Jueves
30
de septiembre

3° de Secundaria
Matemáticas

Semejanza en cuadriláteros

Aprendizaje esperado: *Resuelve problemas de congruencia y semejanza que implican utilizar estas propiedades en triángulos o en cualquier figura.*

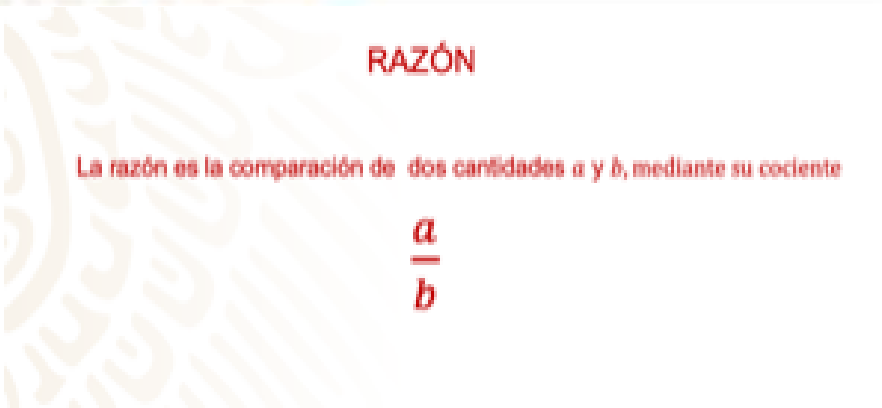
Énfasis: *Resolver problemas que impliquen las propiedades de semejanza de cuadriláteros*

¿Qué vamos a aprender?

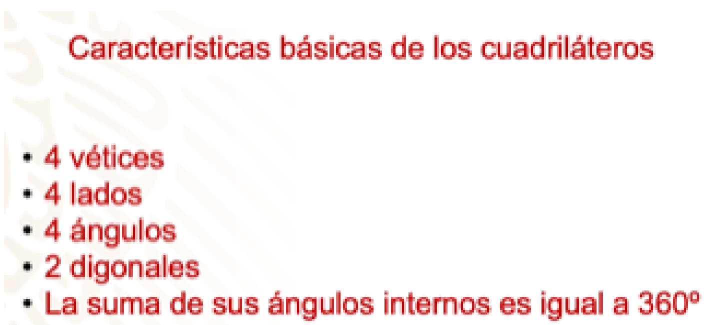
Trabajarás con la resolución de problemas de semejanza que implican utilizar estas propiedades en triángulos o en cualquier figura.

Recuerda brevemente los conceptos de:

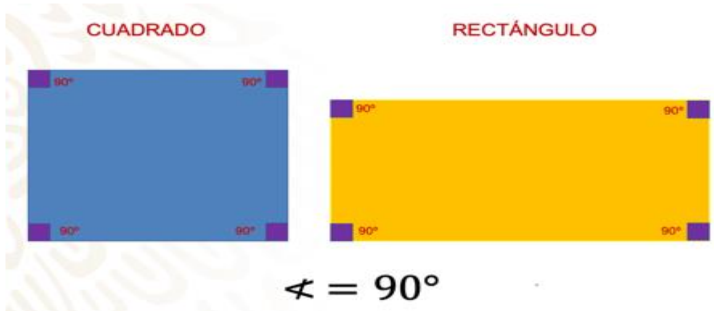
- Semejanza
- Razón
- Proporcionalidad
- Características básicas de los cuadriláteros, particularmente de los cuadrados y rectángulos.



La proporción es la igualdad de dos razones. A entre b igual a c entre d.



El cuadrado y el rectángulo son cuadriláteros con la característica adicional de que todos sus lados miden 90°.



¿Qué hacemos?

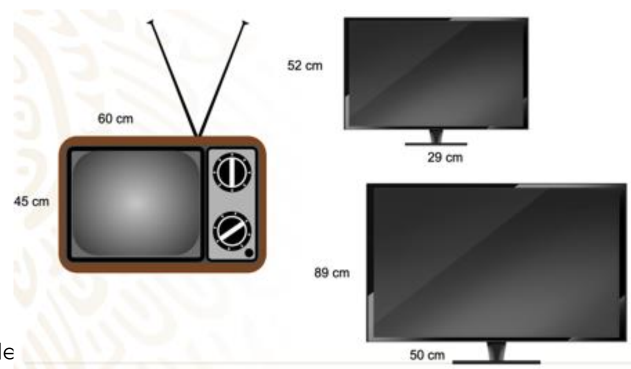
Después de esta revisión, comienza con el siguiente el problema 1.

Aida, tiene en su casa dos televisores de pantalla plana que son de diferente tamaño. En el cuarto de su abuelita hay un tercer televisor, el cual es de modelo antiguo.

Hace unos días, mientras Aída veía su clase de matemáticas del programa Aprende en casa II en el televisor de su abuelita, notó que las imágenes se veían algo diferentes a las que se ven en sus televisores de pantalla plana. Al terminar su clase, quiso saber el porqué de la diferencia entre las imágenes de las pantallas planas y las del televisor de su abuelita.

Aída decide preguntarle a su papá, y él le responde que es debido a que el televisor de su abuelita es antiguo. Ella no se conforma con la respuesta, y decide encontrar otra razón. Observa:

Aída observa los televisores y, después de analizar el problema, toma una cinta métrica y mide el largo y ancho de la zona de la pantalla de cada televisor.



Después de medir cada uno de
matemáticas. Así:

Medidas de los televisores

	largo	ancho
Tv de la abuelita	60 cm	45 cm
Pantalla plana 1	52 cm	29 cm
Pantalla plana 2	89 cm	50 cm

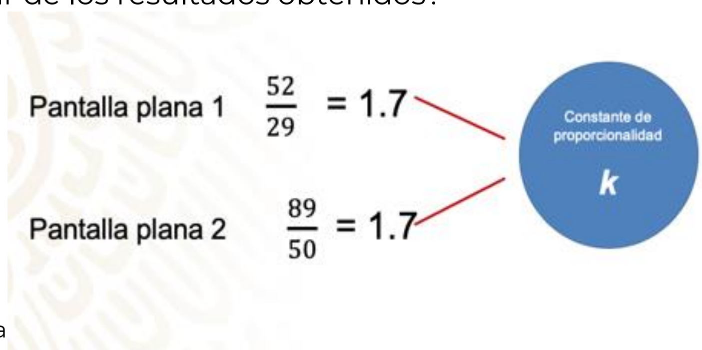
¿Podrías ayudarla a saber por qué la imagen es diferente? ¿Qué tiene que hacer con las mediciones para encontrar alguna razón matemática que explique la diferencia?

Lo primero que considera Aída es que en todos los casos las pantallas son rectángulos,
así que con sus conocimientos de r
constante numérica que obedece a
se puede hacer con la medida del l
ello, divide ambas cantidades en los

	$\frac{largo\ cm}{ancho\ cm}$
Tv de abuelita	$\frac{60}{45} = 1.3$
Pantalla plana 1	$\frac{52}{29} = 1.7$
Pantalla plana 2	$\frac{89}{50} = 1.7$

Si observas la tabla, lo que encuentras es que los televisores de pantalla plana guardan la misma relación numérica entre el largo y el ancho, es decir, existe una constante a la que le llamarás *“k” o constante de proporcionalidad.*

¿Qué puedes notar de los resultados obtenidos?



De esta manera puedes sa
pantallas planas, tienen lados proporcionales.

También sabes que, al ser rectángulos todos, los ángulos que los forman tienen 90°, por lo que en todos ellos podrías pensar que debería existir una condición de semejanza en las figuras, sin embargo, como observaste en la tabla, en el tv de la abuela, la razón “k” no es la misma, por lo que la pantalla es un rectángulo que no guarda la misma proporción que el de las pantallas planas.

Ahora puedes entender que la imagen en el televisor de la abuela no se vea igual que en las pantallas planas, pues la relación de largo y ancho es diferente.

Así, se tiene que, en el caso de las dos pantallas planas, la imagen se percibe de la misma manera, a pesar de la diferencia de tamaño, porque ambas pantallas son rectángulos que tienen ángulos iguales y lados proporcionales. Esto lleva a decir que ambas pantallas son semejantes.

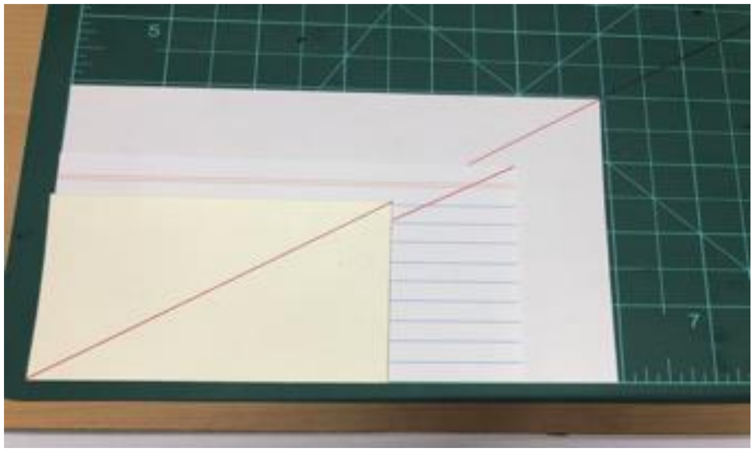
Ahora observa una s

Lety trabaja con un ir
que se realizan.

Un día, acomodando los materiales, observa sobre la mesa de trabajo 3 tarjetas de diferentes tamaños, y cada una con una de sus diagonales trazadas.

Ella decide acomodarlas en su lugar, pero no sabe a qué paquete pertenecen. Para ello aprovecha que en esa mesa hay un tapete de corte con cuadriculado y decide colocarlas alineadas para saber rápidamente su tamaño.

Al hacerlo, las pone todas juntas un momento y se percata de que si las coloca alineadas por un vértice pasa lo siguiente:



Dos de las tarjetas coinciden en sus diagonales, y la otra no.

¿Por qué sucede esto?

¿Qué características pueden tener las que coinciden?

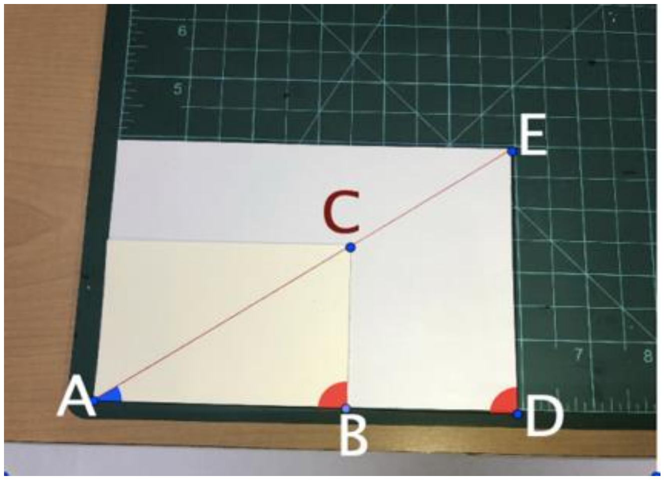
Observa la siguiente imagen.

En la imagen de la izqui
en blanco no coinciden.

¿Y qué observas en la imagen de la derecha? ¿Qué es lo que sucede?

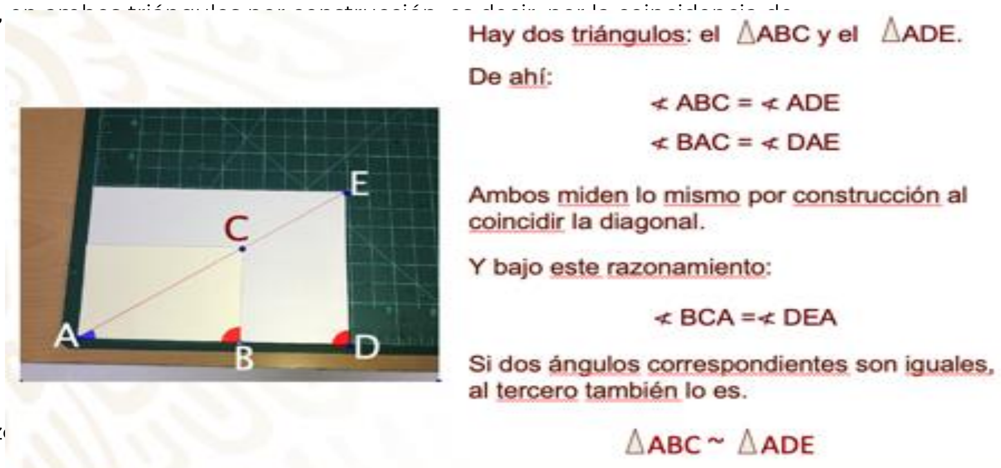
Las dos diagonales de las dos tarjetas coinciden. Apóyate de la situación en que se forman dos triángulos en cada imagen.

Tienes que, con la diagonal trazada, puedes observar dos triángulos, el triángulo ABC y el triángulo ADE, y de ahí tienes lo siguiente:



El $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADE$, debido a que las tarjetas son rectangulares y ambos miden 90°.

$\sphericalangle BAC = \sphericalangle DAE$, en ambos triángulos por construcción, es decir, por la coincidencia de la diagonal de



Y bajo este raz

$\sphericalangle BCA = \sphericalangle DEA$, debido a que, si ya tienes dos ángulos iguales en dos triángulos, el tercero de ellos es igual en ambos casos, pues es lo que resta para completar 180° que es la suma total de los ángulos interiores de cualquier triángulo.

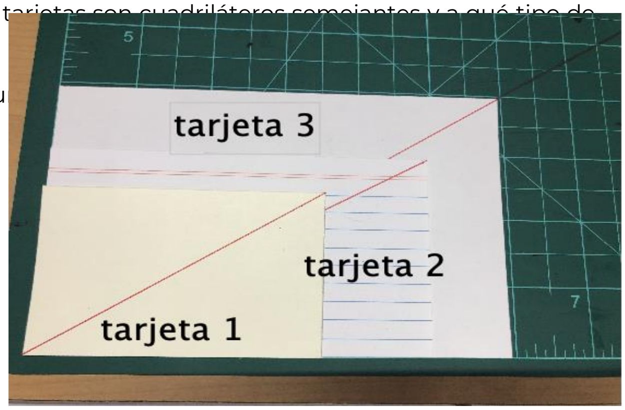
Recuerda que, en la semejanza de triángulos, si se tienen los tres ángulos iguales en dos triángulos, ambos son semejantes, lo cual se expresa de la siguiente manera:

$$\Delta ABC \sim \Delta ADE$$

Ahora observa qué tamaños de tarjetas son cuadriláteros semejantes y a qué tipo de tarjeta pertenecen.

La tarjeta 1 y la tarjeta 3 son figu

de dos triángulos.



La tarjeta 1 es una Ficha de presentación cuyas medidas son 9 x 6 cm, la tarjeta 3 es una Ficha bibliográfica con las siguientes dimensiones 15 x 10cm. Por último, la tarjeta 2 que es una Ficha hemerográfica mide 12.5 x 7.5 cm.

Tipo de tarjeta	Largo x ancho
Ficha de presentación9 x 6.	Tarjeta 1
Ficha bibliográfica 15 x 10	Tarjeta 3
Ficha hemerográfica12.5 x 7.5.	Tarjeta 2

Entonces se puede cor

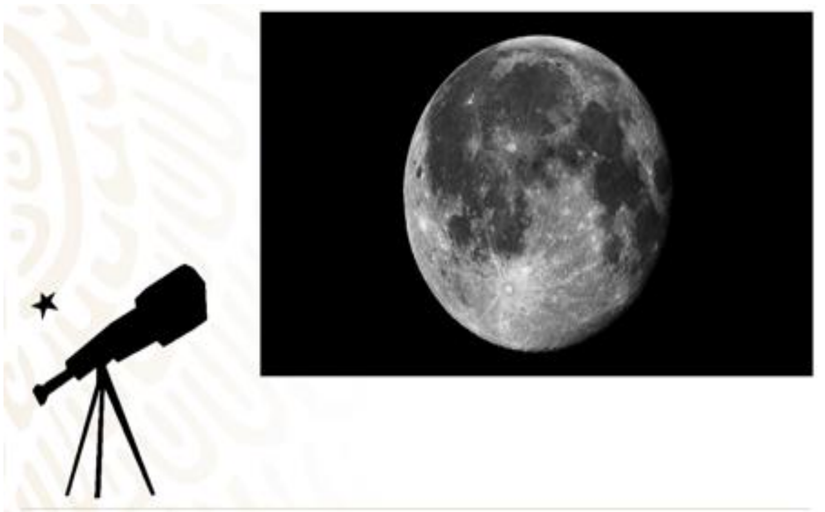
construidas de modo que sus rectángulos son semejantes. Así, has resuelto este problema: apoyándote en la semejanza de triángulos.

Ahora, Lety sabe a qué paquete corresponde cada una de ellas, y algo más.

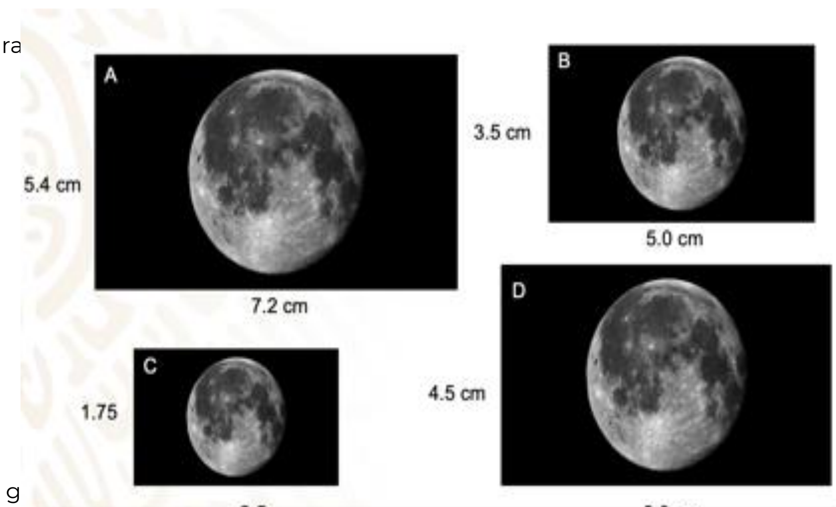
Recuerda dos cuadriláteros son semejantes si hay una correspondencia entre sus vértices de tal manera que los ángulos correspondientes son iguales y los lados correspondientes son proporcionales.

Revisa la siguiente situación:

Samuel, es aficionado a la astronomía. Utilizando su telescopio y una cámara fotográfica, obtuvo una magnífica fotografía de la Luna.



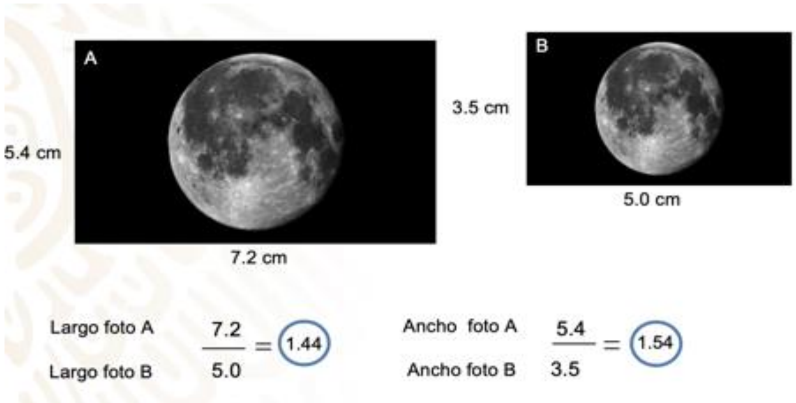
Imprimió varias fotogra



A Samuel también le g
tema de semejanza en cuadriláteros. ¿Podrías ayudar a Samuel, a determinar cuáles de las siguientes fotografías de la Luna son semejantes entre sí?

¿Les ayuda saber las medidas del ancho y el largo de cada rectángulo? ¿Cómo utilizan estos datos para saber qué fotografías (como verás todas son rectángulos) son semejantes?

De acuerdo, ayuda a Samuel. Primero calcula la razón de semejanza entre dos fotografías. Por ejemplo, calcula el cociente entre lados homólogos o correspondientes de las fotos A y B, observa:



Al calcular el cociente entre el largo de la foto A y el de la foto B obtienes la razón 1.44 y al calcular el cociente entre el ancho de la foto A y el de la foto B obtienes la razón 1.54; lo cual indica que estas dos fotografías no son semejantes.

Obtén ahora las razones de los lados correspondiente de las fotografías A y C.

Al realizar el cociente de los lados correspondientes, obtienes lo siguiente:

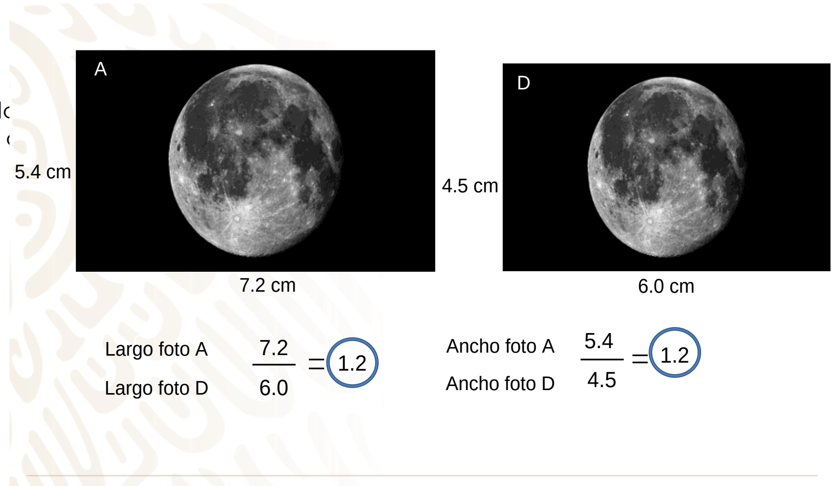
Que la razón del largo de estas dos fotos es igual a 2.88, mientras que la razón del ancho es de 3.08.

Por lo tanto, estas dos fotografías, tampoco son semejantes.

Que la razón del larg
ancho es de 3.08. Por

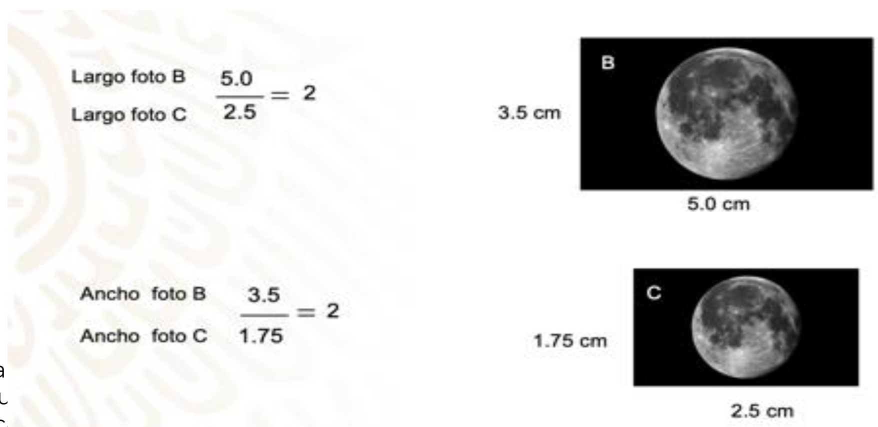
Todavía no has encontrado dos fotografías semejantes, pero falta determinar si las fotos A y D y si las fotos B y C puedan serlo, continua:

Calcula el cociente de lo
ambas fotografías. Así
decir 1.2

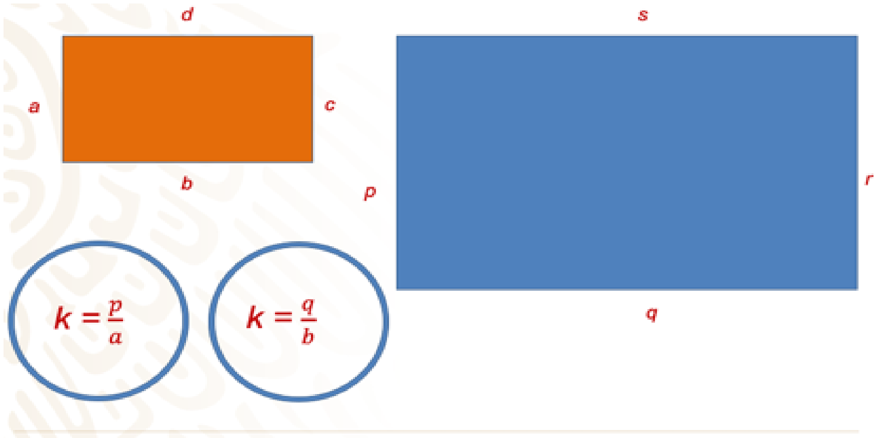


Puedes afirmar que al menos las fotografías A y D son fotografías semejantes, pero ¿Serán semejantes las fotografías B y C?

Al comparar los lados homólogos, notas que ambas razones son la misma, es decir 2, por lo tanto, los lados de las fotografías son proporcionales y de esta manera sabes que son semejantes.



No olvides que para
verificar que se cu
diferentes, en este c



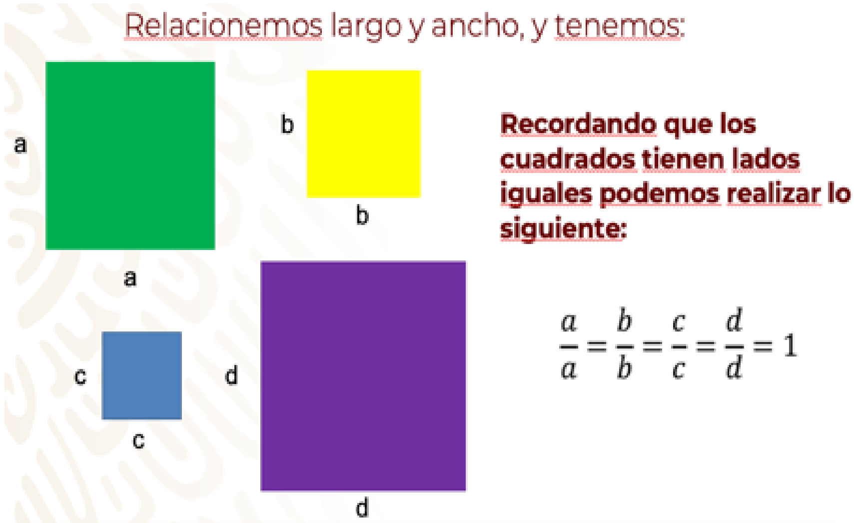
Los rectángulos pueden ser semejantes si cumplen con ser proporcionales en sus lados. Pero ¿Qué tal si observas semejanza en otros cuadriláteros, como el caso de los cuadrados?

Observa lo siguiente:

Hay cuatro cuadrados
semejantes?

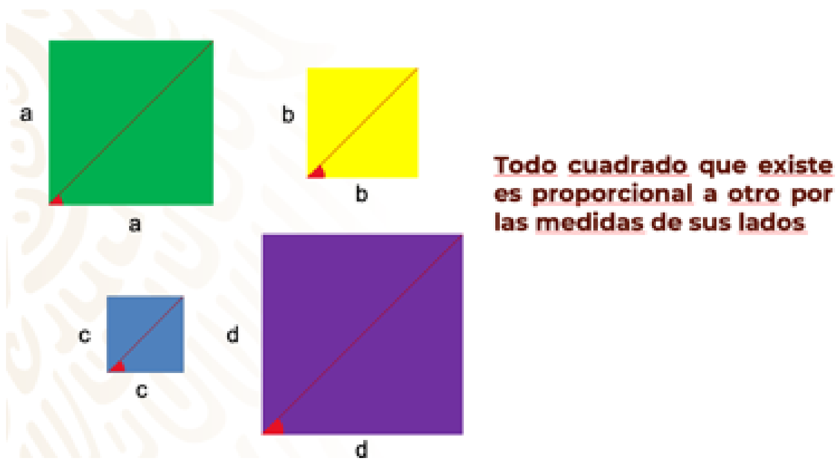
Recuerda que los cuadrados tienen lados iguales, así, puedes realizar lo siguiente:

En todos los casos se utilizan letras minúsculas para designar los lados de cada cuadrado.



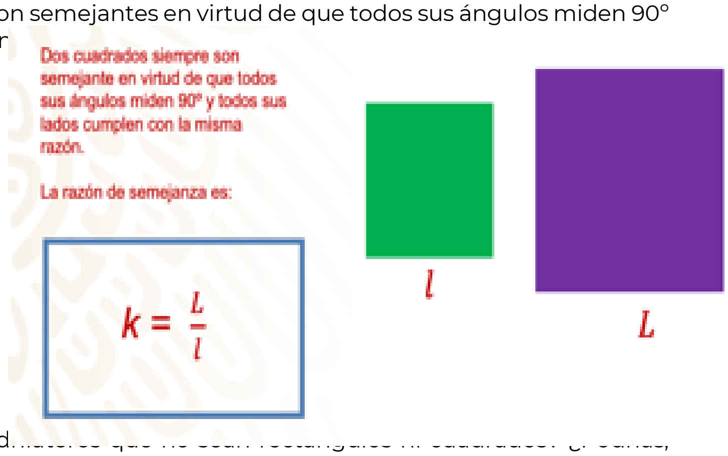
Todas las razones son iguales y además siempre son igual a 1.

Entonces, puedes afirmar que todo cuadrado que existe es proporcional a otro por las medidas de sus lados.



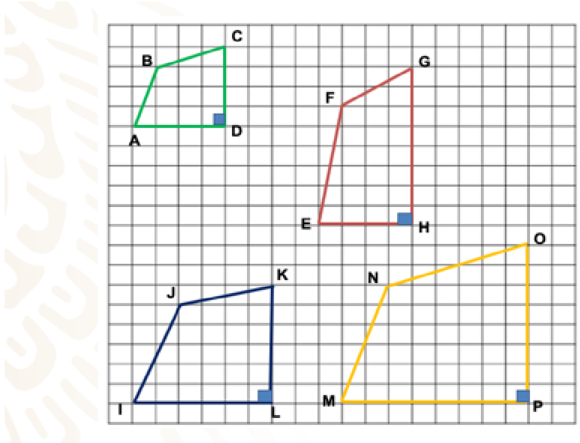
Entonces:

Dos cuadrados siempre son semejantes en virtud de que todos sus ángulos miden 90° y todos sus lados cumplen



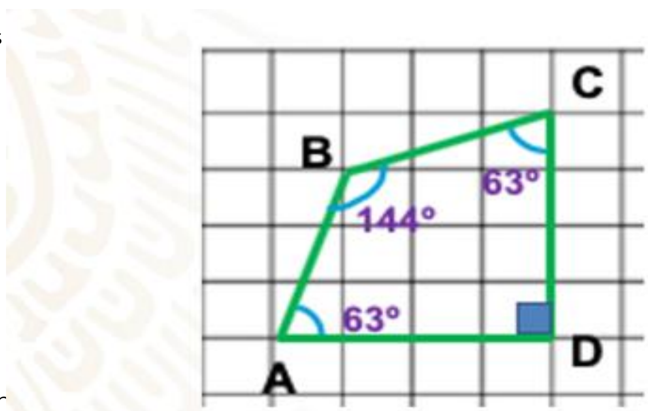
¿Y qué tal con otros cuadriláteros que no sean rectángulos ni cuadrados? ¿Podrías, por ejemplo, identificar cuáles de los siguientes cuadriláteros son semejantes?

Aquí tienes 4 diferentes cuadriláteros, ¿Tienen la misma forma todos? ¿Y qué dices de sus tamaños? ¿Son todos iguales? obsérvalos cuidadosamente ¿Cuál de ellos es semejante al cuadrilátero ABCD? ¿Cómo lo resolverías?



Al ampliar el cuadrilátero ABCD, el resultado será otro cuadrilátero semejante, y solo cambiarán las longitudes de sus lados, pero no la medida de sus ángulos, observa cuánto miden los ángulos del cuadrilátero ABCD.

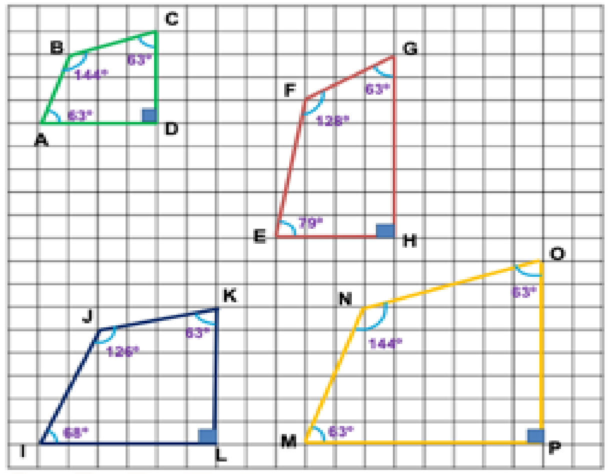
Ahora compara estas



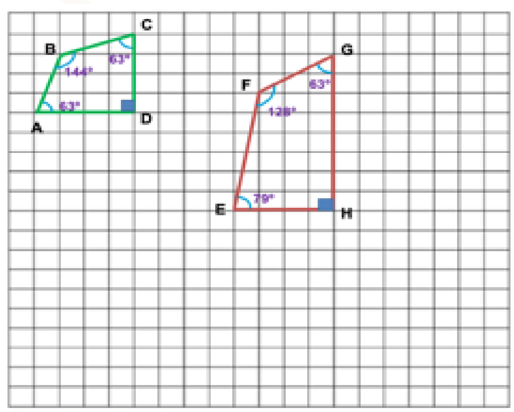
Las medidas de los ár

Los ángulos del cuadrilátero IJKL miden 68°, 139°, 63° y 90°

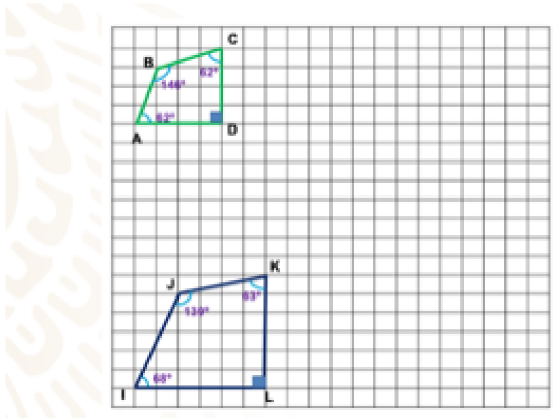
Por último, el cuadrilátero MNOP tiene las siguientes medidas de ángulos 62°, 146°, 63° y desde luego 90°



Compara primero los cuadriláteros ABCD y EFGH, observa sus ángulos, y verás claramente que, por ejemplo, el ángulo b no es congruente al ángulo F, y por lo tanto puedes decir que el cuadrilátero ABCD no es semejante al cuadrilátero EFGH, pues no tienen la misma forma.



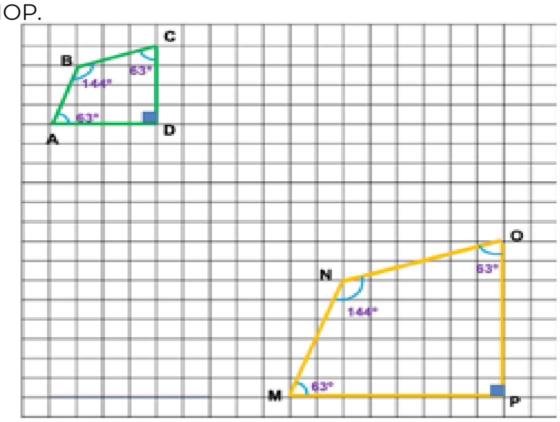
Y qué tal si comparas ahora al congruente con el J? No, lo que semejantes.



Ahora sí, seguro puedes responder:

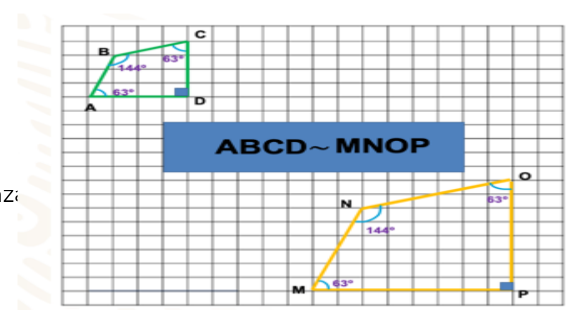
- ¿Cuál cuadrilátero es semejante al cuadrilátero ABCD?

Los ángulos del cuadrilátero ABCD son congruentes con los del MNOP, además sus lados son proporcionales, el primer cuadrilátero está ampliado al doble. Obteniendo como resultado el cuadrilátero MNOP.



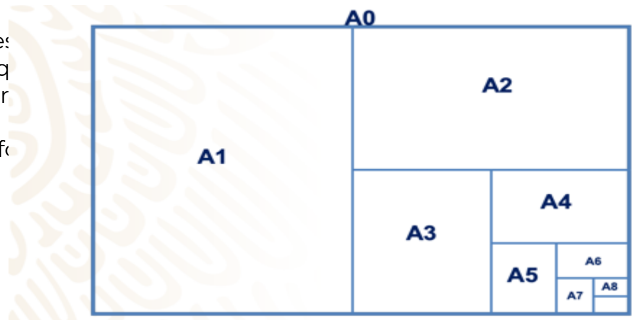
Los cuadriláteros ABCD y MNOP son semejantes:

El uso del concepto de semejanz
imaginar.

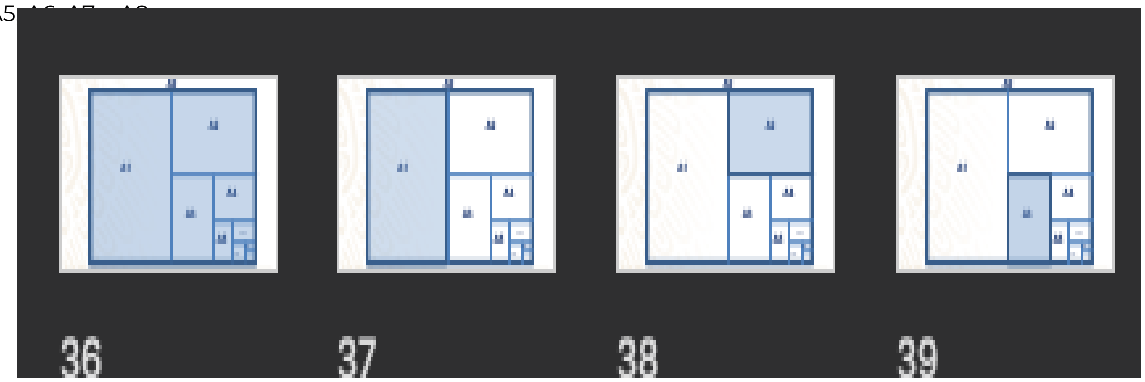


¿Te acuerdas de Samuel? Pues
buscó en internet y se enteró q
y encontró la siguiente imagen

Aquí están representados los fo



Los formatos en la imagen están superpuestos, y son denominados tamaño A0, A1, A2,
A3, A4, A5



Observa a qué medida

Formato	Medida
A0	841 × 1189 mm
A1	594 × 841 mm
A2	420 × 594 mm
A3	297 × 420 mm
A4	210 × 297 mm
A5	148 × 210 mm
A6	105 × 148 mm
A7	74 × 105 mm
A8	52 × 74 mm

Al terminar de observar las medidas, Samuel se preguntó: ¿Cuál será la razón entre el lado mayor y el lado menor de cada uno de los diferentes tamaños de papel? ¿Serán semejantes? Ayuda a Samuel, una vez más:

A0 $\rightarrow \frac{1189}{841} = 1.41$

A1 $\rightarrow \frac{841}{594} = 1.41$

A2 $\rightarrow \frac{594}{420} = 1.41$

A3 $\rightarrow \frac{420}{297} = 1.41$

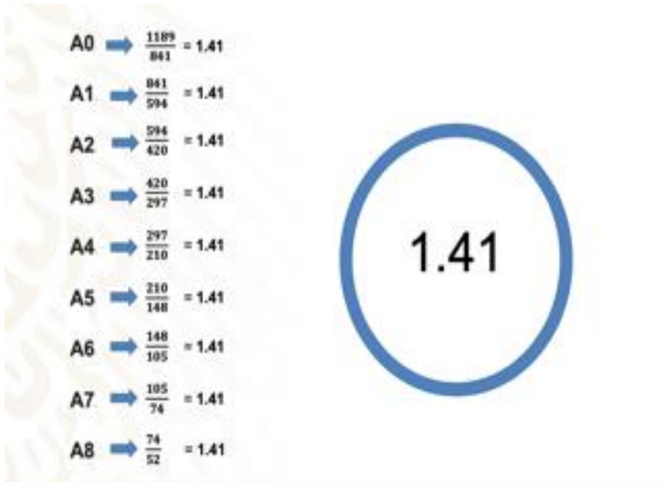
A4 $\rightarrow \frac{297}{210} = 1.41$

A5 $\rightarrow \frac{210}{148} = 1.41$

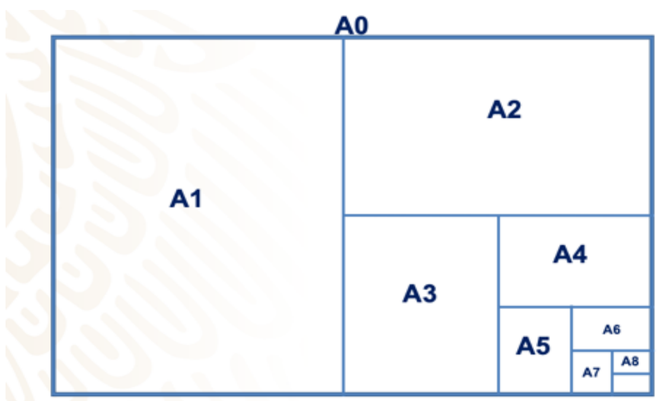
A6 $\rightarrow \frac{148}{105} = 1.41$

A7 $\rightarrow \frac{105}{74} = 1.41$

A8 $\rightarrow \frac{74}{52} = 1.41$



Como todas las razones son la misma, las bases y las alturas de los diferentes formatos son proporcionales.



Recuerda: Dos cuadriláteros son semejantes si tienen la misma forma, pero no necesariamente el mismo tamaño. Al reducir o ampliar un cuadrilátero, el resultado es otro cuadrilátero semejante al primero, además sus ángulos son iguales.

Trabajaste en la resolución de problemas de congruencia y semejanza que implican utilizar estas propiedades en triángulos o en cualquier figura.

El Reto de Hoy:

Un resultado importante que observaste fue el de que todos los cuadrados son semejantes. ¿Lo habías pensado?

No olvides revisar la congruencia y la semejanza en tus libros de tercer grado de Matemáticas y dar un repaso.

¡Buen trabajo!

Gracias por tu esfuerzo.

Para saber más:

https://www.conaliteg.sep.gob.mx/