$

Área original = $x^2 = 17^2 = 289 \text{ m}^2$

Para contestar esta pregunta, debes conocer el valor de "x". Para esto, se ocupará la ecuación:

$$(x+5)^2 \text{ es igual a } 484$$

Para despejar "x", hay que obtener la raíz cuadrada de cada lado de la igualdad.

La raíz cuadrada de $(x+5)^2$ es igual a $x+5$; la raíz cuadrada de 484 es 22.

Queda:

$$x+5 \text{ es igual a } 22$$

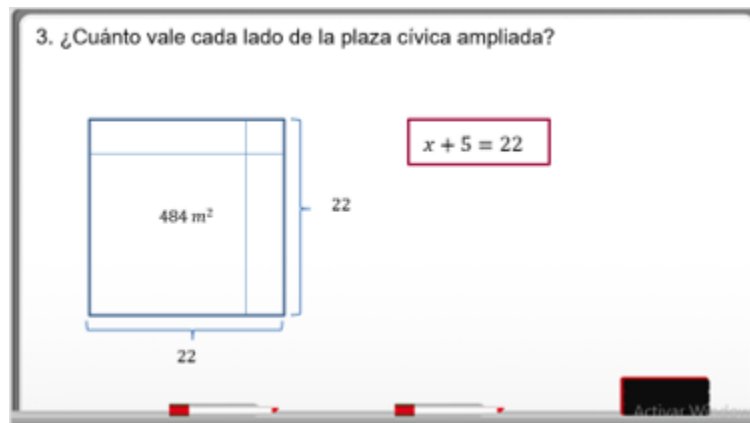
Se resta 5 a cada lado de signo igual.

$$x+5-5 \text{ es igual a } 22-5$$

$$\text{Así, } x \text{ es igual a } 17$$

Ahora que tienes el valor de “x”, se puede obtener el área original, que es “x” al cuadrado, que es 17 al cuadrado, que es igual a 289 metros cuadrados.

La tercera pregunta es:



Ya se obtuvo el valor cuando se calculó la raíz cuadrada de 484. Resultado: 22 metros por lado.

Otra forma es ocupando el valor encontrado original, “x”, al que se le agregan 5 metros por lado, y queda igual la cantidad de 22 metros por lado.

Situación 4

3. Audiovisual “El maíz”

<https://youtu.be/7zrcFrrwAdM>

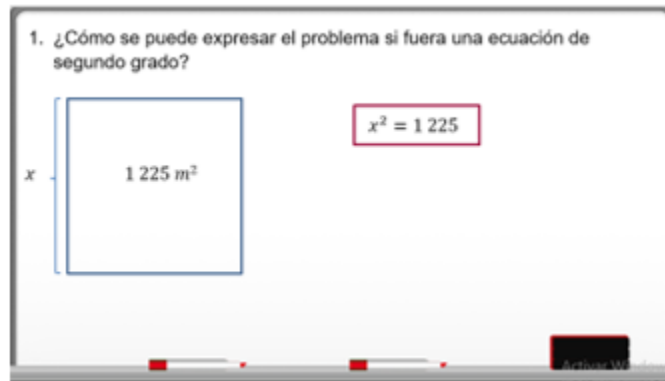
Situación 4

En su parcela, mi papá quiere sembrar maíz en un terreno cuadrado, que tiene un área de 1 225 m². Necesita sembrar una planta cada 2 m en cada lado del terreno, pero mi papá no sabe cuánto mide por cada lado el terreno.

1. ¿Cómo se puede expresar el problema si fuera una ecuación de segundo grado?
2. ¿Cuánto mide cada lado del terreno cuadrado?
3. ¿Cuántas plantas de maíz se pueden sembrar por cada lado y en total?

The image shows a math problem on a screen. The title is 'Situación 4'. The text describes a square field with an area of 1,225 m². It asks for the side length and the number of corn plants that can be planted. The problem is presented in three numbered questions. At the bottom of the screen, there are some red and black graphical elements.

La primera pregunta es:



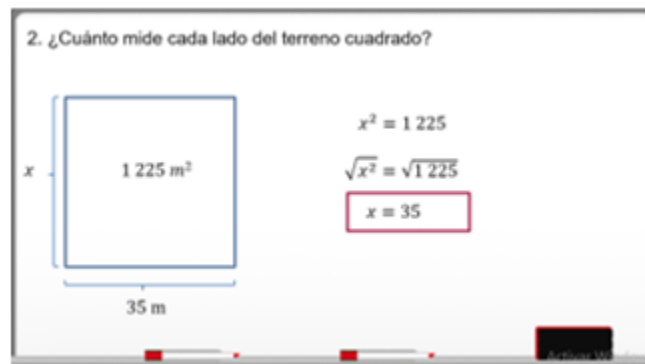
Es un terreno cuadrado, donde se conoce el área total.

El lado "x" al cuadrado es igual a 1 225.

Entonces, la ecuación cuadrática que responde a esta pregunta es:

x^2 es igual a 1 225

La segunda pregunta dice:



Si se tiene que x^2 es igual a 1 225, entonces se aplica la raíz cuadrada a ambos lados de la igualdad.

Queda: raíz cuadrada de x^2 es igual a la raíz cuadrada de 1 225.

Así, x es igual a 35.

La tercera pregunta es:

3. ¿Cuántas plantas de maíz se pueden sembrar por cada lado y en total?

1 225 m²

35 m

plantas de maíz por lado = $\frac{x}{2} = \frac{35}{2} = 17.5$

17 plantas de maíz por lado

En total (17)(17) = 289

Si se tienen 35 metros por lado y se debe sembrar cada planta de maíz cada 2 metros, entonces, por lado, se siembra 35 entre 2, que es igual a 17.

En total, se pueden sembrar (17)(17) igual a 289 plantas de maíz.

Realiza dos preguntas con respecto a las situaciones consideradas.

Selecciona y escribe a qué situación corresponde cada una de las representaciones geométricas.

Seleccionen y escriban a qué situación corresponde cada una de las representaciones geométricas.

Situación 3

Situación 4

Situación 1

La situación 1 se puede representar por el rectángulo de ancho “x” y largo “x+5”. Y a su lado se escribe: “Situación 1”.

La situación 2, el poema, no tiene representación aquí, así que no se escribe.

La situación 3 está representada por la primera figura, el cuadrado con lados x+5. Se escribe: “Situación 3”.

La situación 4 está representada por la segunda figura geométrica, el cuadrado de lado “x”. Se escribe: “Situación 4”.

Ahora resuelve la siguiente pregunta.

Relaciona las columnas correspondientes anotando en el paréntesis que corresponda a la ecuación correcta y su situación 1, 2, 3 o 4.

Relacionen las columnas correspondientemente anotando en el paréntesis la situación que corresponda a la ecuación.

Situación 1	(S2) $8((x+1)(x-1)) = x-8$
Situación 2	() $x^2 + 5 = 225$
Situación 3	(S1) $(x)(x+5) = 104$
Situación 4	(S4) $x^2 = 1225$
	(S3) $(x+5)(x+5) = 484$
	() $(2x)(x+5) = 225$

La primera situación, la del corral, en donde el largo mide 5 metros más que el ancho y su área es de 104 metros cuadrados, corresponde a $x(x+5)$ es igual a 104. Se escribe: "Situación 1".

La segunda situación, el del poema, donde se multiplican 8 veces el sucesor con el antecesor y es igual a la cantidad desconocida menos 6, corresponde a $8((x+1)(x-1))$ igual a $x-8$. Se escribe: "Situación 2".

La tercera situación, la de la plaza cívica, donde se aumentó en 5 metros por lado a la plaza original cuadrada, conociendo que el área final es de 484 metros cuadrados, corresponde a $(x+5)(x+5)$ es igual a 484. Se escribe: "Situación 3".

La cuarta situación, en donde se busca lo que mide el lado de un terreno cuadrado de área igual a 1 225 metros cuadrados, corresponde a $x^2=1225$.

En esta sesión aprendiste la solución de problemas reales aplicando las ecuaciones de segundo grado y resolviéndolas con diferentes procesos de solución.

El reto de hoy:

Explora tu libro de texto para buscar los ejercicios correspondientes a este tema y consolida tus conocimientos.

Lee la siguiente apostilla de Albert Einstein.

“¿Cómo es posible que la matemática, un producto del pensamiento humano independiente de la experiencia, se adapte admirablemente a los objetos de la realidad?”

¡Buen trabajo!

Gracias por tu esfuerzo

Para saber más:

Lecturas

<https://www.conaliteg.sep.gob.mx/secundaria.html>