

**Lunes
24
de enero**

3° de Secundaria Matemáticas

Relaciones lineales y cuadráticas

Aprendizaje esperado: lee y representa, gráfica y algebraicamente, relaciones lineales y cuadráticas.

Énfasis: fortalecer la resolución de problemas de relaciones lineales y cuadráticas.

¿Qué vamos a aprender?

Analizarás diferentes situaciones relacionadas con representación tabular y gráfica de expresiones lineales y cuadráticas, presentadas por las personas que las viven en su diario acontecer.

Ten listos tus materiales de trabajo, anota las dudas, inquietudes o dificultades que surjan al resolver los planteamientos en esta lección.

¿Qué hacemos?

Como ya sabes cómo son las expresiones que estás analizando y, para fortalecer este conocimiento, observa el siguiente video.

1. Ecuaciones cuadráticas 1

https://www.youtube.com/watch?v=Qj6Tjyu_5VM

Para analizar casos en donde la representación de expresiones algebraicas se usa, conocerás las pláticas con personas que las emplean en su diario acontecer.

Comenzarás con el ingeniero Luis Cosme Morales Pérez. Él estudió ingeniería en comunicaciones en el Instituto Politécnico Nacional, es exalumno del CECyT #10 y fue alumno de la escuela secundaria federalizada #32 del Estado de México “Nabor Carrillo Fuentes”. Su paso por la secundaria fue una época muy divertida, aprendió muchas cosas y vivió muchos cambios; fue la época en que descubrió que existía un mundo más grande que la colonia donde vivía.

Recuerda que solía ir a jugar a las canchas empastadas de una universidad cercana. Jugaban fútbol toda la tarde al menos una vez a la semana. Actualmente se encuentra apoyando al equipo de una empresa automotriz en su subsidiaria en México.

Y en ese trabajo, ¿cuál es la importancia de saber generar y leer la gráfica de alguna función matemática? Le toca apoyar al equipo generando gráficas de desempeño a partir de datos históricos en la base de datos o proyecciones, a partir de información generada por la operación; además, como parte intrínseca de la operación del área, a veces es necesario saber tendencias que ayudan a tomar decisiones a futuro.

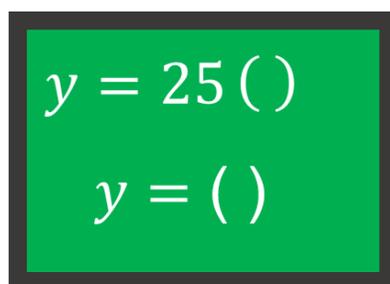
Prácticamente todos los días generan o revisan gráficas de este tipo.

Por ejemplo, en el Departamento de Control de Calidad se verifica diariamente la cantidad de servicios que proporcionan los técnicos en el taller de mantenimiento. En el área que se especializa en cambio de aceite y filtros, que es uno de los servicios obligatorios para todo automóvil que se quiere mantener en buen estado, los tiempos del servicio están estandarizados, por lo que se logra calcular el tiempo de espera.

El tiempo que lleva atender cada uno de los carros que pasa al taller a su cambio de aceite y filtros, se obtiene mediante un promedio de datos históricos que tienen en la base de datos. De unos años a la fecha, el tiempo es de 25 minutos por automóvil.

Para comenzar el proceso que permitirá graficar esta situación, debes hacer la tabulación de los datos.

$$y = 25x$$


$$y = 25()$$
$$y = ()$$

x	y
0	0
1	25
2	50
3	75
4	100
5	125
6	150
7	175
8	200
9	225
10	250

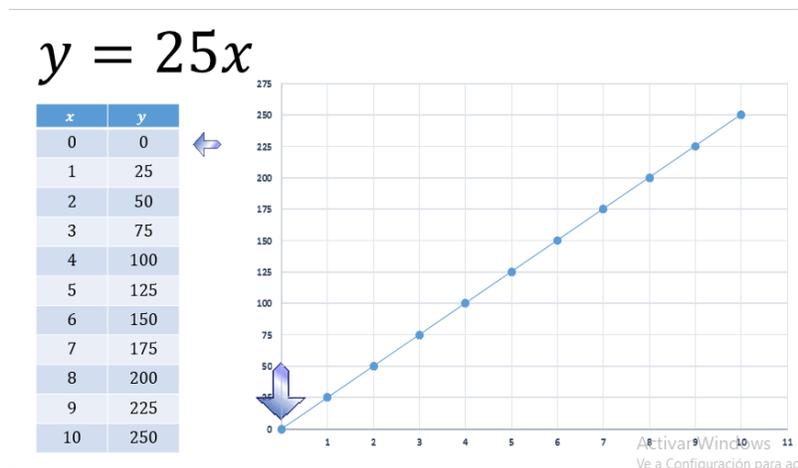
Los valores de la tabulación quedan representados por la ecuación $y=25x$, lo que representa el estándar manejado, que es de 25 minutos por automóvil.

En situaciones comunes se realizan de 6 a 10 servicios al día.

Llenas los valores de la tabulación; para cero automóviles, comienza en cero minutos.

1 automóvil son 25 minutos,
para 2 son 25 por 2, igual a 50 minutos;
para 3 son 25 por 3, igual a 75 minutos;
para 4 son 100 minutos;
en 5 son 125 minutos;
en 6 son 150 minutos;
en 7 serían 175 minutos;
en 8, 9 y 10 obtienes 200 minutos, 225 minutos y 250 minutos, respectivamente.

La cantidad de coches la representas en el eje de las abscisas, ésta cambia dependiendo de la temporada del año.



El tiempo lo representas en el eje de las ordenadas en una escala de minutos.

Para graficarlo, tomas las parejas de puntos (x, y) y las ubicas en el plano cartesiano.

En la coordenada (0,0) marcas el primer punto que coincide con el origen.

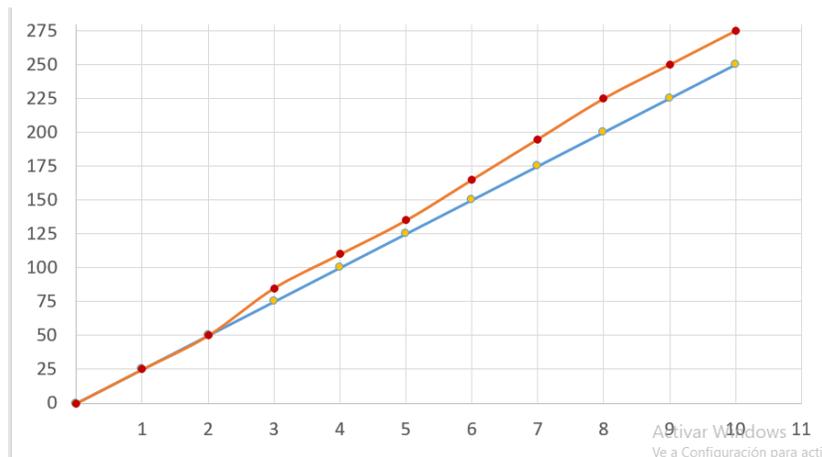
Para el siguiente punto, te desplazas 1 en las abscisas y 25 en las ordenadas. El siguiente es 2 coma 50, y te desplazas 2 en las abscisas y 50 en las ordenadas; le sigue el 3 coma 75 y terminas el resto de los puntos de la misma manera, 4 coma 100, 5 coma 125, 6 coma 150, 7 coma 175, 8 coma 200, 9 coma 225 y 10 coma 250.

De esta manera representas el tiempo que se lleva cada una de las estaciones de cambio de aceite según el manual de operaciones.

Pero, ¿cómo se usa esta gráfica?

La gráfica que obtuviste corresponde a una situación idónea donde todo es perfecto y nada falla. Después, el sistema de registro muestra el tiempo en cada uno de los servicios en el orden que se fueron realizando y estas dos gráficas se comparan para detectar problemas en la eficiencia del servicio.

En la siguiente imagen se muestran las dos gráficas y puedes observar que sólo en 2 servicios se tuvieron retrasos en esa bahía de servicio y en ese día.



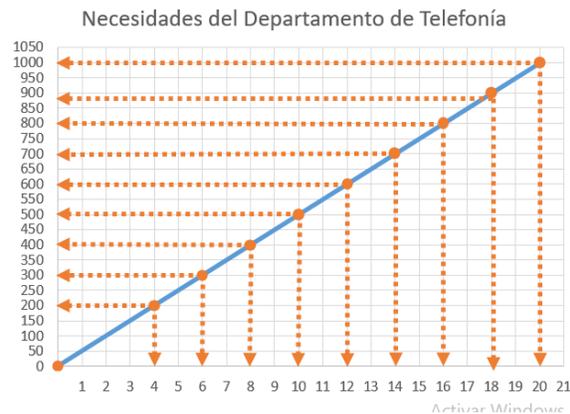
Cuando se tienen datos históricos de un año completo, puedes hacer un análisis que permita mejorar el servicio y mantener un alto estándar de calidad.

Por ejemplo, este análisis que acabas de hacer con ambas graficas ayuda a identificar que los servicios otorgados, en los que se cambia el empaque de la tapa del aceite, siempre retrasaban a los mecánicos porque las refacciones se encontraban lejos del área de taller. Por consiguiente, se cambió la ubicación y registro de materiales únicamente de esos empaques y se mejoró la productividad en 5% anual.

Otra situación que permite usar una representación lineal es cuando trabajó en el área de telefonía, le asignaron la planeación de un centro de llamadas telefónicas para la contratación y soporte al cliente de esa empresa.

Se enfocaron en tener el espacio físico del centro de llamadas, pero no la infraestructura en teléfonos, diademas y personal. Como apenas comenzaba la empresa, tenía únicamente 4 teléfonos, lo que le permitía un volumen de 200 llamadas al día. Al hacer la proyección a futuro, utilizó la gráfica lineal para mostrar cómo debían crecer dependiendo de sus necesidades. Esa proyección se encuentra en la siguiente gráfica.

x	y
4	200
6	300
8	400
10	500
12	600
14	700
16	800
18	900
20	1 000



En esta gráfica puedes identificar los requerimientos de llamadas en el eje de las ordenadas, y la cantidad de equipos que necesitas para cubrir la demanda en el eje de las abscisas.

Y la tabulación quedaría de la siguiente manera:

Para 200 llamadas se ocupan 4 teléfonos;
 para 300, se necesitan 6 teléfonos;
 para 400, se ocupan 8 teléfonos;

con 10 teléfonos se cubren 500 llamadas;
 con 12 teléfonos se cubren 600 llamadas, y
 para 1000 llamadas diarias se ocupan 20 teléfonos.

Esta es una manera más en la que una gráfica lineal ayuda a tomar las decisiones pertinentes para el uso de los recursos de la empresa.

En efecto, esa empresa subió muy rápido su volumen de llamadas, pero ya sabía cómo incrementar su infraestructura y poder cumplir con el trabajo.

Pudiste observar que estas situaciones cotidianas en el trabajo del ingeniero se pudo hacer uso de gráficas de relaciones lineales.

Ahora, para estudiar aquellas relaciones que presentan un comportamiento cuadrático, será con la Maestra en Ciencias en Ingeniería de Telecomunicaciones Adriela Sol Morales Ramírez. Ella ha trabajado en empresas de la rama de las telecomunicaciones, para empresas de telefonía, dentro de la industria automotriz, entre otros.

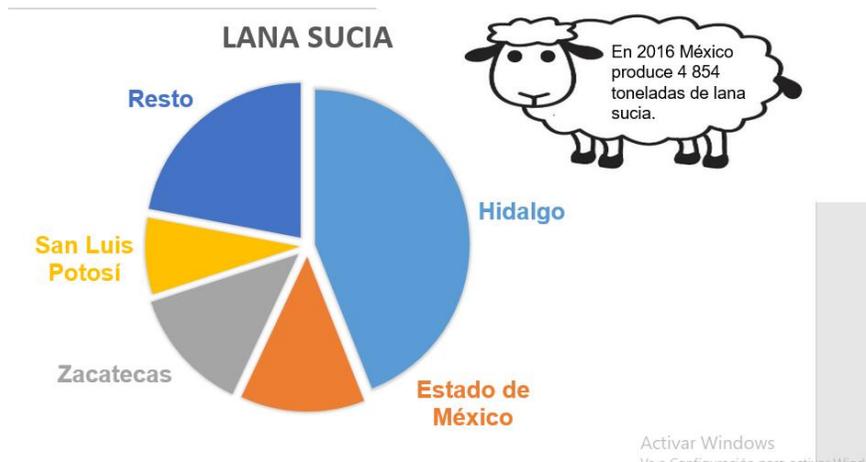
Actualmente se desempeña como profesora a nivel superior en el área de físico-matemáticas en el Instituto Politécnico Nacional.

Es exalumna de la escuela secundaria número 160 en Cuatepec, aquí en la Ciudad de México. Recuerda que era una chica muy sociable, le encantaba convivir en grupo, pero, a pesar de eso, siempre fue muy tímida.

Pero, ¿cuál es la importancia de saber generar y leer la gráfica de alguna función matemática?

Es de suma importancia, ya que, al ser posible plasmar cualquier problema en ecuaciones matemáticas, posteriormente se puede dar soluciones o crear. Crear máquinas, tecnología, entre otros. Así como también sirven para plasmar fenómenos y poder hacer predicciones de los mismos.

Por ejemplo, la lana es procesada industrial o artesanalmente para convertirla en hilos y tejidos que se utilizan en la industria textil, para confeccionar productos como suéteres, cobijas, guantes, tapetes y alfombras.



En 2016 se generó un valor de la producción de 25 millones de pesos de una obtención de poco más de 4 500 toneladas de lana sucia. El estado de Hidalgo aportó casi la mitad de la producción nacional.

¿De qué forma se utiliza la representación de una función matemática?

Puedes calcular la población de borregos para el siguiente año con la intención de conocer la cantidad de lana que se va a obtener. En las fábricas sirve para la calcular el volumen de insumos necesarios para el tratamiento de los hilos que se van a fabricar durante ese año.

La expresión “y” igual a $3x$ que multiplica a 1 menos x es la función matemática que ayuda a encontrar cómo se comportan diferentes fenómenos de la naturaleza.

$$y = 3x(1 - x)$$

Porcentaje de éxito de reproducción de borregos para el siguiente año.
 La tasa de crecimiento teórica común para criaderos.
 Porcentaje de éxito del rebaño.
 Restricciones del entorno.

$$y = 3x - 3x^2$$

En el caso de los borregos, “ye” es el porcentaje de éxito de reproducción de borregos para el siguiente año, dependiendo de cómo le fue este año.

El coeficiente 3 es la tasa de crecimiento teórica común para criaderos industriales que se dedican a la producción de lana.

La “x” representa el porcentaje de éxito del rebaño, que es de 0% si no hubo nacimientos este año, hasta 100%, cuando se obtuvo el triple de la población de borregos.

Al final, el binomio (1-x) representa las restricciones del entorno, que son las bajas sufridas por el rebaño.

Todo en conjunto genera una ecuación cuadrática: $3x - 3x^2$

$$y = 3x - 3x^2$$

x	y
0	0
0.1	0.27
0.2	0.48
0.3	0.63
0.4	0.72
0.5	0.75
0.6	0.72
0.7	0.63
0.8	0.48
0.9	0.27
1	0

$$y = 3(0) - 3(0)^2$$

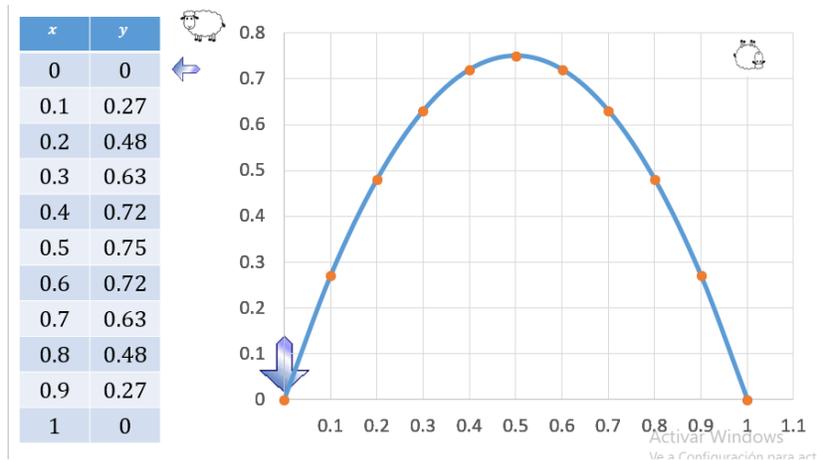
$$y = 0 - 0$$

$$y = 0.27$$

Para graficarla, escoges los valores de tabulación desde cero hasta 1, que es el porcentaje en su forma decimal, con intervalos de 0.1.

Entonces los valores de x son 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 y 1.

Y en “ye” los valores son:
 en x igual a cero, “y” vale cero;
 en x igual a 0.1, “y” vale 0.27;
 en x igual a 0.2, “y” vale 0.48;
 en x igual a 0.3, “y” vale 0.63;
 en x igual a 0.4, “y” vale 0.72;
 en x igual a 0.5, “y” vale 0.75;
 en x igual a 0.6, “y” vale 0.72;
 en x igual a 0.7, “y” vale 0.63;
 en x igual a 0.8, “y” vale 0.48;
 en x igual a 0.9, “y” vale 0.27;
 en x igual a 1, “y” vale 0.0.



Para graficar en el eje de las abscisas “x”, son los valores de éxito que tiene este año, y en el eje de las ordenadas “y”, los valores de éxito del siguiente año.

Marcas la primera coordenada 0,0;
 la siguiente es 0.1 coma 0.27;
 la segunda, 0.2 coma 0.48;
 la tercera, 0.3 coma 0.63;
 la siguiente, 0.4 coma 0.72;
 0.5 coma 0.75;
 0.6 coma 0.72;
 0.7 coma 0.63;
 0.8 coma 0.48;
 0.9 coma 0.27,
 y, por último, en 1 coma cero.

Ya que has trazado la gráfica, interpreta los datos que en ella se presentan.

Puedes ver que, en aquellos años en que la abundancia llegue a porcentajes de entre 60% a 100% de éxito, el año siguiente el porcentaje va a disminuir hasta llegar al colapso si se llega a 100%.

Los datos mostrados en esta gráfica se usan para otras iteraciones que muestran cuando el rebaño llega a un punto de equilibrio. La adecuada interpretación de los datos permite ayudar a la productividad de diferentes empresas.

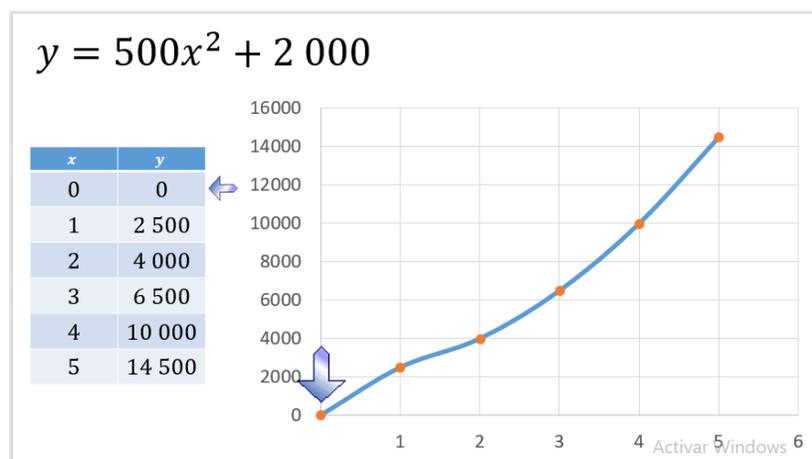
Otra situación en que las gráficas son de gran ayuda es que en el tiempo que trabajó en telefonía celular, la cantidad de usuarios de equipos celulares en comunidades que iniciaban crecía de forma cuadrática al menos por los primeros 3 años. Esto se pudo notar en los registros de ventas y teléfonos recibidos en el área técnica.

En América Latina, las mayores tasas de crecimiento se registraron en los países con los mercados más pequeños, donde el número de clientes de la telefonía móvil creció un poco más de 50 por ciento en 2006.

Así, en la empresa en que trabajaba (ubicada en aquel entonces en la colonia Del Valle) se registraron en esa colonia y otras cercanas, en el primer año, un incremento de cero a 2 500 usuarios. Pero, para efectos prácticos, usarás la siguiente ecuación que ilustra la idea.

En el cálculo del segundo año se ocupó la representación $500x^2 + 2\,000$, que se obtiene de los datos históricos y resultaba que el segundo año serían 4 000, el tercer año se pronostican 6 500, el cuarto año ya eran 10 000 y en el quinto año se llegaría a 14 500 usuarios.

Para poder visualizar los datos, los tienes acomodados en la tabulación y, a partir de ellos, formas la gráfica.



En el eje de las abscisas colocas los 5 años que se mantiene el crecimiento cuadrático, y en el eje de las ordenadas colocas los miles de usuarios que se añaden a la telefonía celular.

El primer par de puntos es (0,0).

El segundo punto es (1, 2 500).

El tercero es (2, 4 000).

El cuarto punto es (3, 6 500), y para este año ya se necesitaría tener instalada la segunda antena celular para evitar que se sature el sistema.

El quinto punto es (4, 10 000), y ya deberían ser 3 antenas para soportar el incremento del quinto año.

Y el sexto punto es (5, 14 500), por lo que no debió pasar mucho tiempo para que se instalara la cuarta antena.

Podrías usar la continuación de la gráfica para poder inferir cuándo se solicita la cuarta antena, pero los valores disminuyen después de los primeros 5 años y ya no correspondería a un dato confiable.

Pero, de igual manera, la gráfica se puede utilizar para la correcta planificación de la instalación de antenas para comunidades que están estrenando la telefonía celular. En la actualidad falta todavía conectar antenas en 16% del territorio nacional, lo que lograría conectar a 19 millones de mexicanos más.

Estos ejemplos han sido una gran aportación al tema de gráfica de ecuaciones cuadráticas.

En la biología, la economía, la física, la medicina, la astronomía, entre otras disciplinas, el uso, el manejo, la interpretación de la información en las gráficas de una función lineal o cuadrática permite descifrar y describir situaciones de la vida cotidiana en términos matemáticos; por ejemplo, las variaciones de la temperatura, las variaciones de ventas de diferentes artículos de uso cotidiano, el movimiento de los planetas, las ondas cerebrales, el ritmo cardíaco, el crecimiento poblacional, el área de un círculo depende del radio del mismo, la temperatura de ebullición del agua depende de la altura del lugar, la distancia recorrida por un objeto al caer libremente depende del tiempo que transcurre en cada instante.

En las situaciones antes mencionadas encuentras dos cantidades que están relacionadas por una correspondencia de dependencia, lo cual implica una función matemática. El estudio de esta función se enriquece cuando tabulas valores numéricos, identificas la variable independiente y dependiente. Eso permite observar

y describir el comportamiento, es decir, dónde crece, dónde decrece, dónde se hace cero, dónde tiene un mínimo y un máximo

El reto de hoy:

Te sugerimos revisar tus libros de texto para afirmar, rectificar o consultar tus posibles dudas, así como resolver los ejercicios propuestos en el tema de gráfica de una expresión cuadrática.

¡Buen trabajo!

Gracias por tu esfuerzo.