

**Miércoles  
19  
de enero**

## **3° de Secundaria Matemáticas**

### *Congruencia y semejanza de triángulos*

**Aprendizaje esperado:** *resuelve problemas de congruencia y semejanza que implican utilizar estas propiedades en triángulos o en cualquier figura.*

**Énfasis:** *fortalecer congruencia y semejanza de triángulos.*

#### **¿Qué vamos a aprender?**

En esta sesión revisarás varios aspectos de una de las figuras más importantes de la geometría: el triángulo.

Procura hacer notas relevantes en tu cuaderno, así como las soluciones que se presentarán, y registra tus dudas, inquietudes y anotaciones.

Ya conoces varias de las propiedades de los triángulos, incluso gracias a ellas ya fuiste capaz de resolver varios problemas.

#### **¿Qué hacemos?**

Con el fin de consolidar dichos conocimientos, observa el siguiente audiovisual que le envían unos alumnos de Tercero grado de secundaria a dos de sus profesores.

## 1. Audiovisual 1. María José

<https://youtu.be/HKW4oOSaxh0>

Esta sesión serán los alumnos los que te compartirán sus conocimientos.

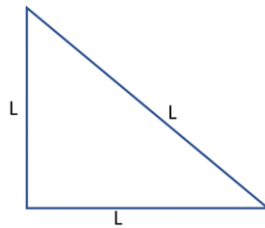
Continúa con un video de Max, de Durango.

## 2. Audiovisual 2. Max

<https://youtu.be/yUuAXOO1-ec>

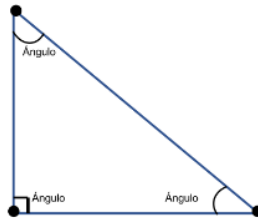
Los triángulos son polígonos o figuras planas que cuentan con 3 lados; es el primer polígono que puedes trazar, ya que no es posible trazar polígonos con menos lados dado que tiene 3 lados; también tiene 3 ángulos y 3 vértices.

Los triángulos son figuras muy importantes por varias situaciones:



Lo primero es que, al sumar los 3 ángulos internos de cualquier triángulo, da como resultado 180 grados, esto resulta muy útil al momento de encontrar ángulos con valor faltante.

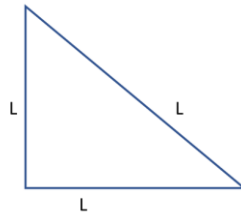
Suma de ángulos internos=180°



Como todas las figuras planas, el triángulo tiene un perímetro que, al igual que en los demás polígonos regulares, es el resultado de sumar los lados.

En este caso, el perímetro del triángulo queda expresado por la fórmula:  $P=L+L+L$

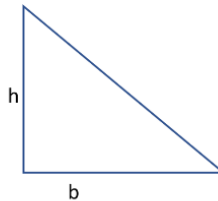
$$P = L + L + L$$



Asimismo, el triángulo posee un área, la cual puedes obtener mediante la fórmula:

área = base por altura sobre 2.

$$A = \frac{b * h}{2}$$



Observa el siguiente audiovisual de Emily, de Guanajuato.

### 3. Audiovisual 3. Emily

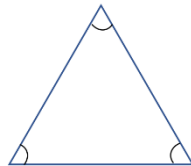
<https://youtu.be/tKQlrwuLHbg>

Aprenderás sobre la clasificación de triángulos de acuerdo con las medidas de sus lados.

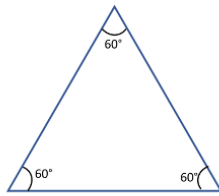
Para su estudio, los triángulos se han clasificado de varias formas, una de ellas es clasificarlos de acuerdo con sus lados o, mejor dicho, a la medida de ellos.

Observa cómo se clasifican.

Si un triángulo tiene sus tres lados iguales, se llamará triángulo equilátero.



Los 3 ángulos internos de cualquier triángulo suman 180 grados, y si los 3 lados de un triángulo equilátero miden lo mismo, ¿qué piensas que ocurre con sus ángulos? También serán iguales, es decir que cada ángulo medirá 60 grados.



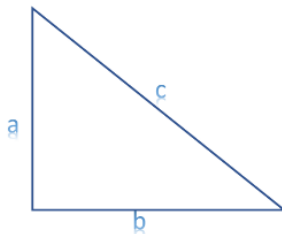
El triángulo isósceles tiene la característica de que dos de sus lados son iguales y, por lo tanto, el tercer lado tiene una medida distinta; esto aplica a los ángulos también, ya que tienes dos ángulos de una misma medida y un ángulo diferente.

Dicha propiedad permite que este triángulo tenga varias formas, a diferencia del equilátero, que sólo puede tener una forma definida.

Observa las distintas formas en las que puede estar dibujado un triángulo isósceles.



El último triángulo que se clasifica por la medida de sus lados es el triángulo escaleno. Este triángulo tiene como característica que ninguno de sus lados mide lo mismo que otro, es decir que sus tres lados son diferentes, por lo tanto, sus 3 ángulos tienen medidas distintas.

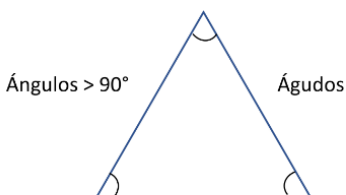


#### 4. Audiovisual 4. Emiret

<https://youtu.be/nVVSEbqEah4>

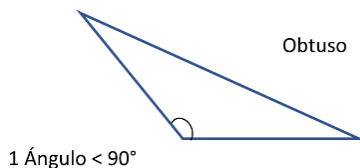
Aprenderás cómo los triángulos también se clasifican por la medida de sus ángulos, analiza esta clasificación.

El primer triángulo que estudiarás es el triángulo acutángulo. Este tipo de triángulo es aquel cuyos ángulos internos son menores de 90 grados; sabes que los ángulos menores de 90 grados reciben el nombre de ángulos agudos, de ahí su nombre.



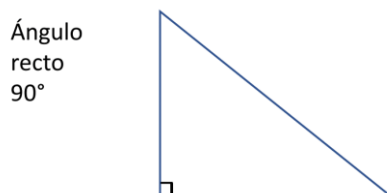
El siguiente triángulo que verás es el triángulo obtusángulo.

Para que un triángulo entre en esta clasificación es necesario que uno de sus ángulos sea obtuso, es decir que sea mayor de 90 grados, y una vez más el nombre del triángulo viene del ángulo.



Y por último analizarás el triángulo rectángulo. Este es uno de los triángulos más estudiados, ya que las aplicaciones de éste son demasiadas.

Este triángulo tiene como característica que tiene un ángulo recto, es decir, un ángulo de 90 grados.



## 5. Audiovisual 5. Miriam Palma

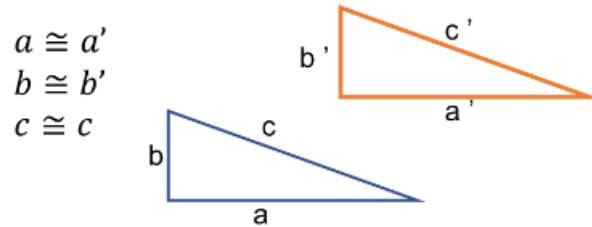
<https://youtu.be/q0QJrc0qIMI>

Sabes que la condición para que dos triángulos e incluso dos figuras se consideren congruentes, es que deben tener las mismas medidas de los lados, las mismas medidas de los ángulos.

Sabes también que, así como existen criterios para determinar la semejanza de dos triángulos, también existen criterios para determinar si dos figuras son congruentes; en este caso, los criterios son:

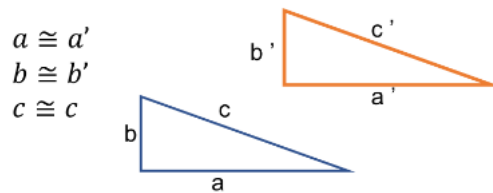
Primer criterio de congruencia: LLL

Criterio LLL:  
 Dos triángulos son congruentes si sus tres lados cuentan con las mismas medidas:



Segundo criterio de congruencia: LAL

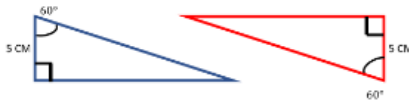
Criterio LLL:  
 Dos triángulos son congruentes si sus tres lados cuentan con las mismas medidas:



Tercer criterio de congruencia: ALA

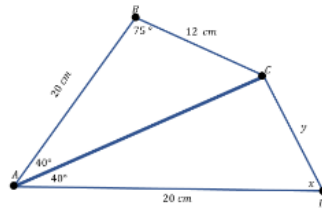
Tercer criterio de congruencia: ALA  
 Dos triángulos son congruentes si tienen un lado congruente y los ángulos con vértice en los extremos del lado también congruentes

$b \cong b'$   
 $\alpha \cong \alpha'$   
 $\beta \cong \beta'$



Y lo anterior puede ser aplicado para la resolución de problemas, observa un ejemplo.

Puedes observar que en la imagen se encuentra un ángulo marcado con la letra "x", es decir, es un valor desconocido o una incógnita, y tienes que encontrar su valor.



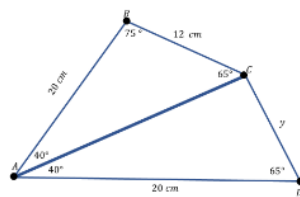
Puedes observar que el segmento AD y el segmento AB son correspondientes, tienen la misma medida, también observas que el ángulo BAC y el ángulo DAC tienen la misma medida.

Sabes que la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo es de  $180^\circ$ , por lo cual el ángulo ACB es igual a  $180^\circ - 115^\circ$ , que es la suma de los otros dos ángulos, lo cual da como resultado  $65^\circ$ .

$$180 - 115 = 65$$

Por los datos que obtienes y la figura que puedes observar, puedes decir que los triángulos son congruentes por el criterio ALA (ángulo lado ángulo), por lo cual el ángulo marcado con "x" mide  $65^\circ$ .

Criterio ALA



Como puedes ver, conocer las características de los triángulos puede ser de mucha ayuda a la hora de resolver problemas.

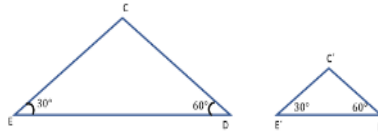
## 6. Audiovisual 6. Max

<https://youtu.be/e-cBzFzxBWA>

Sabes que las figuras semejantes son aquellas que conservan la misma forma y medida de sus ángulos, aunque su orientación y tamaño sean diferentes. En esto son diferentes de las figuras congruentes, que tienen la misma medida en sus lados y en sus ángulos.

Observa la siguiente imagen.

Dos triángulos son semejantes dos de sus ángulos son iguales.



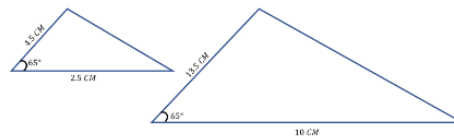
Ya sabes que, para poder identificar si una figura es semejante a otra, puedes recurrir a los criterios de semejanza.

El primer criterio de semejanza dice que dos triángulos son semejantes si dos de sus ángulos son iguales.

La medida de los ángulos determina la forma que una figura tendrá, por ello, si dos de sus ángulos son iguales, puedes hablar de semejanza.

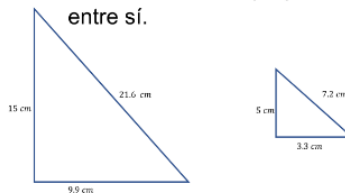
El siguiente criterio dice que dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales y el ángulo entre ellos tiene la misma medida.

Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales e igual el ángulo comprendido



Y, finalmente, tienes un tercer criterio que dice que dos triángulos son semejantes si sus tres lados son proporcionales entre sí.

Dos triángulos son semejantes si sus tres lados son proporcionales entre sí.



¿Qué significa que sean semejantes? Que existe una relación de proporcionalidad entre los lados correspondientes.

## 7. Audiovisual 7. Emily

[https://youtu.be/OHR\\_i7qVb-w](https://youtu.be/OHR_i7qVb-w)

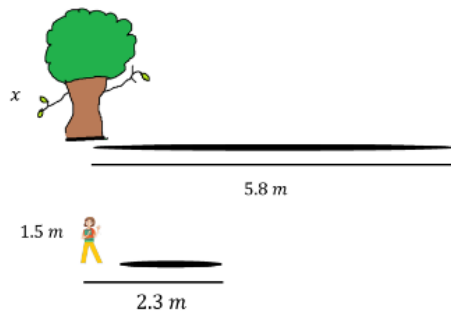


Resuelve un problema de triángulos semejantes.

Quieres medir la altura de un árbol que se encuentra en tu terreno. No conoces la altura y no es posible medirla debido a que se dificulta escalarlo. ¿Qué puedes hacer para conocer su altura sin tener que medirlo realmente?

Utilizarás los conocimientos adquiridos sobre triángulos semejantes. Te vas a parar junto al árbol de forma tal que tu sombra se proyecte de la siguiente manera.

Después mides la sombra del árbol y la tuya.



La sombra del árbol mide 5.8 metros, mientras que tu sombra mide 2.3 metros, sin embargo, por ejemplo, tu altura es de 1.5 metros.

Ya sabes que existe una relación de proporcionalidad entre los lados correspondientes de triángulos semejantes.

$$\begin{array}{cc} x & 5.8 \text{ m} \\ 1.5 \text{ m} & 2.3 \text{ m} \end{array}$$

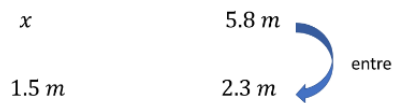
Son semejantes porque cumplen con el criterio AA (ángulo-ángulo). El ángulo recto y el ángulo que se forma con los rayos solares y el suelo son iguales.

Así que la relación de proporcionalidad que existe entre la longitud de las sombras es la misma que entre la altura del árbol y tu altura.

La relación de proporcionalidad entre 5.8 y 2.3 es el cociente de ambas cantidades.

A saber: 5.8 entre 2.3 es igual a 2.52.

La relación entre la sombra del árbol y tu altura es de 2.52.



Así, (la altura del árbol) entre 1.5 = 2.52.

$$x \div 1.5 \text{ m} = 2.52$$

Despejas la altura del árbol y queda que la altura del árbol es igual a tu altura, 1.5, por 2.52.

$$x \div 1.5 \text{ m} = 2.52$$

$$x = 2.52 * 1.5 \text{ m}$$

El resultado final es 3.78 metros.

$$x \div 1.5 \text{ m} = 2.52$$

$$x = 2.52 * 1.5 \text{ m}$$

$$x = 3.78$$

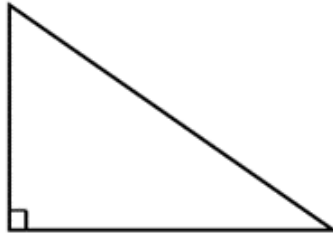
De forma tal que el conocimiento de triángulos semejantes permite obtener la altura del árbol sin la necesidad de escalarlo. La medida de alturas inaccesibles es tan sólo uno de los usos de este aprendizaje.

### 8. Audiovisual 8. Moisés

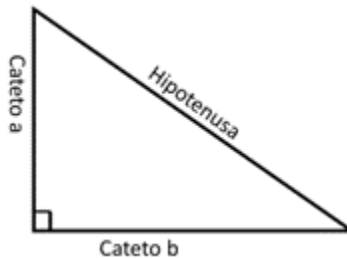
<https://youtu.be/baUxPYEIO30>

Ya sabes que es el triángulo que tiene un ángulo de 90 grados o ángulo recto. Este ángulo se simboliza de la siguiente forma.

Cuando en un triángulo ves este símbolo, sabrás de inmediato que es un triángulo rectángulo.

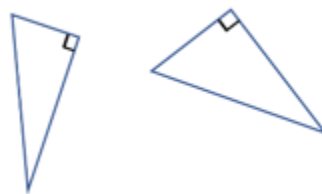


Los lados que forman el ángulo recto se llaman catetos. El otro lado, que siempre será más largo que los otros dos lados, se llama hipotenusa.



Y aunque a simple vista encontrar la hipotenusa en un triángulo rectángulo como el que acabas de visualizar pareciera ser muy evidente, observa dos ejemplos en donde la hipotenusa no resulta tan obvia.

No siempre es sencillo encontrar la hipotenusa a simple vista. Una característica más de la hipotenusa: siempre es opuesta al ángulo recto.

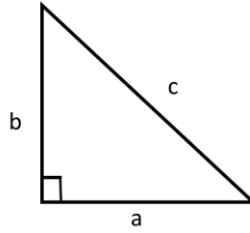


Así, en caso de que por la posición del triángulo te resulte complicado diferenciar la hipotenusa de los catetos, siempre puedes buscar el ángulo recto. La hipotenusa siempre será el lado opuesto al ángulo recto.

### **9. Audiovisual 9. Nicole**

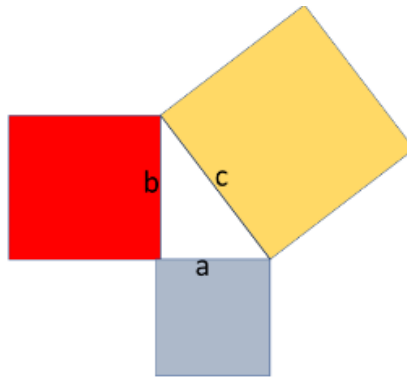
<https://youtu.be/y9dssfYDd8U>

Como sabes, un triángulo rectángulo es aquel que tiene un ángulo recto, y pudiste observar que sus lados reciben el nombre de catetos e hipotenusa, como puedes ver en la siguiente imagen.



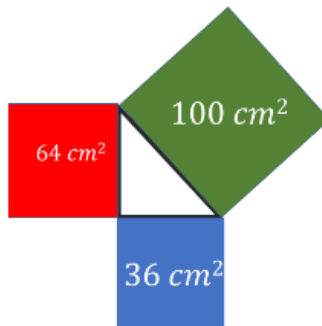
Ahora, si trazas un cuadrado en cada uno de los lados del triángulo con la medida del lado del triángulo como la medida del lado del cuadrado, resultará una figura parecida a la que se muestra.

Si “a” es la medida de uno de los catetos, “b” es la medida del otro cateto y “c” es la medida de la hipotenusa, podrías obtener una imagen como ésta.



Ahora observa un triángulo en particular:

- “a” es igual a 8
- “b” es igual a 6
- “c” es igual a 10



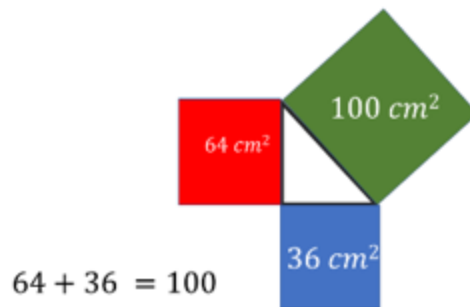
Con los resultados:

El cuadrado rojo, cuyo lado es “a”, tiene un área de  $64 \text{ cm}^2$ .

El cuadrado azul, cuyo lado es “b”, tiene un área de  $36 \text{ cm}^2$ .

El cuadrado verde, cuyo lado es “c”, tiene un área de  $100 \text{ cm}^2$ .

Como puedes darte cuenta, si sumas el área del cuadrado rojo más el área del cuadrado azul, es decir,  $64 + 36$ , el resultado da 100, que es el área del cuadrado de color verde.



Y este es el teorema de Pitágoras, que dice así:

“En un triángulo rectángulo la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa”.

## 10. Audiovisual 10. Yatana

<https://youtu.be/yw1jR52dhCA>

Conocerás la forma en que se resuelve un problema mediante el teorema de Pitágoras.

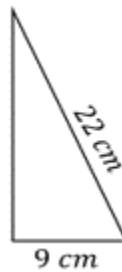
Observa un ejemplo.

¿Cuál es el valor de la altura del siguiente triángulo isósceles?

Puedes ver que la altura divide el triángulo isósceles a la mitad, es decir, queda un triángulo de esta manera. Y las medidas de sus lados serían las siguientes:



Ya conoces el teorema de Pitágoras; sin embargo, conocerás el valor de la hipotenusa, así que despejarás el valor del cateto, que también es la altura que buscas.



Tienes, por el teorema de Pitágoras, que: 22 al cuadrado es igual a 9 al cuadrado más la altura al cuadrado, la cual la representarás con la letra b.

$$22^2 = 9^2 + b^2$$

Despejando la altura al cuadrado, queda altura al cuadrado es igual a 22 al cuadrado menos 9 al cuadrado.

Realiza las operaciones.

Altura al cuadrado es igual a 484-81, que es igual a 403.

$$22^2 - 9^2 = b^2$$

$$484 - 81 = 403$$

403 es la altura al cuadrado.  
Obtén la altura.

¿Cuál es la operación inversa a la potencia? La raíz cuadrada.

Por lo que obtienes la raíz cuadrada de 403, y el resultado da 20 con unos cuantos decimales, sin embargo, para esta ocasión lo dejarás en 20 solamente.

$$22^2 - 9^2 = b^2$$

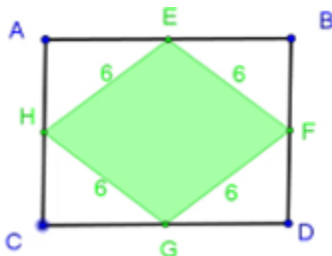
$$484 - 81 = 403$$

$$\sqrt{403} = 20.07$$

Analiza el siguiente ejercicio:

Ya estudiaste un problema del terreno en el cual, a partir de un terreno que tiene forma de cuadrilátero, se construirá una casa al centro a partir sus puntos medios; para resolverlo se tomó en cuenta el criterio LLL.

Realizarás otro análisis, pero ahora desde el punto de vista del teorema de Varignon, el cual indica que:



En cualquier cuadrilátero los puntos medios de los lados forman un paralelogramo. Como puedes ver en la construcción, al cuadrilátero ABCD le trazaron sus puntos medios de cada lado, se unieron y se formó otro cuadrilátero, EFGH.

El segmento AB es congruente con el segmento DC, por propiedad de lados opuestos de un romboide.

$\overline{AB} \cong \overline{DC}$  por propiedad de lados opuestos de un rectángulo

$\overline{EB} \cong \frac{\overline{AB}}{2}$  por definición de punto medio

$\overline{GC} \cong \frac{\overline{DC}}{2}$  por definición de punto medio

$\overline{EB} \cong \overline{GC}$  mitades de cosas iguales son iguales entre sí

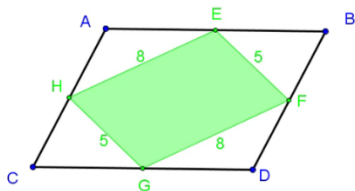
$\overline{BF} \cong \overline{CF}$  por definición de punto medio

$\angle EBF \cong \angle GCF$  por propiedad de los ángulos internos del rectángulo

Podemos afirmar que el triángulo EBF es congruente con el triángulo GCF, por el criterio de congruencia de triángulos LAL, así:

$\overline{EF} \cong \overline{FG}$  por ser lados correspondientes de triángulos congruentes.

Los triángulos que se forman fuera, a partir del paralelogramo, son congruentes.



El segmento EB es congruente con el segmento AB sobre dos, por definición de punto medio.

El segmento CG es congruente con el segmento DC sobre dos, por definición de punto medio.

El segmento EB es congruente con el segmento CG, mitades de cosas iguales son iguales entre sí.

El segmento BF es congruente con el segmento CH, por definición de punto medio.

El ángulo EBF es congruente con el ángulo GCF, por propiedad de los ángulos opuestos de un romboide.

Podemos afirmar que el triángulo EBF es congruente con el triángulo GCH, por el criterio de congruencia de triángulos LAL, así:

El segmento EF es congruente con el segmento GH, por ser lados correspondientes de triángulos congruentes.

A partir de lo anterior, puedes decir que los triángulos que se forman fuera a partir el paralelogramo son congruentes.

## **El reto de hoy:**

Revisa en tu libro de texto y realiza los ejercicios que se relacionen con este aprendizaje para que profundices en lo aprendido.

**¡Buen trabajo!**

**Gracias por tu esfuerzo.**

## **Para saber más:**

Lecturas

<https://www.conaliteg.sep.gob.mx/secundaria.html>