

Miércoles 08 de diciembre

3° de Secundaria Matemáticas

Analizando tablas

Aprendizaje esperado: Lee y representa, gráfica y algebraicamente, relaciones lineales y cuadráticas.

Énfasis: Analizar las diferentes representaciones de una relación lineal. Partir del registro tabular.

¿Qué vamos a aprender?

En esta lección analizarás las diferentes representaciones de una relación lineal, partiendo de su representación tabular, para encontrar su gráfica y su expresión algebraica.

Ten a la mano tus materiales de trabajo, utilizarás tu cuaderno, lápiz, goma, regla y colores.

Procura recrear en tu cuaderno las figuras y las soluciones que se mostrarán en la sesión. Elabora tu propio resumen anotando los datos importantes o nuevos que vayas identificando durante la clase.

Aprenderás cómo, utilizando un registro tabular, puedes obtener la tabla y gráfica de relaciones lineales en ecuaciones de primer grado. Sabes que la literal debe tener su exponente elevado a la primera potencia; también se les llama ecuaciones lineales porque su gráfica en el plano cartesiano es una línea recta

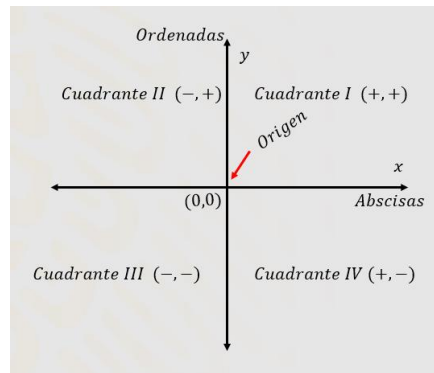
¿Qué hacemos?

Observa el siguiente video del inicio al minuto 4:33:

1. Usos de las relaciones funcionales. 1:02 min.

<https://youtu.be/0jrByOOuXcs>

Repasa algunos conceptos básicos. El plano cartesiano está formado por dos rectas numéricas, una horizontal y la otra vertical que se cortan en un punto. La recta horizontal es llamada eje de las abscisas o eje "x", y la recta vertical es llamada eje de las ordenadas o eje "y"; el punto donde se cortan estos ejes recibe el nombre de origen.



Este plano cartesiano queda dividido en cuatro regiones o cuadrantes, la primera región (I) la localizas en la parte superior derecha, ahí se encuentran las coordenadas abscisas y ordenadas positivas; la segunda región (II) se localiza avanzando en el sentido contrario a la manecillas del reloj, parte superior izquierda, aquí se encuentran las coordenadas cuando las abscisas son negativas y las ordenadas son positivas; la tercera región (III) se encuentra en la parte inferior izquierda y aquí se encuentran las coordenadas cuando, tanto las abscisas como las ordenadas son negativas; la cuarta región (IV) y ultima, se encuentra en la parte inferior derecha, aquí se localizan las coordenadas cuando las abscisas son positivas y las ordenadas son negativas. Después de precisar algunos conceptos básicos, comienza con el siguiente ejercicio.

Completa la tabla y traza la gráfica de: $y = 2x + 1$

x	y	$y = 2x + 1$		
2	5	$y = 2(2) + 1$	$y = 4 + 1$	$y = 5$
1	3	$y = 2(1) + 1$	$y = 2 + 1$	$y = 3$
0	1	$y = 2(0) + 1$	$y = 0 + 1$	$y = 1$
-1	-1	$y = 2(-1) + 1$	$y = -2 + 1$	$y = -1$
-2	-3	$y = 2(-2) + 1$	$y = -4 + 1$	$y = -3$

Primero, en una tabla asignas algunos valores a "x"; en este caso, los valores que tomará "x" son 2, 1, 0, -1, -2. Te recomendamos asignar el cero, algunos valores positivos y algunos valores negativos.

Con base en estos valores que se asignaron a “x”, tienes que encontrar cuánto vale “y”. En la expresión $y=2x+1$ empiezas a sustituir los valores de “x” para encontrar los valores de “y”.

Inicia con el número 2, el cual sustituyes por “x”; realizas las operaciones correspondientes, “y” es igual a dos por dos, cuatro, más uno, cinco, por lo que “y” es igual a 5; por lo tanto, pones el 5 en la tabla.

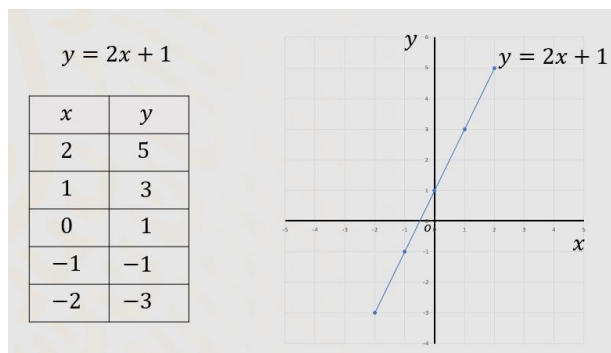
Ahora continua con el siguiente número, que es el uno, sustituye en la expresión $y=2x+1$ el número uno donde está la “x”, y queda: $y=2(1)+1$; realiza las operaciones correspondientes y queda: dos por uno, dos, más, uno, igual a tres, por lo que $y=3$; por lo tanto, cuando “x” vale uno, “y” vale 3. Lo pones en la tabla.

Ahora ve con el siguiente valor de “x”, que es cero, sustituyes el valor de cero en la ecuación y queda: $y=2(0) + 1$; realizas las operaciones: dos por cero me da como resultado cero, más 1, es igual a uno; por lo que, cuando “x” vale cero, “y” vale uno. Lo pones en la tabla.

Continua ahora con los siguientes números, cuando “x” vale menos uno, sustituyendo en la ecuación $y=2x+1$, queda: $y=2(-1)+1$, por lo que, realizando las operaciones, “y” es igual a dos por menos uno, menos dos, más uno igual a menos uno, por lo que, cuando “x” vale menos uno, “y” vale menos uno. Lo pones en la tabla.

Ahora, cuando “x” toma el valor de -2, sustituyes en la ecuación queda: $y=2(-2)+1$; realizando las operaciones respectivas: dos por menos dos, menos cuatro, más uno, es igual a menos tres, por lo que, cuando “x” vale menos dos, “y” vale menos tres. Lo pones en la tabla.

Una vez que ya tienes los valores de “y” en la tabla, grafica en el plano cartesiano. Ya sabes que el primer valor pertenece al eje de las abscisas o eje “x”, y el segundo valor pertenece al eje de las ordenadas o eje “y”.



Toma la primera coordenada: (2,5); esto quiere decir que buscarás en el eje de las abscisas el dos positivo, y luego, en el eje de las ordenadas, el cinco positivo; ahora traza

líneas hasta que se intercepten, localizando el primer punto.

Continúa con las siguientes coordenadas de la tabla: (1,3). Localizas en el eje de las abscisas el primer valor que es uno positivo, luego localizas en el eje de las ordenadas el tres positivo, trazas unas líneas hasta que se intercepten para encontrar el segundo punto de la gráfica.

Continúa con la siguiente coordenada: (0,1). Localizas el cero en el eje de las abscisas, luego localizas el uno positivo en el eje de las ordenadas, trazas líneas hasta que se intercepten para encontrar el tercer punto de la gráfica.

Ahora localiza el cuarto punto de la gráfica con las coordenadas: (-1,-1). Localiza en el eje de las abscisas menos uno, luego, en el eje de las ordenadas localiza menos uno, trazas líneas hasta que se intercepten para encontrar el cuarto punto de la gráfica.

Localiza las últimas coordenadas: (-2,-3). Localiza menos dos en el eje de las abscisas, luego localiza en el eje de las ordenadas menos tres, trazas las respectivas líneas y donde se intercepten encuentras el último punto de la gráfica.

Ahora lo que falta es unir los puntos para obtener la gráfica de $y=2x+1$; si observas, es una línea recta.

¿La gráfica pasa por el origen? ¿Qué coordenada pasa cuando "x" vale 0? La gráfica no pasa por el origen del plano, pasa por la coordenada (0,1).

Antes de continuar, resuelve la primera actividad:

En una función lineal hay dos variables que se representan con letra x y la letra y .

¿Cuál representa la variable independiente?

x

¿Cuál representa la variable dependiente?

y

La variable independiente es la "x" y la dependiente es la "y", porque los valores de "y" dependen de los valores que tome "x".

Ya sabes que las funciones que estás trabajando son de la forma $y=mx+b$, donde: "m" es el resultado al escoger dos puntos cualesquiera: (x_1, y_1) y (x_2, y_2) ; $m=(y_2-y_1)/(x_2-x_1)$

b = es la intersección con el eje "y"

x = la variable independiente

y = función dependiente de x

Funciones de la forma: $y = mx + b$

donde:

- m es el resultado al escoger dos puntos cualesquiera: (x_1, y_1) y (x_2, y_2)
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
- b es la intersección con el eje y
- x la variable independiente
- y función dependiente de x

Realiza otra actividad:

Construye la tabla y la gráfica de: $y = 2x - 1$

¿Cómo piensas que es su gráfica?

¿Seguirá siendo una línea recta?

¿Por qué punto de las ordenadas pasará la gráfica?

Si observas, es muy similar a la función que graficamos en el primer problema, sólo que ahora, en vez de sumar uno, vas a restar uno.

¿Cómo te imaginas que es la gráfica?, ¿seguirá siendo una línea recta?, ¿por cuáles puntos pasará la gráfica en el plano cartesiano?

Completa tu tabla y su gráfica para poder contestar estas preguntas.

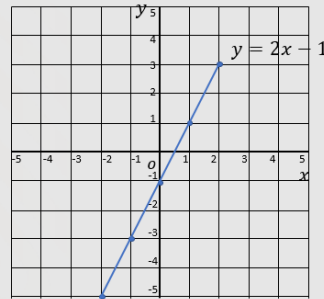
En la tabla, lo primero es asignar los valores de la variable independiente.

$x = 2, 1, 0, -1, -2$

Con base en estos valores que se asignaron a “ x ”, tienes que encontrar cuánto vale “ y ”.

Realiza la tabla y traza la gráfica de: $y = 2x - 1$

x	y	$y = 2x - 1$
2	3	$y = 2(2) - 1$
1	1	$y = 2(1) - 1$
0	-1	$y = 2(0) - 1$
-1	-3	$y = 2(-1) - 1$
-2	-5	$y = 2(-2) - 1$



Coloca la expresión $y=2x-1$ y empieza a sustituir los valores de “ x ” para encontrar los valores de “ y ”.

Empieza con el número 2, donde “ y ” es igual a dos, por lo que vale “ x ”, que es dos menos uno; realiza las operaciones correspondientes:

“ y ” es igual a dos por dos, cuatro, menos uno, tres, por lo que $y=3$, por lo tanto, colocas el 3 en la tabla.

Ahora continua con el siguiente número, que es el uno, sustituye en la expresión $y=2x-1$ el número uno donde está la “ x ”, y queda: $y=2(1)-1$; realiza las operaciones correspondientes y queda: dos por uno, dos, menos, uno, igual a uno, por lo que $y=1$; por lo tanto, cuando “ x ” vale uno, “ y ” vale uno. Lo pones en la tabla.

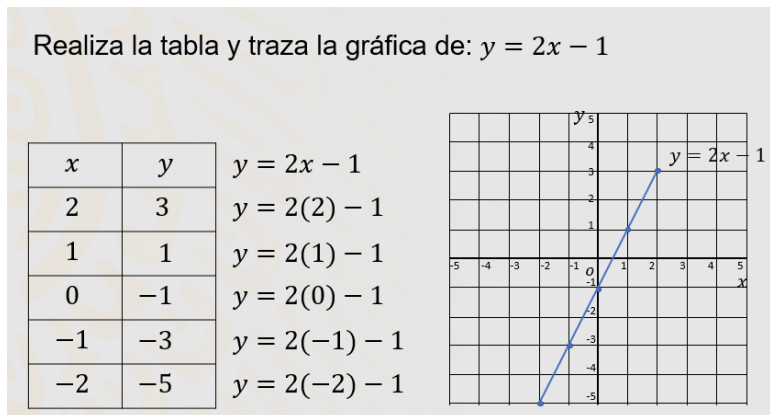
Ahora ve con el siguiente valor de “ x ”, que es cero, sustituyes el valor de cero en la ecuación y queda: $y=2(0)-1$; realiza las operaciones: dos por cero da como resultado cero, menos uno, es igual a menos uno, por lo que, cuando “ x ” vale cero, “ y ” vale menos uno. Lo pones en la tabla.

Continua ahora con los siguientes números. Cuando “ x ” vale menos uno, sustituyes en la ecuación $y=2x-1$, queda: $y=2(-1)-1$, por lo que, realizando las operaciones: $y=$ dos por menos uno, menos dos, menos uno, igual a menos tres, por lo que, cuando “ x ” vale menos uno, “ y ” vale menos tres. Lo pones en la tabla.

Ahora, cuando “ x ” toma el valor de -2, sustituyes en la ecuación queda: $y=2(-2)-1$; realizando las operaciones respectivas: dos por menos dos, menos cuatro, menos uno, es igual a menos cinco, por lo que, cuando “ x ” vale menos dos, “ y ” vale menos cinco. Lo pones en la tabla.

Ya que tienes los valores de “ y ” en la tabla, vas a graficar en el plano cartesiano. Sabes que el primer valor pertenece al eje de las abscisas “ x ”, y el segundo valor pertenece al eje de las ordenadas “ y ”.

Tomas la primera coordenada para ubicar el primer punto: (2,3). Esto quiere decir que vas a buscar en el eje de las abscisas el dos positivo, y en el eje de las ordenadas, el tres positivo, localizando el primer punto. Continúa con las siguientes coordenadas de la tabla: (1,1). Localiza en el eje de las abscisas el primer valor que es uno positivo, luego localiza en el eje de las ordenadas el uno positivo para encontrar el segundo punto de la gráfica.



Continúa con la siguiente coordenada: (0,-1). Localiza el cero en el eje de las abscisas, luego localizas el uno negativo en el eje de las ordenadas para encontrar el tercer punto de la gráfica.

Ahora vas a localizar el cuarto punto de la gráfica con las coordenadas: (-1,-3). Localizas en el eje de las abscisas menos uno, luego, en el eje de las ordenadas localizas menos tres para encontrar el cuarto punto de la gráfica.

Localiza las últimas coordenadas: (-2,-5). Localizas menos dos en el eje de las abscisas, luego localizas en el eje de las ordenadas menos cinco, y marcas el último punto de la gráfica.

Une los puntos para obtener la gráfica de:

$$y=2x-1$$

Ahora sí puedes contestar las preguntas que se hicieron; observa que sigue siendo una gráfica lineal que no pasa por el origen, pasa por la coordenada: (0,-1).

Sigue trabajando con las funciones lineales de la forma: $y=mx+b$

Realiza el segundo ejercicio:

¿Cómo será la gráfica si ahora si m es negativa?

¿Por qué cuadrantes pasará la gráfica?

Observa qué pasa. Construye las tablas y las respectivas gráficas de las siguientes ecuaciones.

$$y = -2x - 1, y$$

$$y = -2x + 1$$

Construye las tablas y las respectivas gráficas de las siguientes ecuaciones.

$$y = -2x - 1 \qquad y = -2x + 1$$

Los valores que asignaremos a la variable independiente x son: 2, 1, 0, -1, -2

Los valores que asignarás a la variable independiente "x" serán: 2, 1, 0, -1, -2.

Completa las tablas sustituyendo los valores de "x" en las dos ecuaciones y realizando sus respectivas operaciones para encontrar los valores de la variable dependiente "y".

Empieza con $y = -2x - 1$

Sustituye los valores de "x" en la ecuación:

$$y = -2(2) - 1 \text{ que es igual a } -5$$

$$y = -2(1) - 1 \text{ que es igual a } -3$$

$$y = -2(0) - 1 \text{ que es igual a } -1$$

$$y = -2(-1) - 1 \text{ que es igual a } 1$$

$$y = -2(-2) - 1 \text{ que es igual a } 3$$

Con esto tienes la tabla de la ecuación: $y = -2x - 1$

$y = -2x - 1$			$y = -2x + 1$		
x	y	$y = -2x - 1$	x	y	$y = -2x + 1$
2	-5	$y = -2(2) - 1$	2	-3	$y = -2(2) + 1$
1	-3	$y = -2(1) - 1$	1	-1	$y = -2(1) + 1$
0	-1	$y = -2(0) - 1$	0	1	$y = -2(0) + 1$
-1	1	$y = -2(-1) - 1$	-1	3	$y = -2(-1) + 1$
-2	3	$y = -2(-2) - 1$	-2	5	$y = -2(-2) + 1$

Ahora continua con $y = -2x + 1$

Sustituye los valores de "x" en la ecuación:

$y = -2(2) + 1$ que es igual a -3

$y = -2(1) + 1$ que es igual a -1

$y = -2(0) + 1$ que es igual a 1

$y = -2(-1) + 1$ que es igual a 3

$y = -2(-2) + 1$ que es igual a 5

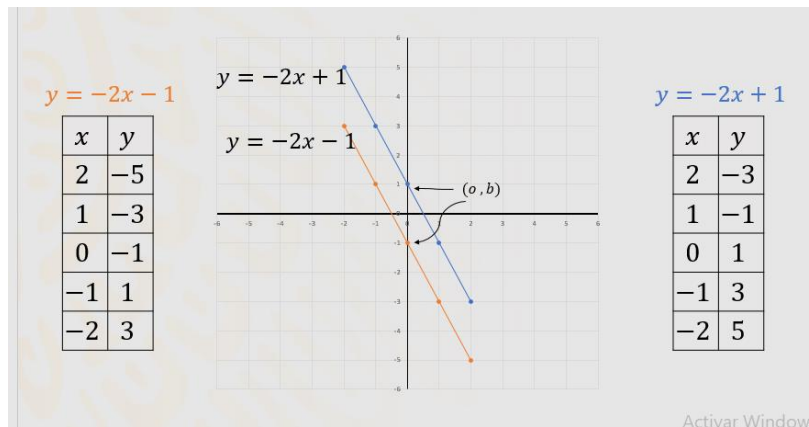
Con esto tienes la tabla de la ecuación: $y = -2x + 1$

Con las tablas de las ecuaciones $y = -2x - 1$, y

$y = -2x + 1$ realiza las gráficas respectivas.

Ahora que tienes las gráficas, puedes contestar las preguntas del ejercicio anterior. ¿Cómo será la gráfica si ahora "m" es negativa? ¿En cuáles cuadrantes pasará la gráfica?

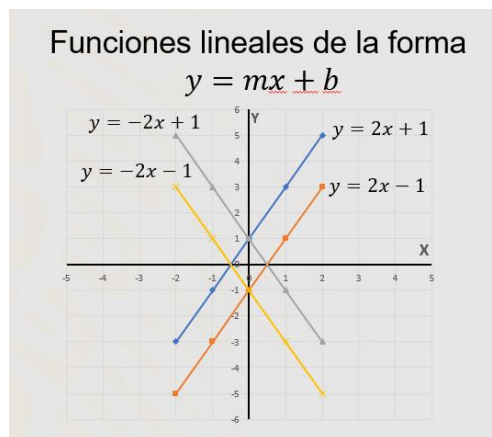
Si observas, las gráficas siguen siendo lineales y se desplazan hacia la izquierda porque "m" es negativa; además, éstas se ubican en los cuadrantes II y IV, y pasan por las coordenadas (0,-1) y (0,1), respectivamente.



Entonces, ¿cómo serán las gráficas de las primeras ecuaciones que trabajaste en esta lección? Es decir, $y=2x+1$ y $y=2x-1$.

¿Hacia dónde se desplazan las gráficas si "m" es positiva? ¿En cuáles cuadrantes se desplazan las gráficas?

Observa todas las gráficas que has trabajado en un plano cartesiano para poder analizarlas y contestar las preguntas.



Como te puedes dar cuenta, en las funciones de la forma $y=mx+b$, su representación gráfica es una línea recta que no pasa por el origen.

Si observas detenidamente las gráficas, te das cuenta de que, cuando "m" es positiva, las líneas se inclinan a la derecha.

Cuando "m" es negativa, las líneas se inclinan a la izquierda.

Ahora, ¿qué piensas que ocurra si se modifica el valor de b?, es decir, por ejemplo, si ahora "b" vale 5.

La línea cruza el eje de las ordenadas en 5 positivo, ¿y si ahora "b" toma el valor de -5? La línea cruza el eje de las ordenadas en 5 negativo.

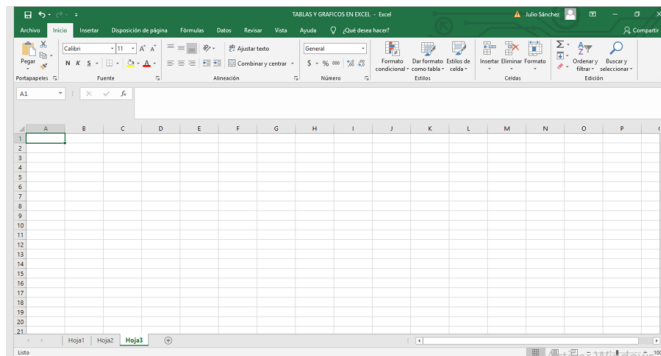
La línea cruza el eje de las ordenadas en 5 negativo.

Consolida lo aprendido con el siguiente video del minuto 4:18 a 8:15 y del 10:35 a 11:21.

2. Relaciones funcionales, expresiones algebraicas y gráficas

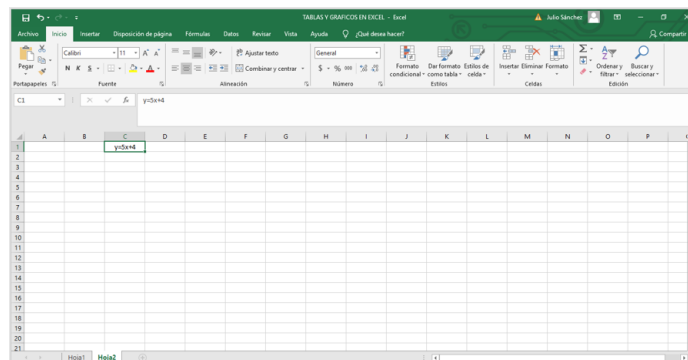
<https://youtu.be/ONkEvfNLLSI>

Ahora practicarás lo aprendido con una hoja electrónica de cálculo.



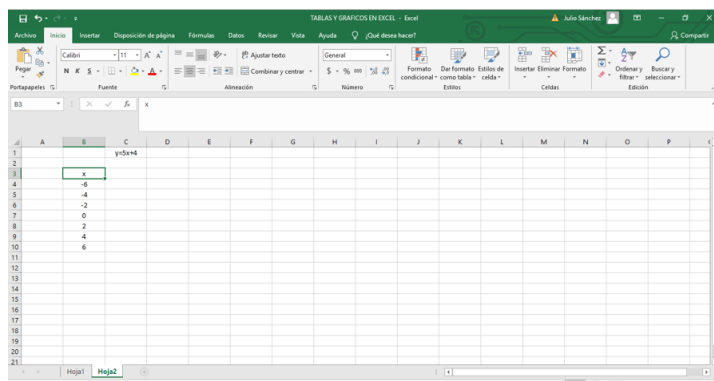
En la hoja de cálculo escribe la expresión dada en una celda, en este caso, escribe:

$$y=5x +4$$



Ahora realiza la tabulación con los valores para $x = -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6$.

Ubica una celda y coloca "x" en las siguientes celdas; escribirás los valores que se le asignaron a "x".



Posteriormente, a un lado de la celda "x" escribes la fórmula que te ayudará a encontrar este valor usando la expresión dada:

$$y=5x+4$$

Para activar la fórmula, tienes que iniciar con el signo de "igual".

Anota: "="

Después analiza la expresión y anota el valor del coeficiente de la incógnita "x", en este caso, 5. Ya sabes que, si el coeficiente está junto con la incógnita, significa que lo multiplica.

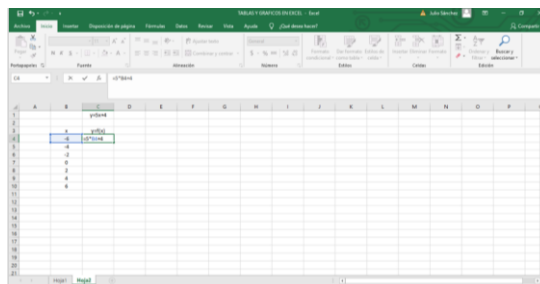
Ahora coloca un asterisco, que en la hoja de cálculo significa multiplicación; queda:

$$=5*$$

A continuación, te ubica en la celda (B4) del primer valor de "x", que en este caso es -6

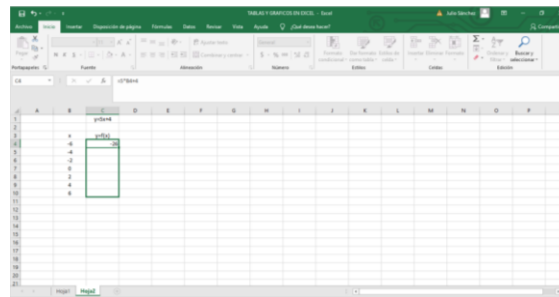
Después agrega +4, que es la operación que falta de la expresión algebraica inicial; la fórmula queda:

$$=5*B4+4 \text{ (sin espacios)}$$



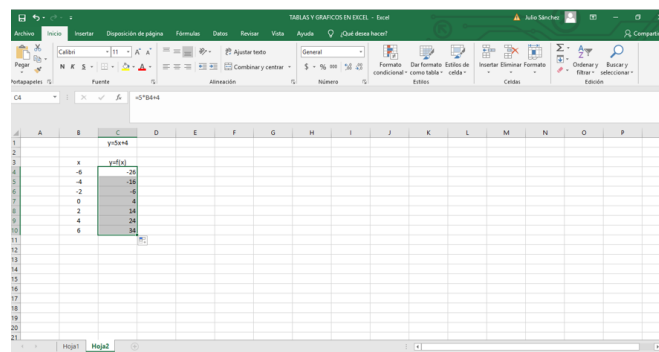
Da *Enter* para aplicar (la fórmula) en la celda y obtiene el valor de "y", cuando "x" vale -

6, en este caso, $y=-26$

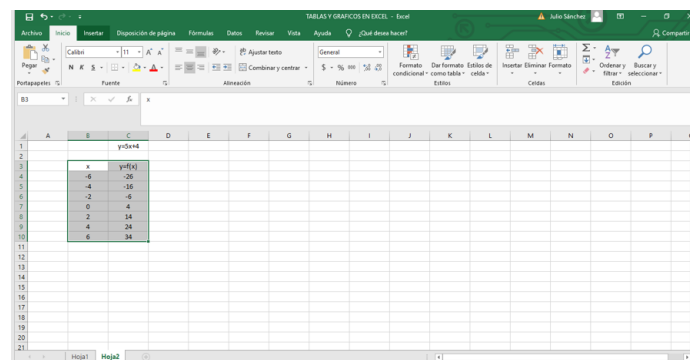


Ahora, para obtener todos los valores faltantes de "y", copias la fórmula en cada celda correspondiente, para hacerlo ubicas el puntero en la celda de la fórmula, lo colocas en el punto inferior derecho para que el puntero cambie a una cruz.

Presionando la tecla CTRL + clic (izquierdo) sostenido, arrastras hasta la celda deseada y sueltas para que se aplique la fórmula en cada celda. Como puedes ver, se van asignado los valores.



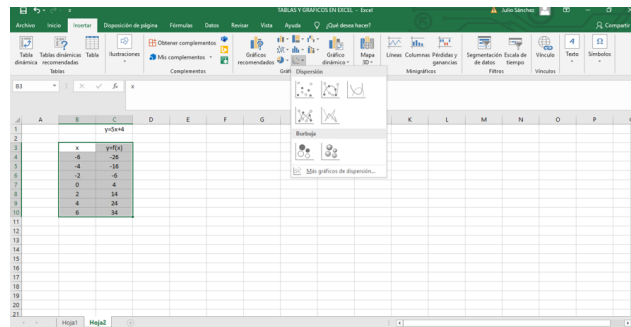
Procede a seleccionar los datos numéricos y posteriormente insertar un gráfico.



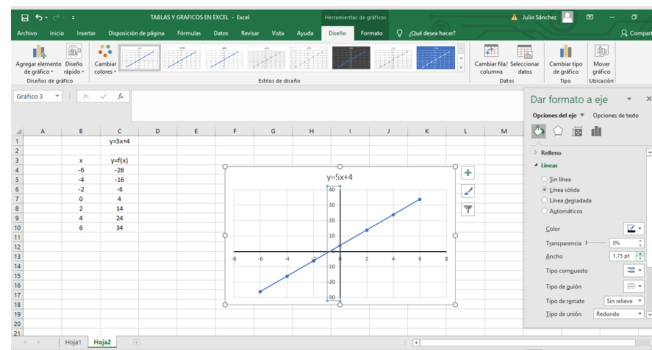
Selecciona el gráfico de dispersión con líneas rectas y marcadores, da clic. Observa que se inserta el gráfico en la hoja de cálculo, en este caso, la recta de la expresión:

$$y = 5x + 4$$

Puedes seleccionar el gráfico y editar el título, el tamaño y el tipo del gráfico; además, en el botón de “agregar elemento de gráfico”, modificas: "Título de cada eje".

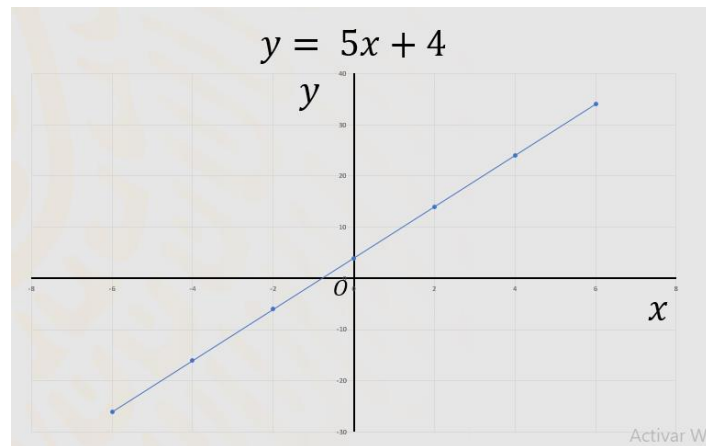


También se puede cambiar el color y el grosor de la línea de cada eje dando doble clic en el eje que deseas editar; se despliega la pestaña de “borde” para cambiar grosor y color, tal como la observas.



¿Qué puedes observar en la gráfica?

La recta que se formó no pasa por el origen del plano cartesiano, pasa por la coordenada (0,b), que en este caso será (0,4); por lo tanto, la inclinación va del primer cuadrante al tercer cuadrante, debido a que “m” es positiva.



Es importante que sigas practicando y si te es posible, realiza algunas variaciones en la expresión que trabajas con la hoja electrónica; la imaginación es tuya para seguir aprendiendo.

El Reto de Hoy:

Te sugerimos revisar tu libro de texto para afirmar, rectificar o consultar tus posibles dudas, así como resolver los problemas propuestos en el tema “Diferentes representaciones de una relación lineal”.

¡Buen trabajo!

Gracias por tu esfuerzo.

Para saber más:

<https://www.conaliteg.sep.gob.mx/>